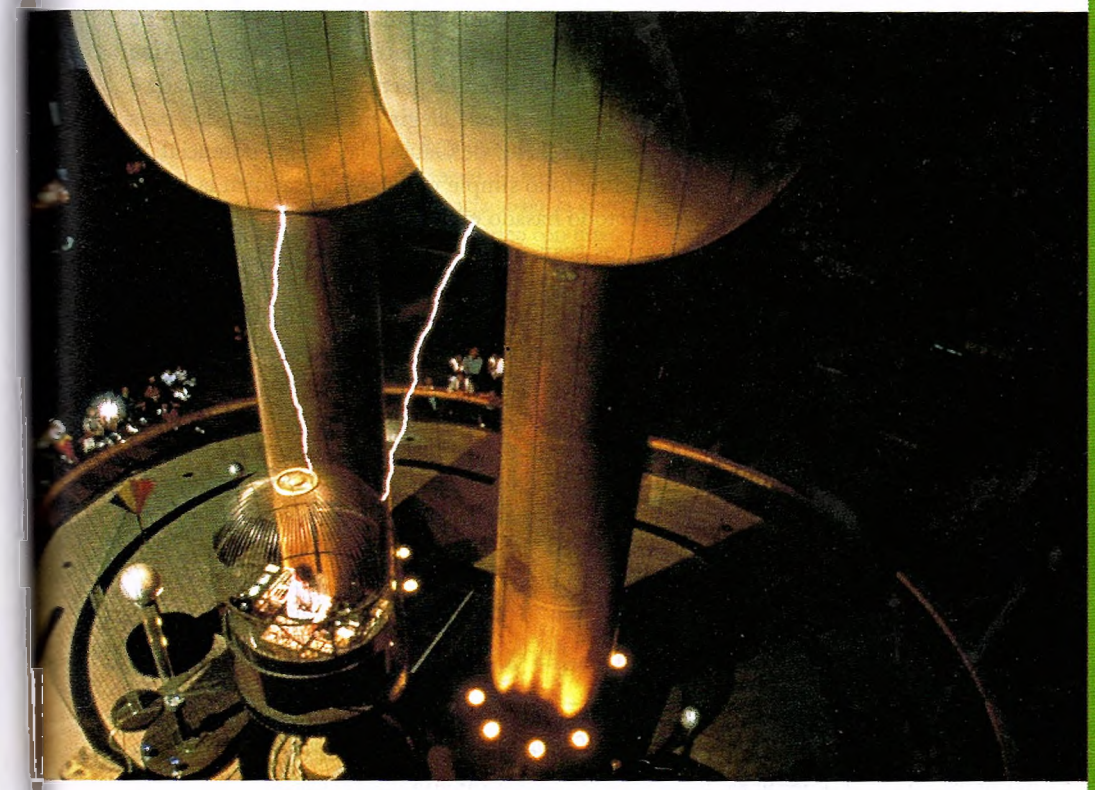
Potencial electrostático y energía

CAPÍTULO

25



Conceptos en contexto

CONCEPTOS EN CONTEXTO

Este generador electrostático en el Museo de la Ciencia de Boston ha acumulado una gran carga, distribuida en la superficie de su conductor esférico. Cuando se coloca una partícula cargada en algún lugar cercano a esa distribución de cargas, tendrá energía potencial.

Con el concepto de energía potencial electrostática que se explica en este capítulo se podrán contestar preguntas como las siguientes:

? ¿Cuál es la energía potencial de un electrón que está cerca de un protón? (Ejemplo 2, página 795)

? ¿Cuál es la energía potencial electrostática por unidad de carga en puntos fuera y dentro de una esfera conductora cargada? (Ejemplo 7, página 803)

? ¿Cómo permite el conocimiento de la energía potencial electrostática calcular el campo eléctrico? (Ejemplo 9, página 807)

? ¿Cuál es el trabajo total necesario para acumular la carga en una esfera conductora? (Ejemplo 12, página 813)

Al estudiar la mecánica se llegó a la conclusión de que para formular una ley de conservación de la energía, para una partícula que se mueve bajo la influencia de alguna fuerza, se debe definir una energía potencial que corresponda a esa fuerza. En este capítulo se definirá la energía potencial electrostática para una partícula cargada que se mueve en el campo eléctrico generado por una distribución estática de carga. Al igual que las energías potenciales que se examinaron en el capítulo 8, la energía potencial electrostática ayuda a calcular el movimiento de la partícula. Además, se verá que el conocimiento de la energía potencial electrostática a diferentes distancias de la distribución de carga equivale a conocer el campo eléctrico: la energía potencial se puede calcular a partir del campo eléctrico y, al revés, el campo eléctrico se puede calcular a partir de la energía potencial. Por lo anterior, es posible calcular el campo eléctrico de una distribución de carga si primero se evalúa la energía potencial electrostática que produce esa distribución de carga cuando actúa sobre una partícula cargada colocada a diferentes distancias. Eso quiere decir que ya se puede elegir entre tres métodos para calcular el campo eléctrico: la ley de Coulomb, la ley de Gauss y la energía potencial. Si un problema no se puede resolver con el método simple y elegante basado en la ley de Gauss, en general lo mejor es usar el método basado en la energía potencial, porque es probable que los desarrollos matemáticos sean menos laboriosos que con el método basado en la ley de Coulomb.

Al final de este capítulo se aprenderá cómo calcular la energía potencial eléctrica de sistemas de varias cargas puntuales, y de sistemas de conductores con carga. Como las cargas ejercen fuerzas eléctricas entre sí, se requiere efectuar cierto trabajo para unirlas en su configuración final, comenzando con una configuración inicial de separaciones muy grandes (infinitas). Ese trabajo es la energía potencial de la configuración. Representa la energía almacenada en la configuración durante su formación. Se verá que en realidad esa energía está acumulada en el campo eléctrico. La energía se concentra en las regiones del espacio donde el campo eléctrico es intenso.

25.1 EL POTENCIAL ELECTROSTÁTICO

En el capítulo 8 se vio que si una fuerza es conservativa, el trabajo que efectúa sobre una partícula durante un desplazamiento se puede expresar como una diferencia entre dos energías potenciales: una para el punto de partida y otra para el punto de llegada del desplazamiento. Si se conoce la energía potencial que corresponde a la fuerza, de inmediato se podrá conocer la conservación de la energía mecánica, que no es más que la suma de la energía cinética y la energía potencial.

La fuerza eléctrica que ejerce una distribución estática de cargas sobre una carga puntual es una fuerza conservativa. Se puede verificar con facilidad lo anterior para el caso de la fuerza eléctrica ejercida por dos distribuciones uniformes de cargas positivas y negativas, colocadas en sendas láminas o placas paralelas (véase la figura 25.1). De acuerdo con la sección 23.2, esas placas paralelas con carga generan un campo eléctrico uniforme E_0 en el espacio que hay entre ellas; la magnitud de ese campo eléctrico es directamente proporcional a la cantidad de carga por unidad de área en cada placa [véase la ecuación (23.13)]. La fuerza que ejerce este campo eléctrico sobre una carga puntual q es $F = qE_0$, y el trabajo efectuado por esta fuerza constante durante un desplazamiento del punto y_1 al punto y_2, como se ve en la figura 25.1, se determina con la ecuación (7.1),

$$W = F\Delta y = qE_0(y_2 - y_1) \tag{25.1}$$

o bien

$$W = -qE_0 y_1 + qE_0 y_2 \tag{25.2}$$

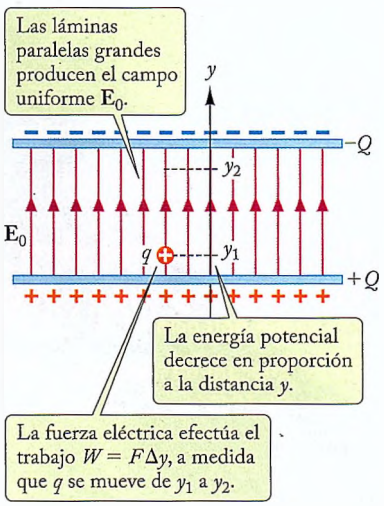


FIGURA 25.1 Campo eléctrico uniforme en el espacio entre dos placas paralelas con carga.

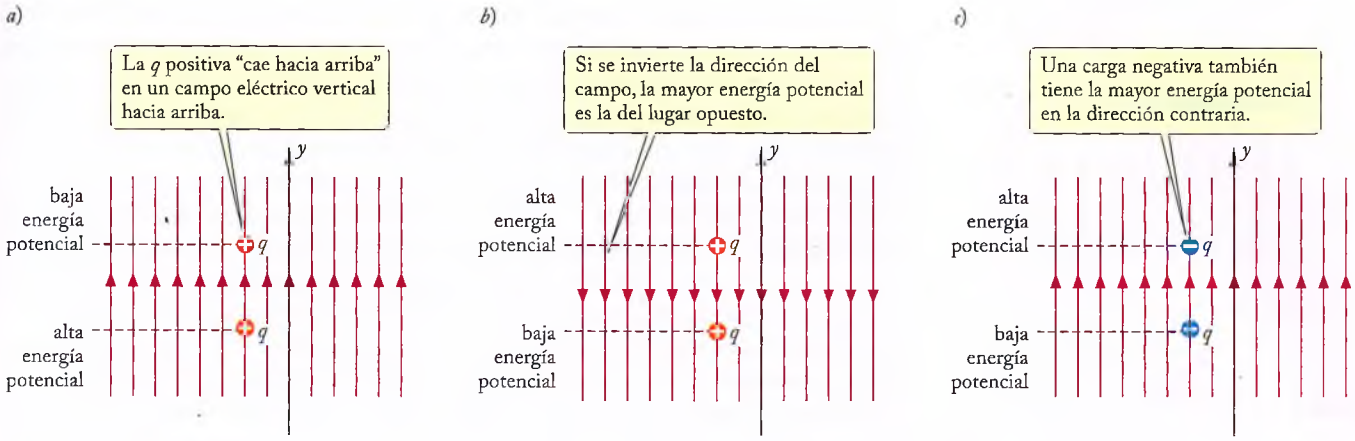


FIGURA 25.2 *a)* Para una carga positiva en un campo eléctrico con dirección vertical hacia arriba, la energía potencial decrece con la altura. *b)* Para una carga positiva en un campo eléctrico con dirección vertical hacia abajo, la energía potencial aumenta con la altura. *c)* Para una carga negativa en un campo eléctrico con dirección vertical hacia arriba, la energía potencial también aumenta con la altura.

Eso demuestra que si se define la energía potencial U como

$$U = -qE_0 y \tag{25.3}$$

entonces el trabajo es la diferencia entre las energías potenciales correspondientes a los puntos y_1 y y_2:

$$W = -qE_0 y_1 + qE_0 y_2 = U_1 - U_2 \tag{25.4}$$

La conservación de la energía mecánica es la suma de la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ y la energía potencial $U = -qE_0 y$:

$$[\text{energía}] = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 - qE_0 y = [\text{constante}] \tag{25.5}$$

Obsérvese que la energía potencial (25.3) es directamente proporcional a la distancia y desde la placa inferior de la figura 25.1. Esta proporcionalidad directa entre la energía potencial y la altura recuerda la energía potencial gravitacional, mgy. Matemáticamente, estas energías potencial eléctrica y potencial gravitacional se parecen, porque ambas implican una fuerza constante. Pero nótese que los signos de esas dos energías potenciales son opuestos, porque la fuerza eléctrica que ejercen las placas de la figura 25.1 sobre una carga positiva q es hacia arriba, mientras que la fuerza gravitacional es hacia abajo. Los signos de esas dos energías potenciales serían iguales si el campo eléctrico de la figura 25.1 fuera hacia abajo, o si la carga q fuera negativa (véase la figura 25.2). También se debe tomar en cuenta las implicaciones físicas de los cambios de energía potencial: por ejemplo, para que una carga positiva se mueva contra el campo eléctrico (esto es, hacia una posición de mayor energía potencial), la carga debe ser empujada por un agente externo (que efectúa trabajo) o bien, debe perder algo de energía cinética.

Se recordará, de la sección 8.1, que un criterio general para decir que una fuerza es conservativa es que el trabajo que efectúa la fuerza en cualquier trayectoria cerrada debe ser cero. Para la fuerza eléctrica que ejercen las placas paralelas cargadas de la figura 25.1, este criterio se satisface, siempre que el viaje redondo esté confinado a la región entre las placas. Por ejemplo, se observa la trayectoria cerrada formada por los cuatro segmentos rectos de la figura 25.3*a*. El trabajo efectuado por el campo eléctrico a lo largo de los segmentos horizontales es cero, porque el campo eléctrico es perpendicular a ellos; el trabajo efectuado a lo largo del segmento vertical hacia arriba (a la derecha) es positivo, y el trabajo efectuado a lo largo del segmento vertical (a la izquierda) es negativo, lo que da como resultado trabajo cero para todo el viaje redondo.

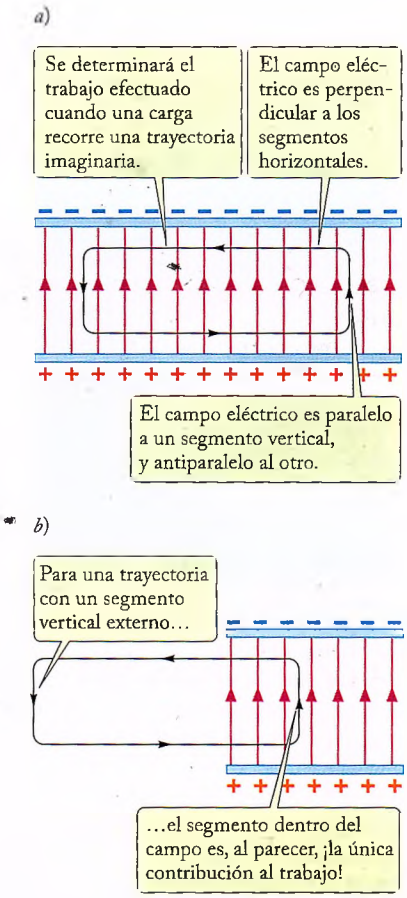


FIGURA 25.3 *a)* Una trayectoria cerrada entre las placas. *b)* Una trayectoria cerrada con un segmento entre las placas y un segmento hacia abajo, fuera de las placas.

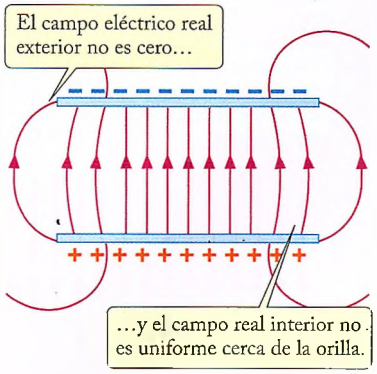


FIGURA 25.4 El campo marginal se extiende fuera del espacio entre las placas.

Si se trata de aplicar el criterio de cero trabajo a una trayectoria cerrada diferente que sale de las placas, como la que se ve en la figura 25.3*b*, se verá que ahora el trabajo efectuado a lo largo del segmento hacia abajo, en el extremo izquierdo es cero porque ahí no hay campo eléctrico. En este caso parecería que no se puede tener un trabajo cero para el viaje redondo. Sin embargo, la distribución del campo eléctrico de la figura 25.3 sólo es una aproximación; con un cálculo exacto del campo eléctrico se demuestra que cerca de los bordes de las placas, el campo eléctrico no es uniforme, y que el campo eléctrico sale hacia el espacio, fuera de las placas. La distribución real de las líneas de campo es como la que muestra la figura 25.4. El campo que sale de las orillas de las placas se llama **campo marginal**. Las partes de la trayectoria que atraviesan ese campo marginal contribuyen al trabajo, y el campo neto para la trayectoria cerrada completa resulta ser cero, como lo requiere el criterio de una fuerza conservativa.

Resulta que es útil definir el campo eléctrico como la fuerza eléctrica dividida entre la carga q sobre la que actúa ese campo. De igual modo se verá que es útil definir el **potencial electrostático** V como la energía potencial eléctrica U dividida entre la carga q:

potencial electrostático

$$V = \frac{U}{q} \tag{25.6}$$

Así, el potencial electrostático es la energía potencial por unidad de carga. Por ejemplo, en el caso de un campo eléctrico uniforme E_0 con una energía potencial $U = -qE_0y$, el potencial electrostático es

$$V = -E_0y \tag{25.7}$$

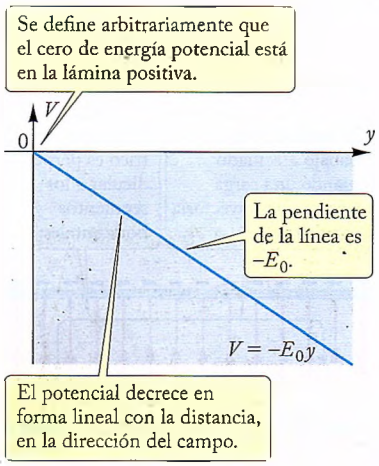


FIGURA 25.5 Potencial electrostático entre un par de láminas con carga opuesta, en función de la distancia a la lámina positiva.

La figura 25.5 es una gráfica de este potencial lineal, en función del desplazamiento y en la dirección del campo uniforme. Recuérdese que lo importante es la diferencia de energía potencial entre dos puntos, como en la ecuación (25.4). La posición de referencia (el cero de energía potencial) se puede elegir en forma arbitraria. Lo mismo sucede con el potencial electrostático V de la ecuación (25.7).

La unidad SI de potencial electrostático es el **volt** (V),* siendo

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ V} = 1 \text{ joule/coulomb} = 1 \text{ J/C} \tag{25.8}$$

La unidad de campo eléctrico que se emplea en los capítulos anteriores es el N/C. Esta unidad se puede expresar en función de volts como sigue:

$$1\,\frac{\text{N}}{\text{C}} = 1\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}\cdot\text{m}} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{C}}\,\frac{1}{\text{m}} = 1\,\frac{\text{V}}{\text{m}} \tag{25.9}$$

Así, N/C y V/m son unidades equivalentes; en la práctica, la unidad preferida de campo eléctrico es volt por metro. En la tabla 25.1 se ven algunos valores de potenciales electrostáticos.

EJEMPLO 1 Supóngase que cerca del suelo, directamente debajo de una nube de tormenta, el campo eléctrico tiene la magnitud constante 2.0×10^4 V/m, y se dirige hacia arriba. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el suelo y un punto en el aire a 50 m sobre el suelo?

SOLUCIÓN: Para un campo eléctrico constante (uniforme) se usará el potencial lineal de la ecuación (25.7),

$$V = -E_0y = -2.0 \times 10^4 \text{ V/m} \times 50 \text{ m} = -1.0 \times 10^6 \text{ volts}$$

* Debe tomarse en cuenta que en física se usa la misma letra V como símbolo del potencial y como abreviatura de *volt*. Eso causa confusión en ecuaciones como cuando $V = 3.0$ V (que pretende indicar que el potencial $V = 3.0$ volts). Si hay posibilidad de confusión, lo mejor es no abreviar *volt*.

COMENTARIOS: En este cálculo se supone que el suelo es plano, sin protuberancias como árboles o construcciones. Sería erróneo llegar a la conclusión de que el potencial en la azotea de un edificio de 50 m de altura es -1.0×10^6 volts. En general, los edificios están hechos de materiales conductores y, como se verá, el potencial en todos los puntos de un conductor es igual. Así, el edificio funciona eficazmente como parte del suelo y la diferencia de potencial entre la azotea del edificio y el suelo es cero. La presencia del edificio o de algún otro saliente conductor modifica el campo eléctrico, por lo que no es válida la hipótesis de un campo eléctrico constante hacia arriba, cerca del edificio.

También se puede comprobar que la fuerza eléctrica que ejerce una carga puntual sobre otra carga puntual es conservativa. La fuerza eléctrica que ejerce una carga puntual q' sobre otra carga puntual q es $F = (1/4\pi\epsilon_0)qq'/r^2$. Para calcular la energía potencial que corresponde a esa fuerza se comenzará calculando el trabajo efectuado cuando la carga q se mueve, por ejemplo, desde la posición P_1 hasta la posición P_2, para entonces tratar de expresar ese trabajo como una diferencia de dos términos. En la figura 25.6, las posiciones P_1 y P_2 están a las distancias radiales r_1 y r_2, respectivamente, de la carga fija q'. El trabajo es la integral de la fuerza $F = (1/4\pi\epsilon_0)qq'/r^2$ a lo largo de la trayectoria radial de P_1 a P_2:

$$W = \int F\,dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{r^2}\,dr = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_1}^{r_2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (25.10)$$

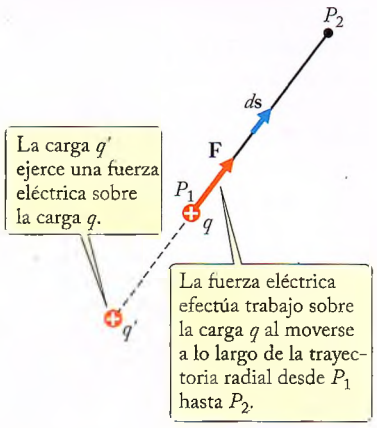


FIGURA 25.6 Dos puntos, P_1 y P_2, en el campo eléctrico de una carga q'. La trayectoria que une a los puntos P_1 y P_2 es una recta radial.

TABLA 25.1 ALGUNOS POTENCIALES Y DIFERENCIAS DE POTENCIAL

Nube de tormenta al terreno	5×10^7 V
Generador Van de Graaff	10^7
Línea de transmisión de alto voltaje	5×10^5
En el núcleo de un átomo de uranio	2×10^5
Fuente de poder para un tubo de rayos X	10^5
Fuente de poder para un tubo de televisión	2×10^4
Ignición de un automóvil	10^4
Fuente de poder para un tubo de neón	2×10^3
Contacto doméstico (Europa)	220
Contacto doméstico (Estados Unidos)	115
En la órbita del electrón en un átomo de hidrógeno	27
Acumulador de automóvil	12
Pila seca	1.5
Celda solar individual	0.6
Potencial de reposo a través de membrana nerviosa	0.09
Cambios de potencial en la piel (medidos con ECG o EEG)	5×10^{-5}
Cambios de potencial debidos a ruido térmico (típico)	10^{-8}

CONDE ALESSANDRO VOLTA (1745-1827) *Físico italiano; estableció que la "electricidad animal" observada por Luigi Galvani (1737-1798) en experimentos con tejido muscular de ranas puesto en contacto con metales diferentes, no se debía a alguna propiedad excepcional de los tejidos animales, sino que también se generaba siempre que un cuerpo mojado se confinaba entre metales distintos. Eso le condujo a inventar la primera "pila voltaica", o batería, formada por una gran pila de discos mojados, de carbón (electrolito) confinados entre discos de metal (electrodos).*

Como era de esperarse, este resultado demuestra que el trabajo es igual a la diferencia entre dos energías potenciales. En consecuencia, se puede identificar la energía potencial con

energía potencial eléctrica

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{r} \tag{25.11}$$

En este cálculo de la energía potencial eléctrica se consideró que las posiciones P_1 y P_2 estaban en la misma línea radial (véase la figura 25.6). Sin embargo, en realidad esa suposición no es necesaria porque, si los puntos están en distintas líneas radiales, se podrá formar una trayectoria de uno a otro alternando segmentos radiales y arcos circulares (véase la figura 25.7). Recuérdese, del capítulo 7, que en general el trabajo efectuado por una fuerza **F** es

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int F \cos\theta \, ds$$

esto es, una contribución al trabajo es el producto del componente de la fuerza paralelo a la trayectoria, por el desplazamiento. El trabajo total efectuado a lo largo de los segmentos radiales es igual que el de una sola línea radial; ese trabajo se representa en la ecuación (25.10). El trabajo efectuado a lo largo de los arcos circulares es cero, porque la dirección de la fuerza de Coulomb es perpendicular a esos arcos. Por consiguiente, el trabajo total, y el cambio de energía potencial, se definen con la misma ecuación a la que se llegó arriba al considerar un solo segmento radial. Obsérvese que cualquier trayectoria arbitraria entre P_1 y P_2 se puede aproximar con pequeños segmentos radiales y arcos circulares, y entonces el trabajo efectuado por la fuerza eléctrica es independiente de la trayectoria que une a P_1 con P_2; depende sólo de la posición inicial P_1 y la posición final P_2. Con esto se comprueba que la fuerza eléctrica ejercida por una carga puntual sobre otra es conservativa. En forma más general, la fuerza eléctrica ejercida por cualquier distribución estática de cargas eléctricas sobre una carga puntual es conservativa, porque cualquier distribución de cargas eléctricas se compone de cargas puntuales y cada una de ellas ejerce una fuerza eléctrica conservativa.

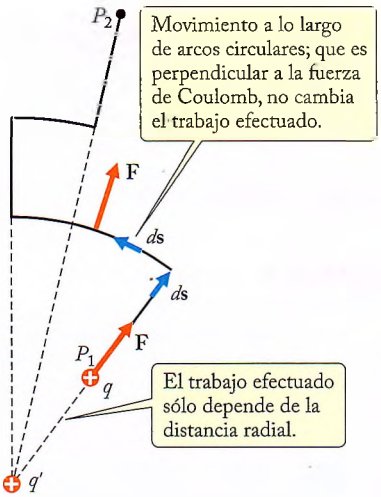


FIGURA 25.7 Esta trayectoria que une a P_1 con P_2 se compone de segmentos radiales y arcos circulares.

Para dos cargas de igual signo, la energía potencial eléctrica (25.11) *es positiva, y disminuye en proporción inversa a la distancia.* Una disminución de energía potencial con la distancia es característica de una fuerza de repulsión. *Para dos cargas de signo contrario, la energía potencial eléctrica es negativa*, y la magnitud de esa energía potencial negativa disminuye también en proporción inversa con la distancia (la energía potencial *aumenta* desde un valor negativo grande hasta cero). Ese aumento de energía potencial con la distancia es característico de una fuerza de atracción.

La dependencia de la energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales de signo contrario, respecto a la distancia, es igual a la dependencia de la energía potencial gravitacional de dos puntos materiales (masas puntuales) respecto a la distancia [véase la ecuación (9.20)]: ambas son inversamente proporcionales a la distancia. Es lo que se esperaba, porque matemáticamente la fuerza eléctrica es similar a la fuerza gravitacional; ambas son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia.

El potencial electrostático producido por la carga q' es $V = U/q$, es decir

potencial de Coulomb

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q'}{r} \tag{25.12}$$

A este potencial electrostático de una carga puntual se le llama **potencial de Coulomb**.

La figura 25.8*a* es una gráfica del potencial de Coulomb de una carga puntual positiva q' en función de la distancia. La figura 25.8*b* es una gráfica del potencial de Coulomb de una carga puntual negativa q' en función de la distancia. La figura 25.9

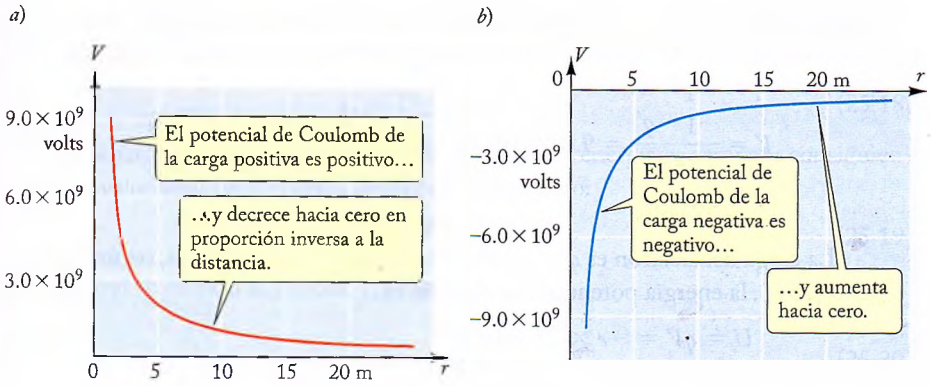


FIGURA 25.8 *a)* Potencial electrostático de una carga positiva q' en función de la distancia. Para esta gráfica, se considera que la magnitud de la carga es $q' = 1$ C. *b)* Potencial electrostático para una carga negativa de magnitud $q' = -1$ C.

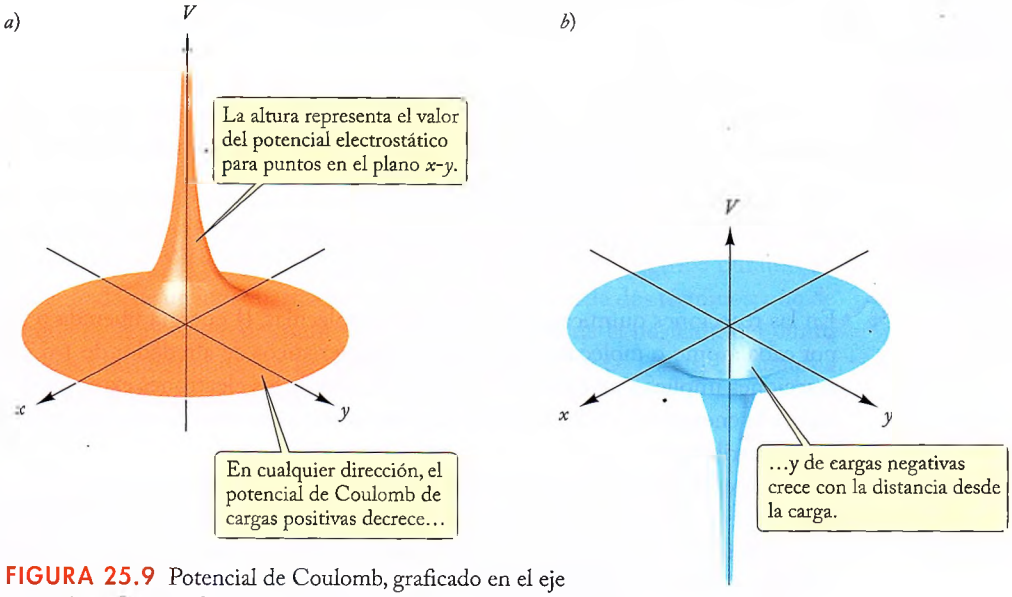


FIGURA 25.9 Potencial de Coulomb, graficado en el eje vertical, en función de la posición en dos dimensiones. La gráfica es para posiciones en un plano que contiene una carga puntual *a)* positiva y *b)* negativa.

muestra gráficas de potenciales de Coulomb para cada una de esas cargas puntuales, en función de la posición en dos dimensiones.

También la ecuación (25.12) define el potencial electrostático fuera de una esfera maciza cargada, o un cascarón esférico hueco cargado, o de cualquier distribución de carga con simetría esférica. El campo eléctrico *externo* a esas distribuciones esféricas de carga es igual al de una carga puntual, por lo que el potencial electrostático externo es el mismo que para una carga puntual.

EJEMPLO 2 El electrón de un átomo de hidrógeno está a 5.3×10^{-11} m del protón (véase la figura 25.10). El protón es una pequeña esfera de carga, $q' = e = 1.60 \times 10^{-19}$ C. ¿Cuál es el potencial electrostático generado por el protón a esa distancia? ¿Cuál es la energía potencial del electrón?

Conceptos en contexto

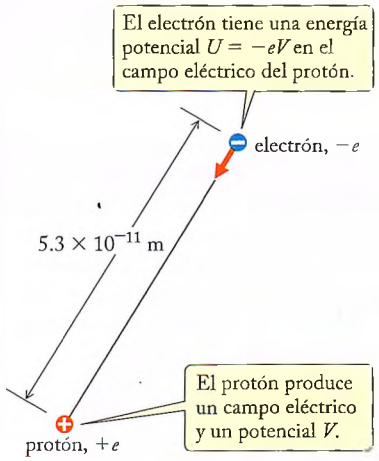


FIGURA 25.10 El protón ($+e$) y el electrón ($-e$) separados por una distancia de 5.3×10^{-11} m.

SOLUCIÓN: El potencial electrostático externo al protón es igual al de una carga puntual, así que, de acuerdo con la ecuación (25.12), el potencial electrostático producido por el protón es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q'}{r} = 9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \times \frac{(1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})}{(5.3 \times 10^{-11}\ \mathrm{m})} \tag{25.13}$$

$$= 27 \text{ volts}$$

La carga del electrón es $q = -e = -1.60 \times 10^{-19}$ C. Entonces, según la ecuación (25.6), la energía potencial del electrón es

$$U = qV = -e \times 27 \text{ volts} \tag{25.14}$$

$$= -1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C} \times 27 \text{ volts} = -4.3 \times 10^{-18}\ \mathrm{J} \tag{25.15}$$

Para fines de la física atómica, el joule es una unidad muy grande de energía, y es más cómodo dejar el resultado como en la ecuación (25.14), $U = -27\ e \times$ volt.

El producto de la carga elemental por la unidad de potencial, $e \times$ volt, o eV, es una unidad de energía. Esta unidad de energía se llama **electrón volt**. Se puede convertir en joules sustituyendo el valor numérico de e:

electrón volt (eV)

$$1\ \mathrm{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C} \times 1\ \mathrm{V} = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} \tag{25.16}$$

En las reacciones químicas, entre átomos o moléculas, la energía liberada o absorbida por cada átomo o molécula tiene valores característicos de alrededor de 1 o 2 eV. Esas reacciones implican un cambio en la distribución de los electrones externos de los átomos, y la energía de 1 o 2 eV representa una cantidad normal de energía necesaria para esa redistribución.

La energía mecánica de una carga puntual que se mueve en el campo eléctrico de otra carga puntual es la suma de la energía potencial y la energía cinética. La ley de la conservación de la energía para el movimiento de una carga puntual q en el campo eléctrico de una carga puntual q' fija tiene la forma

$$[\text{energía}] = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{r} = [\text{constante}] \tag{25.17}$$

Esta energía total permanece constante durante el movimiento. Como se vio en el capítulo 8, el examen de la energía revela algunas propiedades generales del movimiento. Es obvio que si qq' es negativo (cargas opuestas, fuerza de Coulomb de atracción), entonces, de acuerdo con la ecuación (25.17), siempre que r aumente, v debe disminuir, y cuando r disminuya v debe aumentar. Cuando qq' es positivo (cargas semejantes, fuerza de repulsión), r y v aumentan al mismo tiempo.

EJEMPLO 3 Un electrón está en reposo, al principio, a una distancia muy grande de un protón. Bajo la influencia de la atracción eléctrica, el electrón se mueve hacia el protón, el que permanece aproximadamente en reposo. ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando ha llegado hasta 5.3×10^{-11} m del protón? (véase la figura 25.11).

SOLUCIÓN: La palabra "al principio" parece indicar el uso de la igualdad, antes y después, de la energía total. Como el electrón al principio está en reposo, la energía cinética inicial es cero (véase la descripción del uso de la conservación de la energía en el inserto "Técnicas para resolución de problemas"). Además, "una distancia muy grande" implica el límite $r_0 \to \infty$, donde la energía potencial inicial es también

cero. La energía potencial del electrón es $U = qV = -eV$. La energía total es la suma de las energías potencial y cinética:*

$$K + U = \tfrac{1}{2}m_e v^2 - eV \tag{25.18}$$

Esta energía total se conserva. El valor inicial de la energía es cero; por consiguiente, el valor final de la energía también debe ser cero:

$$\tfrac{1}{2}m_e v^2 - eV = 0 \tag{25.19}$$

De aquí se despeja la rapidez v, y resulta

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} \tag{25.20}$$

De acuerdo con el ejemplo 2, $V = 27$ volts para $r = 5.3 \times 10^{-11}$ m, así que

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1.60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 27\ \text{volts}}{9.11 \times 10^{-31}\ \text{kg}}}$$

$$= 3.1 \times 10^{6}\ \text{m/s}$$

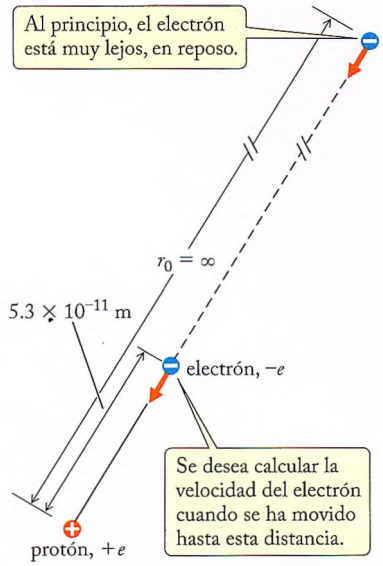


FIGURA 25.11 El electrón que se acerca se encuentra en cierto instante a la distancia de 5.3×10^{-11} m del protón.

Para cualquier campo eléctrico no uniforme se puede calcular la energía potencial eléctrica de una carga puntual q con el mismo método que para el campo eléctrico de una carga puntual: se expresa el trabajo efectuado por el campo eléctrico durante un desplazamiento desde un lugar hasta otro como una diferencia de dos términos; uno de ellos depende de la posición del punto de partida y el otro de la posición del punto de llegada. Esos dos términos son las energías potenciales U_1 y U_2 correspondientes a esos dos puntos. Entonces, el trabajo es

$$W = U_1 - U_2 \tag{25.21}$$

y la conservación de la energía mecánica nuevamente es [véase la ecuación (25.5)]

$$K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + U = [\text{constante}]$$

o bien, con $U = qV$,

$$K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + qV = [\text{constante}] \tag{25.22}$$

conservación de la energía

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS — CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA Y MOVIMIENTO DE UNA CARGA PUNTUAL

Debe tomarse en cuenta que el uso de la conservación de la energía, con la energía potencial eléctrica, tiene los tres pasos ya conocidos en otras formas de energía potencial:

1. Primero, escribir una ecuación de la energía de una carga (cinética + potencial) en un punto del movimiento [ecuación (25.18)].
2. Después, escribir una ecuación similar para la energía en otro punto.
3. Entonces, basarse en la conservación de la energía para igualar las dos expresiones [ecuación (25.19)].

Con esto se obtiene una ecuación, de la que se puede despejar la rapidez final de la carga desconocida (si se conoce la posición final) o la posición final desconocida (si se conoce la rapidez inicial).

* No confundir el símbolo v (velocidad) con el símbolo V (potencial).

Revisión 25.1

PREGUNTA 1: Supóngase que el potencial de una carga puntual es 100 V a 1 m de ella. ¿Cuál es el potencial a 10 m? ¿Y a 100 m?

PREGUNTA 2: Si la energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales que interactúan es positiva ¿qué se puede decir acerca de los signos de esas cargas?

PREGUNTA 3: De acuerdo con la figura 25.8 ¿dónde es máximo el potencial eléctrico de una carga positiva q'? ¿Dónde es mínimo? ¿Dónde es máximo el potencial eléctrico de una carga negativa q'? ¿Dónde es mínimo?

PREGUNTA 4: Una carga puntual q se mueve en el campo eléctrico de una carga puntual estacionaria q'. Si las cargas tienen el mismo signo y r aumenta, la velocidad de q

(A) aumentará (B) disminuirá (C) no cambiará

25.2 CÁLCULO DEL POTENCIAL A PARTIR DEL CAMPO

Toda distribución arbitraria estática se puede considerar formada por muchas cargas puntuales. Como la fuerza eléctrica generada por una carga puntual estacionaria es una fuerza conservativa, la fuerza eléctrica generada por esa distribución de cargas también debe ser una fuerza conservativa. Así, cuando una carga puntual q se mueve desde una posición P_0 hasta una posición P en el campo eléctrico de una distribución de cargas, el trabajo efectuado por la fuerza eléctrica siempre se puede expresar como una diferencia de dos términos de energía potencial:

$$W = U_0 - U \tag{25.23}$$

El trabajo se relaciona con la fuerza mediante la fórmula general $W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ [ecuación (7.16)], y la ecuación (25.23) se transforma en

$$\int_{P_0}^{P} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = U_0 - U$$

Acto seguido se podrá expresar la fuerza en términos del campo eléctrico ($\mathbf{F} = q\mathbf{E}$), y la energía potencial en función del potencial electrostático ($U = qV$):

$$\int_{P_0}^{P} q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = qV_0 - qV \tag{25.24}$$

Entonces se puede eliminar el factor q de ambos lados de esta ecuación, y despejar el potencial V:

$$V = -\int_{P_0}^{P} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + V_0 \tag{25.25}$$

En muchos cálculos se verá que conviene escribir la ecuación (25.25) en función del ángulo θ entre el campo eléctrico y el desplazamiento ds:

potencial electrostático a partir del campo

$$V = -\int_{P_0}^{P} E \cos\theta \, ds + V_0 \tag{25.26}$$

Esta fórmula permite calcular el potencial electrostático de cualquier distribución arbitraria de cargas si se conoce el campo eléctrico. En ese cálculo se debe comenzar en alguna posición P_0 en la que el potencial tenga un valor dado V_0, y evaluar la integral para alguna trayectoria que una esa posición P_0 con la posición P. Aunque la elección del valor del potencial de referencia V_0 es arbitraria, como se describió arriba, *lo convencional es, siempre que sea posible, adoptar el valor $V_0 = 0$ en el infinito, como en el potencial de Coulomb.* En los ejemplos que siguen se ilustra la forma en que se hacen esos cálculos.

EJEMPLO 4 Una esfera de radio R tiene una carga positiva total Q distribuida uniformemente en su volumen (véase la figura 25.12). Determínese el potencial electrostático dentro y fuera de la esfera.

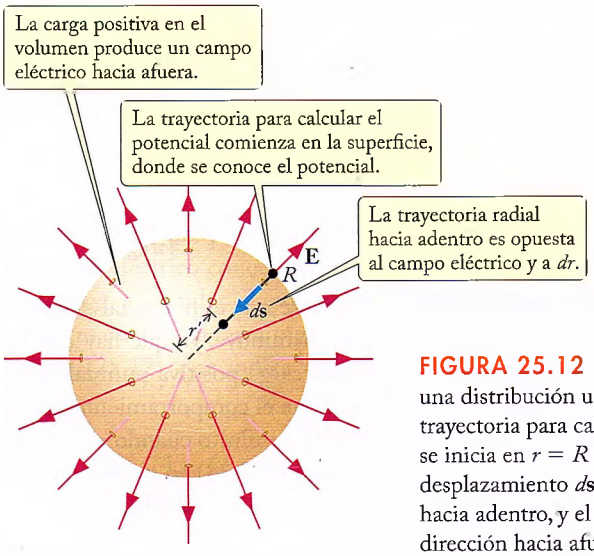


FIGURA 25.12 Una esfera de radio R con una distribución uniforme de carga. La trayectoria para calcular el potencial eléctrico se inicia en $r = R$ y termina en $r = r'$. El desplazamiento $d\mathbf{s}$ es en dirección radial hacia adentro, y el campo eléctrico $\mathbf{E}$ tiene dirección hacia afuera; por consiguiente, el ángulo θ entre $\mathbf{E}$ y $d\mathbf{s}$ es 180° y $\cos\theta = -1$.

SOLUCIÓN: Fuera de la esfera, el potencial es igual que para una carga puntual,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} \tag{25.27}$$

Para determinar el potencial en algún punto r' dentro de la esfera se debe evaluar la ecuación (25.26) a lo largo de una trayectoria radial que comience en algún punto donde se conozca el potencial. Se escogerá un punto en la superficie de la esfera y se integrará el campo eléctrico desde ese punto (en $r = R$) hasta un punto del interior, donde se desee calcular el potencial (en $r = r'$). Ya se conoce el potencial en $r = R$, de la ecuación (25.27),

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} \tag{25.28}$$

y se conoce el campo eléctrico dentro de la esfera, por la ecuación (24.18),

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r}{R^3} \tag{25.29}$$

Para una trayectoria radial hacia adentro, $ds = -dr$, y $\cos\theta = -1$ (véase la figura 25.12). Todo esto se sustituye en la ecuación (25.26), para obtener

$$V = -\int_{P_0}^{P} E\cos\theta\, ds + V_0 = -\int_R^{r'} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r}{R^3}\,dr + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} \tag{25.30}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^3}\int_R^{r'} r\,dr + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^3}\left(\frac{r^2}{2}\right)\Bigg|_R^{r'} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^3}\left(\frac{r'^2}{2} - \frac{R^2}{2}\right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} \tag{25.31}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2R^3}r'^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3Q}{2R} \tag{25.32}$$

La figura 25.13 es una gráfica del potencial en función del radio. El potencial es máximo en el centro. El valor de este máximo es, de acuerdo con la ecuación (25.32), para $r' = 0$,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3Q}{2R} \tag{25.33}$$

COMENTARIO: Obsérvese que el potencial dentro de la esfera continúa aumentando a medida que r' disminuye, ya que hay que hacer trabajo contra el campo eléctrico para mover una carga positiva puntual hacia el centro. Sin embargo, aumenta con más lentitud que el comportamiento proporcional $\propto Q/r'$ del potencial de Coulomb, que tendería a infinito cuando $r' \to 0$. En este caso, el potencial llega al valor finito de la ecuación (25.33) en $r' = 0$, que sólo es mayor que el valor en la superficie de la esfera por un factor de 3/2.

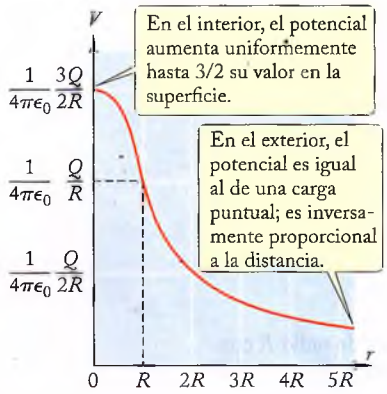


FIGURA 25.13 Potencial electrostático de una distribución esférica uniforme de carga.

EJEMPLO 5 Un cable coaxial está formado por un conductor cilíndrico largo, de radio a, concéntrico con un cascarón cilíndrico delgado de mayor radio, b (véase la figura 25.14). Si el conductor central tiene una carga $\lambda = Q/L$ por unidad de longitud, distribuida uniformemente en su superficie ¿cuál es la diferencia de potencial entre los conductores interior y exterior? Supóngase que el espacio entre ellos está vacío.

SOLUCIÓN: De nuevo se calculará el potencial integrando el campo eléctrico a lo largo de una trayectoria, que ahora será desde el conductor externo hasta el interno. Como sólo interesa la *diferencia* de potencial entre los conductores interno y externo, se definirá el potencial de referencia $V_0 = V_b$ en la ecuación (25.26). En los capítulos 23 y 24 se vio que el campo eléctrico fuera de una distribución de carga con simetría cilíndrica se define con las ecuaciones (23.10) y (24.23):

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r} \tag{25.34}$$

Si se integra radialmente hacia adentro, desde el diámetro del conductor externo ($r = b$) hasta el del conductor interno ($r = a$), de nuevo se tendrá $ds = -dr$, y $\cos\theta = -1$. Entonces,

$$V_a - V_b = -\int_{P_0}^{P} E\cos\theta\, ds = -\int_b^a \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}\,dr = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_b^a \frac{1}{r}\,dr$$

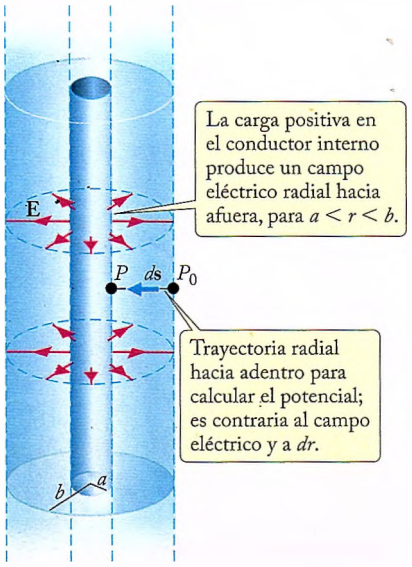


FIGURA 25.14 Un cable coaxial.

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(\ln r)\Big|_b^a = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}(\ln a - \ln b)$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{25.35}$$

en la última igualdad se ha usado $\ln a - \ln b = \ln(a/b) = -\ln(b/a)$.

COMENTARIO: El cilindro exterior no tuvo papel alguno en los cálculos, ya que para esta distribución simétrica sólo afecta al campo eléctrico cuando $r = b$. Obsérvese que debido a la dependencia logarítmica entre potencial y distancia, no se pudo haber calculado el potencial del conductor central sólo con respecto a una distancia infinita; el resultado habría sido infinito. Ésta es una reflexión acerca del hecho de haber construido una distribución infinita de carga. En uso real, para un cable coaxial el conductor externo tiene una carga opuesta por unidad de longitud, $\lambda = -Q/L$, por lo que $E = 0$ en el exterior, y se puede hacer que el potencial de referencia sea $V_0 = 0$, en cualquier punto fuera del cable.

En los ejemplos anteriores, del cálculo del potencial electrostático de una distribución de cargas, se partió del campo eléctrico conocido. Pero también es posible comenzar con la distribución de carga y calcular el potencial en forma directa, sin ocuparse del campo eléctrico. A veces ésa es una tarea mucho más fácil. Para ese cálculo directo se empleará la ecuación (25.12), que indica cuánto contribuye una carga puntual al potencial:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$$

Si la distribución de cargas se compone de varias cargas puntuales, el potencial electrostático en algún punto es la suma de los potenciales de Coulomb individuales, evaluados en ese punto,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{Q_i}{r_i} \tag{25.36}$$

Cualquier otra distribución de carga se puede considerar como formada por pequeños elementos de carga dQ, cada uno de los cuales a su vez se puede considerar como carga puntual. Cada uno de esos elementos de carga aportará una cantidad dV al potencial en un punto,

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r} \tag{25.37}$$

El potencial neto de la distribución de cargas es, entonces, la suma o la integral de todas las contribuciones de todos esos elementos de carga puntual:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dQ}{r} \tag{25.38}$$

potencial de una distribución continua de carga

Tenga en cuenta que, como se están examinando contribuciones de carga puntuales y usando el potencial de Coulomb, el potencial calculado será con respecto a $V_0 = 0$ en el infinito, el cero convencional de potencial.

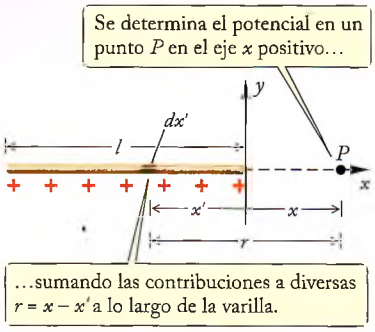


FIGURA 25.15 Una varilla con una distribución uniforme de carga.

EJEMPLO 6 Una varilla de longitud l tiene una carga Q distribuida uniformemente a lo largo de su longitud (véase la figura 25.15). Determínese el potencial electrostático a una distancia x de un extremo de la varilla.

SOLUCIÓN: Se examinará un pequeño segmento dx' de la varilla. Como la carga por unidad de longitud es Q/l, en este segmento la carga es $dQ = (Q/l)dx'$. La distancia de este segmento al punto P es $r = x - x'$ (en este caso, x' es una cantidad negativa; véase la figura 25.15). De acuerdo con la ecuación (25.37), el segmento hace la siguiente aportación al potencial en el punto P:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(Q/l)dx'}{x - x'}$$

La integral de esto a lo largo de la varilla, desde $x' = -l$ hasta $x' = 0$, da como resultado el potencial total en la posición P:

$$V(P) = V(x) = \int_{-l}^{0} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q/l}{x - x'}dx'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{l}\Big[-\ln(x - x')\Big]\Big|_{-l}^{0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{l}\ln\left(\frac{x + l}{x}\right)$$

COMENTARIO: La distribución de cargas a lo largo de la varilla produce un potencial total proporcional a $\ln[(x + l)/x]$ que, como el potencial de Coulomb, se modifica en $x = 0$. También, $V(x)$ tiende al potencial de Coulomb a distancias grandes, donde es difícil distinguir la varilla desde una carga puntual. Eso se puede ver desarrollando el logaritmo para valores pequeños de l/x, porque para z pequeña, $\ln(1 + z) \approx z$. Así,

$$V(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{l}\ln\left(\frac{x + l}{x}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{l}\ln\left(1 + \frac{l}{x}\right) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{l}\frac{l}{x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{x}$$

que es idéntico al potencial de Coulomb.

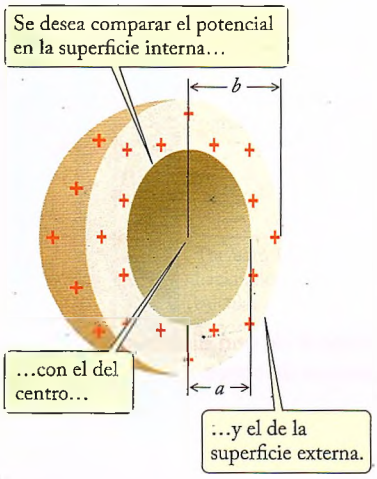


FIGURA 25.16 Un cascarón cargado.

✔ Revisión 25.2

PREGUNTA 1: Para una esfera de radio R con una distribución volumétrica uniforme de carga positiva ¿dónde es máximo el potencial eléctrico, y dónde es mínimo? Para una esfera de radio R con una distribución uniforme de carga negativa ¿dónde es máximo el potencial eléctrico y dónde es mínimo?

PREGUNTA 2: Una distribución de carga esférica hueca produce un campo eléctrico cero en su interior. ¿Quiere decir eso que el potencial eléctrico también es cero en el interior?

PREGUNTA 3: Un campo eléctrico uniforme se dirige a lo largo del eje x. ¿Aumenta o disminuye el potencial eléctrico correspondiente en función de x?

PREGUNTA 4: Un anillo delgado de radio R tiene una carga Q distribuida en su circunferencia. ¿Cuál es el potencial electrostático en el centro del anillo? ¿Es necesario que la carga esté distribuida uniformemente alrededor del anillo?

PREGUNTA 5: Un cascarón esférico grueso, aislante, con radio interior a y radio exterior b tiene una carga positiva Q distribuida uniformemente en su volumen; el interior del

cascarón está vacío (véase la figura 25.16). El potencial electrostático en $r = a$ ¿es mayor, menor o igual al que hay en $r = b$? El potencial electrostático en $r = 0$ ¿es mayor, menor o igual al que hay en $r = a$?

(A) Mayor, mayor (B) Mayor, menor (C) Mayor, igual
(D) Menor, mayor (E) Menor, igual

25.3 POTENCIAL EN CONDUCTORES

Ya que el campo eléctrico en un cuerpo conductor en equilibrio electrostático es cero, la ecuación (25.26) implica que la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera dentro de un cuerpo conductor es cero. Entonces, *todos los puntos dentro de un cuerpo conductor tienen el mismo potencial electrostático.* Por ejemplo, como la tierra es conductora, todos los puntos de la superficie terrestre o dentro de la Tierra tienen el mismo potencial electrostático; es decir, la superficie de la Tierra es una equipotencial. En experimentos con circuitos eléctricos conviene adoptar la convención de que el potencial de la superficie terrestre es cero, $V = 0$. Se dice que la superficie terrestre es la **tierra eléctrica**, y que todo conductor conectado a ella está aterrizado. Por ejemplo, la tercera terminal (el agujero redondo) de un receptáculo eléctrico doméstico ordinario (figura 25.17) está conectado a tierra, o aterrizado; está conectado con una placa o una varilla enterrada fuera de la casa. Esta terminal aterrizada está planeada como dispositivo de seguridad. Si falla el aislamiento de un taladro eléctrico o de cualquier otro electrodoméstico, la corriente eléctrica de las terminales "vivas" (las patas planas) puede alejarse sin peligro pasando directamente a la tierra.

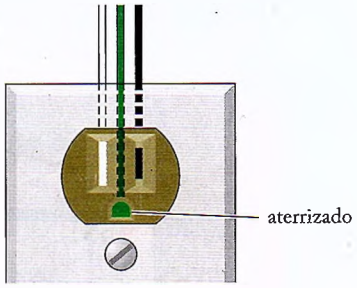


FIGURA 25.17 Terminal a tierra de una toma de corriente con tres agujeros.

EJEMPLO 7 Una esfera conductora de radio R tiene una carga positiva total Q uniformemente distribuida en su superficie. ¿Cuál es el potencial electrostático dentro y fuera de la esfera?

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: Como se vio en la sección 25.1, fuera de la esfera el potencial es igual que el de una carga puntual,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} \quad (r \geq R) \tag{25.39}$$

Dentro del conductor, el potencial es igual en todas partes, por lo que tiene el mismo valor que en la superficie de la esfera, donde $r = R$.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} \quad (r \leq R)$$

En la figura 25.18 se ve una gráfica de este potencial. Obsérvese que para esa esfera, el campo eléctrico baja en forma discontinua hasta cero, dentro de la esfera, pero el potencial electrostático es continuo y permanece constante dentro de la esfera.

COMENTARIO: Se habría obtenido el mismo resultado si se hubiera considerado un cascarón conductor hueco; en ese caso, no habría carga dentro del cascarón, por lo que no habría campo, y habría un potencial constante.

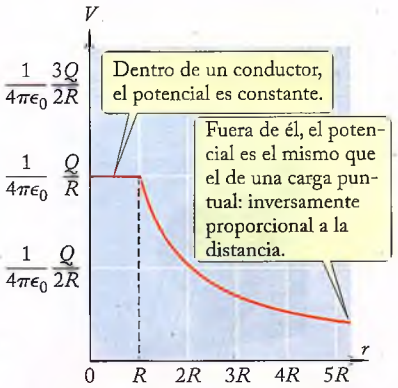


FIGURA 25.18 Potencial electrostático de una esfera metálica (conductora) maciza.

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA — BLINDAJE ELÉCTRICO

La ausencia de campos eléctricos en cavidades cerradas rodeadas por conductores tiene aplicaciones físicas importantes. Los instrumentos eléctricos delicados se pueden blindar contra los campos eléctricos atmosféricos y otros campos eléctricos dispersos (también llamados *parásitos, fugitivos,* etc.), colocándolos en una caja de lámina metálica. Esa caja se llama **jaula de Faraday**. La figura 1 muestra una jaula de Faraday del tamaño de un recinto, que también se llama *cuarto de blindaje* o *pantalla electrostática*. Con frecuencia, la caja es de malla de alambre delgado de cobre y no de lámina; aunque la malla metálica no tiene las propiedades aislantes perfectas de la lámina metálica maciza, proporciona un blindaje suficientemente bueno para la mayoría de sus requerimientos. Una malla es adecuada por ser flexible y porque se puede ver a través de ella.

El blindaje de las construcciones contra los rayos se basa en el mismo principio. La figura 2 muestra una marquesina de protección, formada por un conjunto de alambres para blindar una construcción que se usa para almacenar materiales inflamables o explosivos. Los huecos entre los alambres permiten la penetración de algunas líneas de campo, y el blindaje que proporciona esa marquesina es todavía menos perfecto que el de una malla de alambre; pero la intensidad de los campos atmosféricos externos queda atenuada a tal grado que logra evitar que el rayo llegue a la construcción.

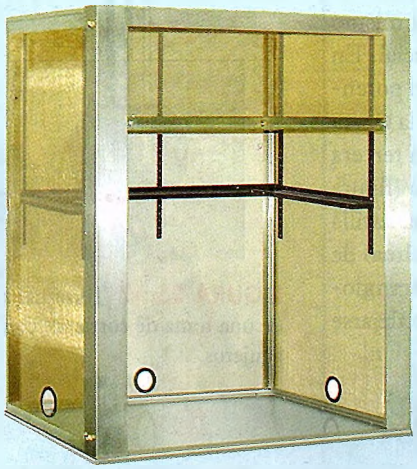


FIGURA 1 Un cuarto de blindaje o jaula de Faraday del tamaño de un recinto.

FIGURA 2 Una cubierta de construcción que proporciona blindaje electrostático de protección.

Con la ecuación (25.26) se puede demostrar un interesante teorema acerca del campo eléctrico en un cuerpo conductor con una cavidad vacía, totalmente cerrada (véase la figura 25.19): *dentro de una cavidad vacía y cerrada, dentro de un conductor homogéneo, el campo eléctrico es exactamente cero*. La demostración del teorema es por contradicción. Si hubiera un campo eléctrico dentro de esa cavidad, tendría que haber líneas de campo allí. Considérese una de esas líneas de campo. Como la cavidad está vacía (no contiene carga), la línea de campo no puede terminar o comenzar dentro del espacio de la cavidad; por consiguiente debe comenzar y terminar en la superficie de la cavidad, como se muestra en la figura 25.19; tenga en cuenta que la línea de campo no puede penetrar en el material conductor, porque en ese material el campo eléctrico es cero. Ahora bien, se puede suponer que en el punto donde comienza la línea de campo, el potencial tiene el valor V_0, y evaluar la ecuación (25.26) para una trayectoria que siga a la línea de campo, desde su inicio hasta su otro extremo. El campo eléctrico siempre es tangente a la línea de campo, por lo que $\theta = 0$ y $\cos\theta = 1$. Por consiguiente, $-E\cos\theta\, ds$ es negativo. De acuerdo con la ecuación (25.26), eso quiere decir que V es menor que V_0. Pero esa diferencia de potencial entre V y V_0 es imposible, porque esos poten-

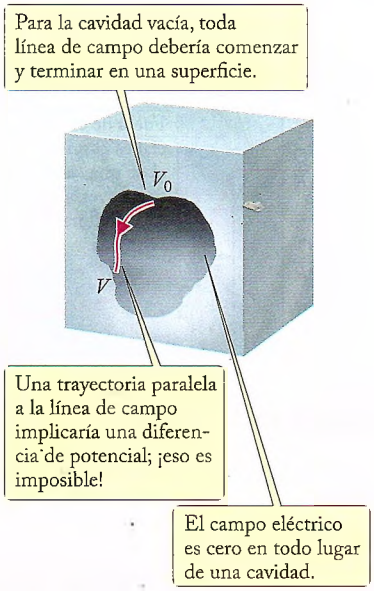


FIGURA 25.19 Cavidad vacía en un volumen de material conductor. La línea roja es una línea de campo hipotética en la cavidad.

De la misma manera, la lámina metálica de un automóvil proporciona un blindaje adecuado contra los rayos. Las ventanas del automóvil forman grandes huecos y permiten la penetración de algunas líneas de campo. Pero la intensidad del campo atmosférico externo se atenúa hasta tal grado que es imposible que los rayos lleguen a los ocupantes del automóvil. La figura 3 muestra un impacto directo de rayo contra un automóvil.

FIGURA 3 Rayo que cae sobre un automóvil.

Los trajes conductores se usan para blindar a los trabajadores de servicios eléctricos, que están en contacto directo con líneas vivas de transmisión (véase la figura 4). Muchas líneas eléctricas de alto voltaje trabajan a 400 kV, y están rodeadas por campos eléctricos bastante intensos. Para las reparaciones y limpieza rutinaria de los aisladores, el trabajador usa un traje protector de tela gruesa que contiene una malla tejida de alambres de acero inoxidable que la hace conductora. Este traje blinda el cuerpo contra los campos eléctricos externos.

FIGURA 4 Traje conductor que usa un trabajador de servicio eléctrico, al hacer reparaciones "a mano limpia" a una línea eléctrica viva.

ciales se evalúan en la superficie del conductor, y todos los puntos de un conductor están necesariamente al mismo potencial. Con esta contradicción se establece el teorema. El hecho de que el campo eléctrico sea cero en la cavidad de un conductor es muy útil, como se describe en el inserto "La física en la práctica. Blindaje eléctrico".

✔ Revisión 25.3

PREGUNTA 1: Dos esferas conductoras están conectadas por un alambre conductor (véase la figura 25.20). Si una esfera tiene radio R_1 y carga positiva Q_1 ¿está distribuida esa carga uniformemente sobre su superficie? ¿Es su potencial $V = (1/4\pi\epsilon_0)Q_1/R_1$? ¿Es su potencial igual al de la otra esfera?

PREGUNTA 2: Un avión vuela a través de una nube de tormenta, donde hay grandes campos eléctricos. ¿Afectan esos campos a los ocupantes del avión?

PREGUNTA 3: Una bola aislada de acero, de 1.0 cm de diámetro y una bola de demolición de 1.0 m de diámetro tienen cada una la misma cantidad de carga. En comparación con la bola pequeña, el potencial electrostático de la bola grande de acero es

(A) Mayor (B) Menor (C) Igual

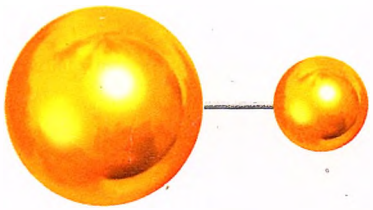


FIGURA 25.20 Dos esferas conductoras conectadas por un alambre conductor.

25.4 CÁLCULO DEL CAMPO A PARTIR DEL POTENCIAL

En la sección 25.2 se calculó el potencial electrostático a partir del campo eléctrico. Ahora se verá cómo calcular el campo eléctrico a partir del potencial. Para este fin se comenzará con la ecuación (25.26) y se supondrá, por el momento, que ds es un desplazamiento pequeño en dirección del campo eléctrico. Con $\theta = 0$, la ecuación (25.26) se puede escribir como sigue:

$$\int E\,ds = -(V - V_0) \tag{25.40}$$

Si la integración sólo se hace sobre un intervalo pequeño, el campo eléctrico es aproximadamente constante, y el cambio de potencial es pequeño, $V - V_0 = dV$. Entonces, la ecuación (25.40) se reduce a

$$E\,ds = -dV$$

de donde se puede despejar E:

campo eléctrico a partir del potencial

$$E = -\frac{dV}{ds} \tag{25.41}$$

Esto indica que el campo eléctrico es igual a la derivada negativa del potencial con respecto al desplazamiento.

EJEMPLO 8

El potencial electrostático generado por un par de placas conductoras paralelas y con carga opuesta es [ecuación (25.7)]:

$$V = -E_0 y \tag{25.42}$$

Para este potencial, verifíquese que la ecuación (25.41) llegue al valor correcto del campo eléctrico.

SOLUCIÓN: Según la ecuación (25.41),

$$E = -\frac{dV}{ds} = -\frac{dV}{dy} = -\frac{d}{dy}(-E_0 y) = E_0$$

que es el resultado que se esperaba.

Si el pequeño desplazamiento ds no es en la dirección del campo eléctrico, se debe conservar el factor $\cos\theta$ en la ecuación (25.26), y en lugar de la ecuación (25.41) se llegará a

$$E\cos\theta = -\frac{dV}{ds}$$

Como $E\cos\theta$ es el componente del campo eléctrico en la dirección del desplazamiento, esta fórmula indica que el componente del campo eléctrico en cualquier dirección es igual a la derivada negativa del potencial con respecto al desplazamiento en esa

dirección. En consecuencia, se llegará a E_x si se hace un pequeño desplazamiento en dirección x; se obtendrá E_y si se hace un pequeño desplazamiento en la dirección y, y E_z si se hace un pequeño desplazamiento en la dirección z. En cada caso se supone que se están manteniendo constantes las demás variables (por ejemplo, para un desplazamiento en la dirección x, se consideran constantes y y z). En matemáticas se usa el símbolo *derivada parcial* para esta operación; por ejemplo, $\partial/\partial x$ en vez de d/dx. Entonces, los componentes del campo eléctrico se obtienen con

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \tag{25.43}$$

Para obtener cada componente de **E** para determinado V, tan sólo se manejan las demás variables como constantes, al sacar la derivada con respecto a la variable de interés.

EJEMPLO 9 En la sección 25.1 se vio que el potencial fuera de una esfera cargada es el potencial de Coulomb, $V = (1/4\pi\epsilon_0)Q/r$. El potencial de Coulomb se puede expresar en coordenadas rectangulares usando la identidad $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Partiendo de esta forma del potencial, obtengánse los componentes x, y y z del campo eléctrico.

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: El potencial de Coulomb en coordenadas rectangulares es tan sólo

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Mediante la ecuación (25.43) se evaluará E_x:

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2} \times (2x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.$$

De igual modo, para E_y y E_z resulta

$$E_y = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad \text{y} \quad E_z = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \tag{25.44}$$

COMENTARIO: Las ecuaciones anteriores se pueden reconocer como componentes x, y y z del acostumbrado campo radial de Coulomb. Por ejemplo, la segunda de las ecuaciones (25.44) es

$$E_z = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{z}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{z}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cos\theta$$

y aquí θ es el ángulo entre el vector campo eléctrico y el eje z, como se ve en la figura 25.21.

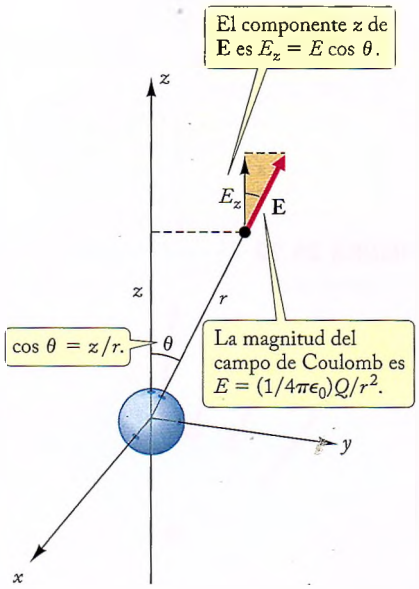


FIGURA 25.21 Vector campo eléctrico radial y su componente z.

Los resultados que se obtuvieron en los dos ejemplos anteriores no representan algo nuevo, porque ya se conoce el campo eléctrico en esos ejemplos; los cálculos sólo verifican la consistencia de las fórmulas. Sin embargo, cuando no se conoce el campo eléctrico, se puede usar la ecuación (25.41) para calcularlo, siempre que se cuente con

algún medio para determinar el potencial. Como se indicó antes, en la sección 25.2, si se especifica la distribución de cargas, se puede determinar el potencial considerando la distribución de cargas como un conjunto de cargas puntuales, donde cada una contribuye con un potencial de la forma (25.37). El potencial neto es entonces la suma de estas contribuciones de cargas puntuales, expresada por la ecuación (25.38).

El proceso de calcular el potencial a partir de la distribución de cargas, para después calcular el campo eléctrico a partir del potencial, puede ser bastante más fácil que calcular el campo eléctrico en forma directa a partir de la distribución de cargas. Esto se debe a que el potencial es una cantidad escalar, por lo que no es necesario manejar componentes vectoriales para sumar las contribuciones.

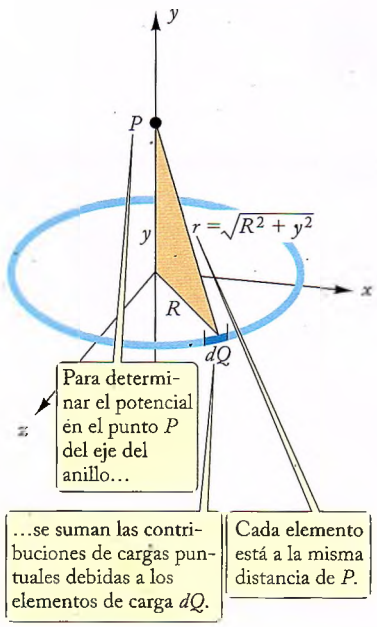


FIGURA 25.22 Un anillo cargado uniformemente.

EJEMPLO 10 Una carga Q está distribuida uniformemente a lo largo de la circunferencia de un anillo delgado de radio R (véase la figura 25.22). Calcúlese el potencial en el eje del anillo y determínese el campo eléctrico.

SOLUCIÓN: Para determinar el potencial se supondrá que el anillo está formado por muchos y pequeños elementos de carga, cada uno de los cuales se puede considerar como una carga puntual (véase la figura 25.22). Si uno de esos elementos tiene carga dQ, su contribución al potencial a una distancia r es

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{\sqrt{R^2 + y^2}} \tag{25.45}$$

Como la distancia $r = \sqrt{R^2 + y^2}$ no depende de dónde se encuentre la carga dQ en la circunferencia, todos los pequeños elementos de carga en el anillo aportan de la misma manera, y la contribución neta al potencial tiene, por consiguiente, la forma de la ecuación (25.45), sustituyendo la contribución de la carga dQ por la carga total $\int dQ = Q$:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2 + y^2}} \tag{25.46}$$

El campo eléctrico a lo largo del eje es la derivada negativa del potencial con respecto a y:

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\partial}{\partial y}\frac{Q}{\sqrt{R^2 + y^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qy}{(R^2 + y^2)^{3/2}}$$

Ya se había llegado a este mismo resultado en el capítulo 23, usando la técnica de integración del vector campo eléctrico, mucho más difícil, de acuerdo con la ley de Coulomb. Aquí el cálculo fue sencillo.

superficie equipotencial

Una superficie matemática en la que el potencial electrostático tiene un valor fijo y constante se llama **superficie equipotencial**. La figura 25.23 muestra las superficies equipotenciales correspondientes al potencial de una lámina plana con carga uniforme; esas superficies son planos paralelos. La figura 25.24 muestra las superficies equipotenciales correspondientes al potencial de una carga puntual; son esferas concéntricas. La figura 25.25 muestra las superficies equipotenciales de un par de cargas positiva y negativa

de igual magnitud. Las superficies equipotenciales correspondientes a determinado potencial permiten tener una representación gráfica del potencial.

Obsérvese que el campo eléctrico siempre es perpendicular a las equipotenciales. Es una consecuencia inmediata de la ecuación (25.41): en toda superficie equipotencial, el potencial es constante, es decir, $dV = 0$; en consecuencia, para un desplazamiento ds sobre esa superficie, $E = -dV/ds = 0$, lo que indica que el campo eléctrico en la dirección tangencial a la superficie es cero. Por consiguiente, el campo eléctrico debe ser totalmente perpendicular a la superficie (véase la figura 25.26).

Por el contrario, si el campo eléctrico es siempre perpendicular a una superficie dada, esa superficie debe ser equipotencial. Eso también es una consecuencia de la ecuación (25.41); si el campo eléctrico es cero en dirección paralela a la superficie, entonces, para un desplazamiento ds paralelo a la superficie, $dV = 0$ y el potencial es constante. Como ya se sabe (de la sección 24.5) que sobre la superficie de cualquier conductor en equilibrio electrostático el campo eléctrico es perpendicular a esa superficie, se podrá concluir que toda superficie conductora es una superficie equipotencial. Esta conclusión concuerda con la afirmación general que se hizo en la sección 25.3: el potencial es constante a través de cualquier conductor.

Tenga en cuenta que las superficies equipotenciales son superficies de energía constante para determinada carga. Así, no se requiere energía para mover una carga sobre una superficie de potencial constante, porque ese movimiento no va contra ningún campo eléctrico (véase la figura 25.26). Sin embargo, para mover cargas en dirección perpendicular a esas superficies sí se requiere trabajo, porque el campo eléctrico es perpendicular a la superficie equipotencial.

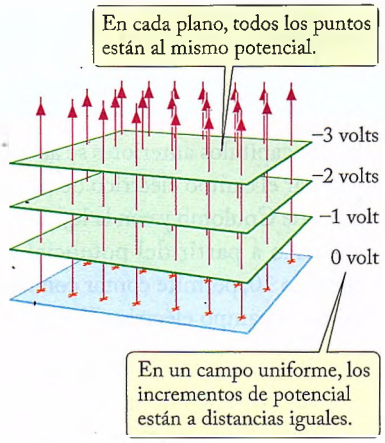


FIGURA 25.23 Superficies equipotenciales para una lámina plana muy grande, con una distribución uniforme de cargas. Las equipotenciales son planos. Esto indica que todos los puntos que están a la misma altura sobre la lámina están al mismo potencial.

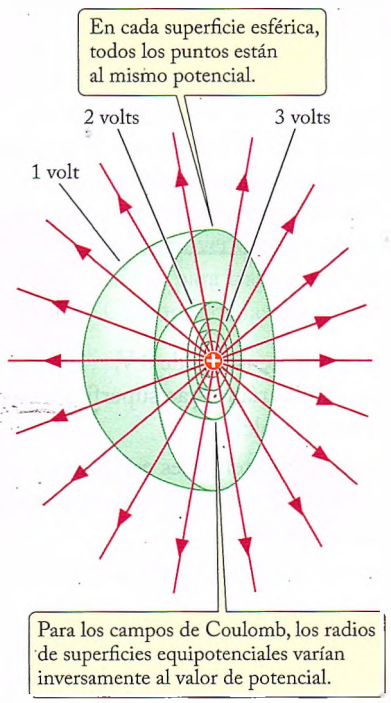


FIGURA 25.24 Superficies equipotenciales para una carga puntual positiva. Son esferas concéntricas. Eso indica que los puntos a la misma distancia de la carga central están al mismo potencial.

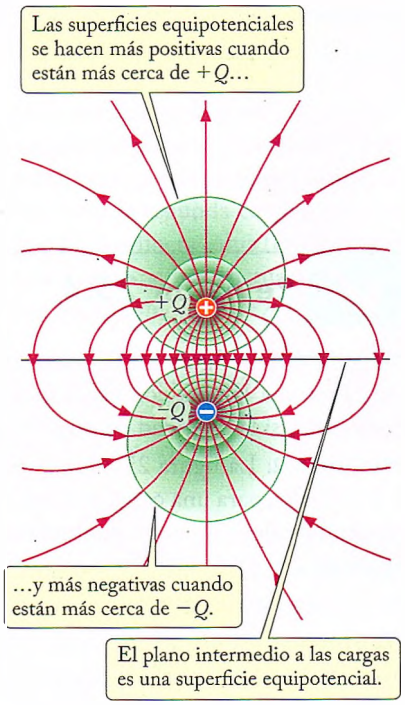


FIGURA 25.25 Superficies equipotenciales para una carga puntual positiva y una negativa, de magnitudes iguales. Obsérvese que el plano intermedio de las cargas es una equipotencial.

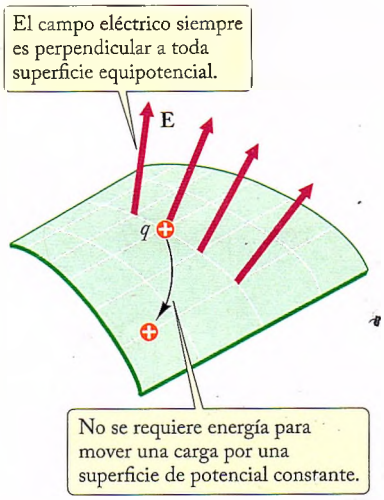


FIGURA 25.26 El campo eléctrico siempre es perpendicular a la superficie equipotencial. Si una carga q se mueve en esta superficie, el campo eléctrico no efectúa trabajo sobre ella.

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EL POTENCIAL ELECTROSTÁTICO Y EL CAMPO ELECTROSTÁTICO

En los capítulos anteriores se abordaron los dos métodos para calcular el campo eléctrico de una distribución de cargas: con la ley de Coulomb y con la ley de Gauss. El cálculo del campo eléctrico a partir del potencial electrostático, como en el ejemplo 10, permite contar con un tercer método para determinar el campo eléctrico.

1 El primer paso de este método es determinar el potencial electrostático de la distribución de cargas. Para este fin suele ser más cómodo introducir coordenadas x, y y z con el origen en algún lugar cercano a la distribución de cargas (compárese con la figura 25.22). Si la distribución de cargas se compone de un conjunto de varias cargas puntuales, el potencial electrostático neto no es más que la suma de los potenciales electrostáticos individuales de las cargas puntuales. Obsérvese que, como el potencial es escalar, la suma de los potenciales individuales es una suma ordinaria de números ordinarios, y es mucho más fácil de evaluar que la suma vectorial necesaria para calcular el campo eléctrico neto con la ley de Coulomb. Si la distribución de cargas es continua (como la distribución de cargas a lo largo del anillo del ejemplo 10), se debe considerar como un conjunto de muchos elementos pequeños (infinitesimales) de carga, y manejar cada uno como una carga puntual. Entonces, el potencial neto es la integral de todos esos pequeños elementos sobre sus potenciales electrostáticos.

2 El segundo paso es calcular el campo eléctrico diferenciando el potencial según la ecuación (25.41). Si la simetría del problema permite determinar la dirección del campo eléctrico, la magnitud de éste es la derivada negativa del potencial V con respecto al desplazamiento s en esa dirección:

$$E = -\frac{dV}{ds}$$

3 Si la dirección del campo eléctrico no es obvia, se podrán calcular los componentes x, y y z del campo eléctrico diferenciando el potencial V en las direcciones x, y y z:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Para calcular los tres componentes se requiere conocer la dependencia completa de V respecto a x, y y z. Por ejemplo, la ecuación (25.46) indica la dependencia de V respecto a y a lo largo del eje de un anillo con carga, pero no indica la dependencia respecto a x o a z en puntos fuera del eje; por consiguiente, no se puede usar la ecuación (25.46) para determinar los componentes x o z del campo eléctrico para puntos fuera del eje.

✔ Revisión 25.4

PREGUNTA 1: La figura 25.23 muestra las superficies equipotenciales de 0 V, −1 V, −2 V, etc., para una lámina con carga uniforme. ¿Cómo cambiarían estas superficies equipotenciales si la densidad de carga en la lámina fuera el doble?

PREGUNTA 2: La figura 25.24 muestra las superficies equipotenciales esféricas de 1 V, 2 V, 3 V, etc., para una carga puntual. ¿Cómo cambiarían los radios de estas superficies equipotenciales si la carga puntual tuviera una magnitud doble?

PREGUNTA 3: Descríbanse las superficies equipotenciales del campo eléctrico producido por una línea larga y recta de carga.

PREGUNTA 4: El plano intermedio entre un par de cargas positiva y negativa de igual magnitud es una superficie equipotencial (véase la figura 25.25). ¿Sucede lo mismo si ambas cargas tienen el mismo signo?

PREGUNTA 5: ¿Puede haber un campo eléctrico distinto de cero en un lugar donde el potencial es cero? ¿Puede haber un potencial distinto de cero en un lugar donde el campo eléctrico es cero?

(A) No, no (B) No, sí (C) Sí, no (D) Sí, sí

25.5 ENERGÍA DE SISTEMAS DE CARGAS

Las distribuciones de cargas eléctricas se aplican en física e ingeniería para producir campos eléctricos, y también para almacenar energía eléctrica. Por ejemplo, la energía para el funcionamiento del *flash* de una cámara fotográfica se almacena en una distribución de cargas acumulada en un sistema de placas paralelas (llamado *capacitor*) en la unidad del *flash*. En consecuencia, es importante calcular la energía eléctrica contenida en una distribución de cargas.

El arreglo más sencillo consiste en dos cargas puntuales, q y q', separadas por una distancia r. La energía potencial eléctrica de este sistema es

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{r} \tag{25.47}$$

Se puede considerar que esta energía potencial es el trabajo requerido para trasladar q desde una distancia infinita hasta una distancia r de q'. Es una energía potencial *mutua*, que pertenece tanto a q como a q', es decir, es una energía asociada a la configuración relativa del par (q, q').

Para distribuciones que consisten en más de dos cargas, la energía potencial neta se puede calcular formulando un término similar al de la ecuación (25.47) para *cada par* de cargas. Por ejemplo, si se trata de tres cargas q_1, q_2 y q_3 (véase la figura 25.27), hay tres pares posibles: (q_1,q_2), (q_2,q_3) y (q_1,q_3), y la energía potencial neta del sistema es

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_3}{r_{13}} \tag{25.48}$$

energía potencial de un sistema de cargas puntuales

donde r_{12}, r_{23} y r_{13} son las distancias indicadas en la figura 25.27. Esta energía potencial es el trabajo necesario para colocar las cargas en la configuración final que muestra la figura 25.27, a partir de una condición inicial de separación infinita de todas las cargas.

Se puede visualizar que esta suma de las energías potenciales de cada par da como resultado la energía total correcta si se colocan las cargas una por una. Por ejemplo, para las tres cargas, no se necesita energía para traer una primera carga a su posición (porque no hay campos eléctricos contra los cuales actuar). Para traer la segunda carga a su posición es necesario moverla en el potencial de Coulomb de la primera carga (es el término q_1q_2). Por último, para traer la tercera carga a su posición se necesita actuar contra los campos de Coulomb de las dos primeras cargas (son los términos q_2q_3 y q_1q_3).

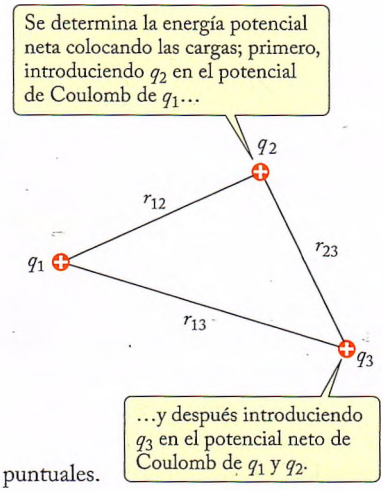


FIGURA 25.27 Tres cargas puntuales.

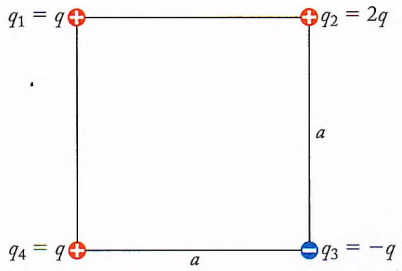


FIGURA 25.28 Cuatro cargas puntuales.

EJEMPLO 11 Cuatro cargas, $q_1 = q$, $q_2 = 2q$, $q_3 = -q$ y $q_4 = q$, están esquinas de un cuadrado de lado a, como se ve en la figura Si $q = 2.0\ \mu\text{C}$ y $a = 7.5$ cm, ¿cuál fue la energía total necesaria para form sistema de cargas?

SOLUCIÓN: Para conocer la energía total se suman todas las energías pote de los pares individuales:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{q_1q_4}{r_{14}} + \frac{q_2q_4}{r_{24}} + \frac{q_3q_4}{r_{34}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{(q)(2q)}{a} + \frac{(q)(-q)}{\sqrt{2}a} + \frac{(2q)(-q)}{a} + \frac{(q)(q)}{a} + \frac{(2q)(q)}{\sqrt{2}a} + \frac{(-q)(q}{a}\right.$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{a}\left(2 + \frac{-1}{\sqrt{2}} - 2 + 1 + \frac{2}{\sqrt{2}} - 1\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{a}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= (9.0 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(2.0 \times 10^{-6}\ \text{C})^2}{(0.075\ \text{m})}\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.34\ \text{J}$$

En las aplicaciones prácticas, se suelen depositar cargas puntuales en conduct y cada conductor contiene muchas cargas puntuales. Sumando las contribuciones a formar ese sistema se podrá calcular la energía potencial de un sistema de cargas colocadas en conductores.

Primero, se considera una sola esfera conductora de radio R. Cuando tiene algo de carga q, su potencial electrostático es $V = (1/4\pi\epsilon_0)(q/R)$. Si esta carga cambia una pequeña cantidad dq, entonces la energía potencial cambiará en una cantidad dU definida por

$$dU = V\,dq$$

Si se acumula una carga total Q en pequeños incrementos, desde $q = 0$ hasta $q = Q$, se podrán sumar las contribuciones a la energía potencial durante ese proceso:

$$U = \int dU = \int V\,dq = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R}\,dq$$

El radio R de la esfera no cambia cuando se le agrega carga, por lo que lo anterior es tan sólo

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}\int_0^Q q\,dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}\frac{1}{2}Q^2$$

o bien, escribiendo lo anterior en función del potencial final $V = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/R)$,

energía potencial de un conductor

$$U = \tfrac{1}{2}QV \qquad (25.4-$$

El factor un medio se debe a que no se está considerando la energía potencial de un carga Q en algún potencial *externo*, sino la energía de interacción de los elementos Q. El resultado (25.49) es válido para cualquier geometría fija de conductor.

Un resultado parecido rige para un sistema de conductores. Por ejemplo, la figur 25.29 muestra varios cuerpos conductores, como por ejemplo de metal, con cargas Q Q_2, Q_3,... distribuidas en sus superficies. Se recordará que en cada cuerpo conducto

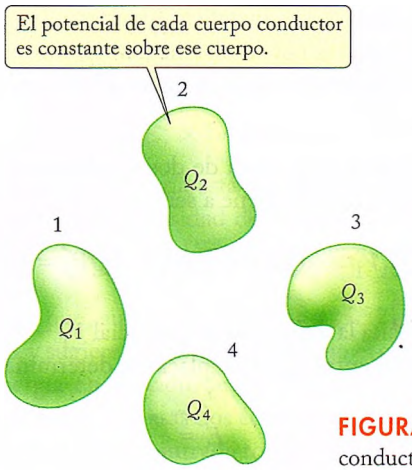


FIGURA 25.29 Cuatro cuerpos conductores con cargas eléctricas.

el potencial tiene un valor constante en todo el volumen del cuerpo. Se supondrá que esos potenciales electrostáticos de los cuerpos son V_1, V_2, V_3,... Se puede demostrar, aunque no se hará aquí, que la energía potencial neta de ese sistema de conductores es

$$U = \tfrac{1}{2}Q_1V_1 + \tfrac{1}{2}Q_2V_2 + \tfrac{1}{2}Q_3V_3 + \cdots \tag{25.50}$$

energía potencial de un sistema de conductores

EJEMPLO 12 La esfera metálica en la parte superior de un gran generador Van de Graaff tiene 3.0 m de radio. Suponiendo que la esfera tiene una carga de 5.0×10^{-5} C distribuida uniformemente en su superficie ¿cuánta energía eléctrica está almacenada en esta distribución de cargas?

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: En este problema sólo hay un conductor: la esfera metálica. En consecuencia sólo se necesita el primer término de la ecuación (25.50):

$$U = \tfrac{1}{2}Q_1V_1$$

o bien, con $Q_1 = Q$ y $V_1 = V$, se regresará a la ecuación (25.49):

$$U = \tfrac{1}{2}QV$$

El potencial en el exterior de una distribución de cargas con simetría esférica se determina con la ecuación (25.12). Para $r = R$, este potencial es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R}$$

De acuerdo con la ecuación (25.49), la energía eléctrica es, entonces,

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}Q\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{Q^2}{R} \tag{25.51}$$

Sustituyendo $Q = 5.0 \times 10^{-5}$ C y $R = 3.0$ m, esto resulta

$$U = \frac{1}{8\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2}}\frac{(5.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{C})^2}{3.0\ \mathrm{m}} = 3.7\ \mathrm{J}$$

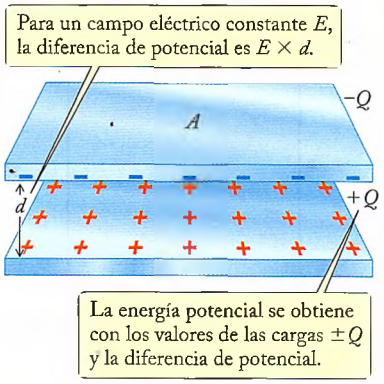


FIGURA 25.30 Dos placas paralelas, con cargas $+Q$ y $-Q$.

EJEMPLO 13 Dos placas metálicas grandes y paralelas, de área A, están separadas por la distancia d. En las placas se colocan las cargas $+Q$ y $-Q$, respectivamente (véase la figura 25.30). ¿Cuál es la energía potencial eléctrica?

SOLUCIÓN: En este caso se trata de dos conductores con $Q_1 = Q$ y $Q_2 = -Q$. Entonces, la ecuación (25.49) viene a ser

$$U = \tfrac{1}{2}Q_1V_1 + \tfrac{1}{2}Q_2V_2 = \tfrac{1}{2}QV_1 - \tfrac{1}{2}QV_2 = \tfrac{1}{2}Q(V_1 - V_2) \tag{25.52}$$

Para seguir, se necesita la diferencia de potencial $V_1 - V_2$ entre las placas. El campo eléctrico en la región entre el par de placas se determina con la ecuación (24.29),

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

en la que σ es la carga por unidad de área en cada placa. Ya que la carga total en una placa es Q y el área es A, la carga por unidad de área es $\sigma = Q/A$, y

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \tag{25.53}$$

Esta expresión no es válida cerca de las orillas de las placas, donde hay un campo eléctrico marginal que no es constante. Pero si las placas son muy grandes, entonces la región lateral sólo es una fracción muy pequeña de la región total entre las placas, y se podrá pasar por alto sin introducir demasiado error en los cálculos.

Con el campo eléctrico constante (25.53) se podrá calcular la diferencia de potencial electrostático entre las dos placas aplicando la fórmula acostumbrada para el potencial, la ecuación (25.26):

$$V_2 = -\int_0^d E\cos\theta\, ds + V_1$$

Como el desplazamiento va en dirección paralela al campo para ir de la placa positiva a la negativa, $\cos\theta = 1$. Para un campo eléctrico constante se llega, como en la ecuación (25.7), a

$$V_2 - V_1 = -Ed \tag{25.54}$$

Se sustituye $E = Q/\epsilon_0 A$, y queda

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 A}d$$

Esto se sustituye en la ecuación (25.52), y se llega a

$$U = \frac{1}{2}Q\frac{Q}{\epsilon_0 A}d = \frac{1}{2}\frac{Q^2 d}{\epsilon_0 A} \tag{25.55}$$

Se puede reformular la ecuación (25.55) de la siguiente e interesante manera, en función del campo eléctrico:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}\frac{Q^2 d}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{Q}{\epsilon_0 A}\right)^2 Ad \\ &= \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \times Ad \end{aligned} \tag{25.56}$$

Aquí, el producto Ad = [área] × [separación] es el volumen del espacio entre las placas, que es el volumen que llena el campo eléctrico. Así, la energía potencial eléctrica tiene la forma

$$U = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \times [\text{volumen}] \tag{25.57}$$

Esta ecuación parece indicar que la energía está distribuida en el volumen dentro del cual está el campo eléctrico, y que la densidad de energía, o cantidad de energía por unidad de volumen es $\epsilon_0 E^2/2$. Según esta fórmula, la energía está concentrada donde el campo eléctrico es intenso.

Debe tomarse en cuenta que, aunque la ecuación (25.57) expresa la energía en función del campo eléctrico, y sugiere que la energía está en el campo eléctrico, la ecuación (25.49) expresa la energía en función de las cargas eléctricas, y sugiere que la energía está ubicada en esas cargas. Así, esas dos ecuaciones, matemáticamente equivalentes, sugieren interpretaciones físicas contradictorias. Para decidir cuál es la correcta, se requiere información adicional. La clave es la existencia de campos eléctricos que son independientes de cargas eléctricas. Como se verá en el capítulo 33, las ondas de radio y las ondas luminosas están formadas por campos eléctricos y magnéticos que viajan por el espacio. Esos campos fueron creados por cargas eléctricas, pero persisten incluso cuando las cargas desaparecen. Por ejemplo, una onda de radio o un rayo de luz continúa recorriendo el espacio mucho después de que se ha apagado el transmisor de radio o la linterna sorda; eso indica que la energía de una onda de radio está en la misma onda de radio, en sus campos eléctricos y magnéticos, y no en las cargas eléctricas de la antena de la estación transmisora. Por eso se puede decir que si hay energía asociada a los campos eléctricos móviles de una onda de radio, también habrá energía asociada con los campos eléctricos de una distribución estática de cargas. Con un cálculo más detallado se confirma que la ecuación a la que se llegó para la densidad de energía, en el caso especial de un campo eléctrico uniforme, tiene validez general para campos eléctricos uniformes y no uniformes. En todo campo eléctrico (en el vacío), la densidad de energía u es

$$u = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tag{25.58}$$

densidad de energía en el campo eléctrico

EJEMPLO 14 ¿Cuál es la densidad de energía en el campo eléctrico de una nube de tormenta, donde el campo eléctrico es $E = 2.0 \times 10^6$ V/m?

SOLUCIÓN: De acuerdo con la ecuación (25.58), la densidad u de energía es

$$u = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \tfrac{1}{2} \times 8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2 \times (2.0 \times 10^6\ \text{V/m})^2$$
$$= 18\ \text{J/m}^3$$

✔ Revisión 25.5

PREGUNTA 1: ¿Qué sucede con la ecuación (25.48) si sólo hay dos cargas, q_1 y q_2?

PREGUNTA 2: La energía eléctrica U de un sistema de cargas ¿es necesariamente positiva si todas las cargas q_1, q_2, q_3, etc., son positivas? ¿Y si todas son negativas? ¿Y si algunas son positivas y otras son negativas?

PREGUNTA 3: Supóngase que un sistema de cargas tiene la energía potencial eléctrica indicada por la ecuación (25.48). ¿En qué factor cambiará esta energía si aumentan los valores de todas las cargas en un factor de 2?

PREGUNTA 4: Supóngase que en el campo eléctrico de un globo esférico cargado y recubierto por una capa conductora, está almacenado 0.50 J de energía. ¿Cuál será la energía en el campo eléctrico de este globo, si se infla para que su radio aumente al doble?

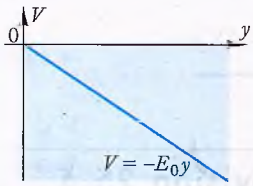
PREGUNTA 5: La densidad de energía de un campo eléctrico es 10 J/m^3. ¿Cuál será la densidad de energía si el campo eléctrico aumenta en un factor de 2? ¿Y en un factor de 3?

PREGUNTA 6: En el campo eléctrico entre dos placas paralelas cargadas hay almacenado 0.010 J de energía eléctrica. ¿Cómo cambia esta energía si aumenta la separación entre las placas en un factor de 2 y se mantiene constante la carga? ¿Cómo cambia la densidad de energía?

PREGUNTA 7: Supóngase que en el campo eléctrico de una esfera metálica cargada está almacenado 1.0 J de energía. ¿Cuál será la energía en el campo eléctrico de esa esfera si se deja fugar la mitad de la carga?

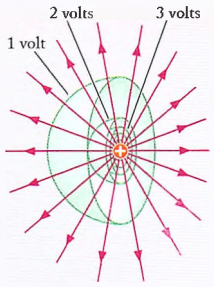
(A) 4.0 J (B) 2.0 J (C) 1.0 J (D) 0.50 J (E) 0.25 J

RESUMEN

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Conservación de la energía y movimiento de una carga puntual	**(página 797)**
LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA	Blindaje eléctrico	**(página 804)**
TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Potencial y campo electrostático	**(página 810)**
POTENCIAL ELECTROSTÁTICO (ENERGÍA POTENCIAL POR UNIDAD DE CARGA)	$V = \dfrac{U}{q}$	**(25.6)**
UNIDAD SI DE POTENCIAL	1 volt = 1 V = 1 J/C	**(25.8)**
POTENCIAL ELECTROSTÁTICO EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME E_0, donde la distancia y es en la dirección del campo.	$V = -E_0 y$ 	**(25.7)**
UNIDAD ALTERNATIVA DE ENERGÍA Electrón volt:	$1\ \text{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\ \text{J}$	**(25.16)**
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA	$K + U = \frac{1}{2}mv^2 + qV = [\text{constante}]$	**(25.22)**
ENERGÍA POTENCIAL DE DOS CARGAS PUNTUALES	$U = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{qq'}{r}$	**(25.11)**

POTENCIAL ELECTROSTÁTICO DE CARGA PUNTUAL

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q'}{r} \qquad (25.12)$$



CÁLCULO DEL POTENCIAL A PARTIR DEL CAMPO ELÉCTRICO Si V_0 es el potencial en un punto P_0, entonces en el punto P,

$$V = -\int_{P_0}^{P} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} + V_0 \quad \text{o} \quad V = -\int_{P_0}^{P} E\cos\theta\, ds + V_0 \qquad (25.25, 25.26)$$

POTENCIAL DE UNA DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE CARGA

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dQ}{r} \qquad (25.38)$$

POTENCIAL Y CONDUCTORES Para distribuciones de carga estática, el potencial en todo el conductor es constante. En el interior de una cavidad vacía en un conductor, el campo eléctrico es exactamente cero.

CÁLCULO DEL CAMPO ELÉCTRICO A PARTIR DEL POTENCIAL

A lo largo de la dirección del campo:

$$E = -\frac{dV}{ds} \qquad (25.41)$$

A lo largo de las direcciones x, y y z:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (25.43)$$

SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL Una superficie imaginaria en la que el potencial electrostático es constante. El campo eléctrico siempre es perpendicular a una superficie equipotencial.

ENERGÍA POTENCIAL DE UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_3}{r_{13}} + \cdots \text{[todos los pares]} \qquad (25.48)$$

ENERGÍA POTENCIAL DE UN CONDUCTOR

$$U = \tfrac{1}{2}QV \qquad (25.49)$$

ENERGÍA POTENCIAL DE UN SISTEMA DE CONDUCTORES

$$U = \tfrac{1}{2}Q_1V_1 + \tfrac{1}{2}Q_2V_2 + \tfrac{1}{2}Q_3V_3 + \cdots \qquad (25.50)$$

DENSIDAD DE ENERGÍA EN UN CAMPO ELÉCTRICO

$$u = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \qquad (25.58)$$

PREGUNTAS PARA DISCUSIÓN

1. La diferencia de potencial entre los postes de un acumulador de automóvil es de 12 volts. Explique lo que eso significa en términos de la definición de potencial como trabajo por unidad de carga.
2. Una palabra pasada de moda para indicar el potencial electrostático es *tensión* electrostática. ¿Es razonable imaginar el potencial como análogo a la tensión mecánica?
3. Si el campo eléctrico es cero en alguna región ¿debe ser el potencial también cero? Ilústrese con un ejemplo.
4. Un pájaro se posa en una línea de transmisión que está a un potencial de 345 000 volts. ¿Perjudica eso al ave?
5. ¿Cómo puede definirse el potencial gravitacional? ¿Son iguales las unidades de potencial gravitacional que las del potencial eléctrico? De acuerdo con la definición ¿cuál es la diferencia de potencial entre el suelo y un punto a 50 m sobre el suelo?
6. Un electrón se mueve en la proximidad de un protón. ¿Dónde es máximo el potencial producido por el protón? ¿Dónde es máxima la energía potencial del electrón?
7. Supóngase que el potencial electrostático es mínimo en un punto dado. ¿Es ése un punto de equilibrio para una carga positiva? ¿Para una carga negativa?
8. Se observa una esfera de radio R con una carga Q uniformemente distribuida en su volumen. ¿Dónde tiene un máximo el potencial? ¿Dónde tiene un máximo la magnitud del campo eléctrico?
9. Descríbase un ejemplo de un conductor que no sea una equipotencial. Ese conductor ¿está en equilibrio electrostático?
10. Si se sabe que el potencial en una región tridimensional del espacio es constante ¿qué se puede decir acerca del campo eléctrico en esa región? Si se sabe que el potencial es constante en una superficie bidimensional ¿qué puede decirse acerca del campo eléctrico en esa superficie?
11. En muchos cálculos conviene asignar un potencial de 0 volts a la tierra. En ese caso ¿cuál es el potencial en la punta de la torre Eiffel? ¿Cuál es el potencial en la parte más alta de la cabeza de una persona? (Sugerencia: Un cuerpo humano es conductor.)
12. ¿Es cierto que la superficie de una masa en equilibrio estático está en una superficie equipotencial gravitacional? ¿Y si la superficie es la de un fluido, como la del agua?
13. Si un cable de alto voltaje cae sobre el techo de un automóvil, es probable que una persona esté más segura si permanece dentro del automóvil. ¿Por qué?
14. Supóngase que varios cuerpos metálicos separados se han colocado cerca de una distribución de cargas. ¿Es cierto necesariamente que todos esos cuerpos tendrán el mismo potencial?
15. Obsérvense las trayectorias de las líneas de campo que muestran las figuras 23.17 y 23.18. Haga un esquema aproximado de las equipotenciales para esas líneas de campo.
16. Si se rodea alguna región con una superficie conductora, se blinda contra los campos eléctricos externos. ¿Por qué no se puede blindar, de la misma manera, una región contra los campos gravitacionales?
17. Una cavidad está completamente rodeada por material conductor. ¿Se puede crear un campo eléctrico dentro de esa cavidad?
18. Demuéstrese que las diversas superficies equipotenciales no se intersecan.
19. Obsérvese la distribución de las líneas de campo de la figura 24.22. En forma aproximada, trácense algunas de las superficies equipotenciales para este caso.
20. Una esfera metálica tiene cierta cantidad de carga. Explique por qué la energía eléctrica es grande si el radio de la esfera es pequeño. ¿Se puede esperar que haya una proporción inversa parecida entre la energía eléctrica y el tamaño de un conductor de forma arbitraria?
21. La ecuación (25.50) parece indicar que la energía eléctrica está ubicada en las cargas, mientras que la ecuación (25.57) sugiere que está ubicada en el campo. ¿Cómo se podría hacer un experimento para determinar dónde está la energía? (Sugerencia: La energía gravita.)
22. La figura 25.31 muestra una serie de deformaciones de un núcleo cuando se fisiona. El volumen del núcleo y la carga eléctrica permanecen constantes durante esas deformaciones. ¿Cuál configuración tiene la máxima energía? ¿Y cuál la mínima?

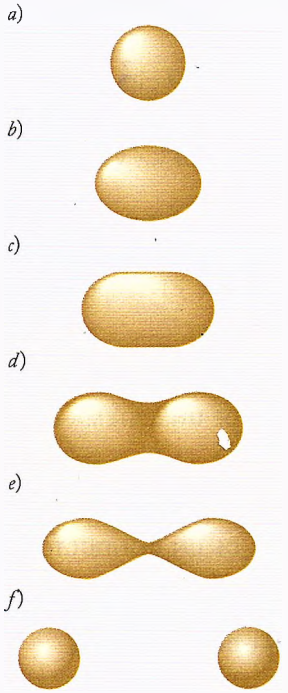


FIGURA 25.31 Fisión de un núcleo.

23. Una esfera tiene una distribución uniforme de carga en su volumen. ¿Dónde es máxima la densidad de energía en el interior de la esfera? ¿Dónde es mínima?
24. Ya que la densidad de energía eléctrica nunca es negativa ¿cómo puede ser negativa la energía potencial eléctrica mutua de un par de cargas opuestas?

PROBLEMAS

25.1 El potencial electrostático

1. La diferencia de potencial eléctrico entre los postes positivo y negativo de un acumulador de automóvil es de 12 volts. Para cargar totalmente el acumulador, el cargador debe introducir $+2.0 \times 10^5$ coulombs, desde la terminal negativa hasta la terminal positiva. ¿Cuánto trabajo debe efectuar ese cargador durante este proceso?
2. Una batería ordinaria de linterna sorda tiene una diferencia de potencial de 1.5 V entre sus terminales positiva y negativa. ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para transportar un electrón desde la terminal positiva hasta la terminal negativa?
3. En días de buen tiempo, el campo eléctrico terrestre es 100 V/m, aproximadamente, y se dirige verticalmente hacia abajo (compárese con el problema 4 del capítulo 23). ¿Cuál es la diferencia de potencial eléctrico entre el suelo y un avión que vuela a 600 m? ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el suelo y la punta de la torre Eiffel? Considérese que el suelo es un conductor plano.
4. Examínese el arreglo de láminas paralelas de carga que describe el problema 35 del capítulo 23 (véase la figura 23.37). Calcúlese la diferencia de potencial entre la lámina superior y la inferior.
5. Un protón es acelerado desde el reposo, a través de un potencial de 2.50×10^5 V. ¿Cuál es su rapidez final?
6. En el acelerador lineal Stanford (SLAC, de Stanford Linear Accelerator), los electrones son acelerados desde una energía de 0 eV hasta 20×10^9 eV, al viajar dentro de un tubo recto, al vacío, de 1 600 m de longitud (figura 25.32). La aceleración se debe a un intenso campo eléctrico que impulsa a los electrones. Supóngase que el campo eléctrico es uniforme. ¿Cuál debe ser su intensidad?

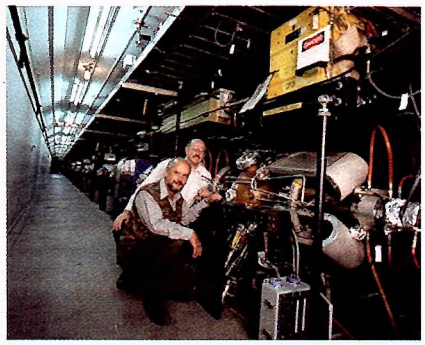


FIGURA 25.32 Tubo del haz en el acelerador lineal Stanford (SLAC).

7. La diferencia de potencial entre las dos terminales de un acumulador de automóvil es 12.0 V. Supóngase que se coloca ese acumulador en un espacio vacío, y que suelta un electrón en un punto cercano a la terminal negativa del acumulador. Entonces, el electrón será alejado, debido a la fuerza eléctrica, y se moverá en cierta dirección.
   a) Si el electrón choca con el poste positivo del acumulador ¿cuál será su rapidez al chocar?
   b) Si en lugar de ello el electrón se aleja hasta el infinito ¿cuál será su rapidez terminal?
8. La abertura entre los electrodos de una bujía de automóvil es 0.64 mm. Para producir un campo eléctrico de 3.0×10^6 V/m, que es lo que se requiere para producir una chispa eléctrica, ¿qué diferencia de potencial mínima debe usted aplicar a la bujía?
9. Un electrón en un tubo de neón es acelerado desde el reposo a través de un potencial de 2 000 V. ¿Qué rapidez alcanza el electrón?
10. Se deposita una carga de 2.0×10^{-12} C en una esfera de corcho pequeña (diminuta). ¿Cuál es el potencial electrostático a 30 cm de la esfera? ¿Y a 60 cm?
11. En un calentador de haz de electrones, los electrones en reposo cerca de un filamento de tungsteno se aceleran hacia un blanco metálico, mediante un gran potencial electrostático. Si los electrones chocan con el blanco que van a calentar a una velocidad de 1.8×10^7 m/s, ¿cuál es la diferencia de potencial entre el blanco y el filamento?
12. Un electrón en una región de campo eléctrico E_0 tiene una velocidad inicial $\mathbf{v}_0$ en dirección del campo. ¿A qué distancia llega el electrón?
13. Un electrón está al principio a una distancia de $r_0 = 4.3 \times 10^{-9}$ m de un protón, y se aleja directamente del mismo a una rapidez de 4.0×10^5 m/s. ¿Cuál es su rapidez cuando está muy lejos del protón?
14. Un cascarón esférico conductor tiene 12.0 cm de radio exterior, y está cargado a un potencial de 50 000 V ¿Cuál es el valor del potencial electrostático a 5.0 cm fuera de la superficie de la esfera?

*15. En una demostración, un pequeño "gusano" de espuma de estireno, de 0.20 g de masa, está sobre un cascarón esférico de 15 cm de radio, parte de un generador Van de Graaff. El cascarón está a un potencial de 75 000 V. Cuando el gusano adquiere una carga Q es repelido por la esfera y se mueve verticalmente bajo la influencia de la gravedad y de la fuerza eléctrica. El gusano sube y llega al equilibrio a 0.50 m arriba de la superficie de la esfera. ¿Cuál es la carga Q?

25.2 Cálculo del potencial a partir del campo

16. Un núcleo de plomo es una esfera uniformemente cargada con $82e$ y tiene 7.1×10^{-15} m de radio. ¿Cuál es el potencial electrostático en la superficie nuclear? ¿Y en el centro nuclear?

17. El núcleo del platino es una esfera uniformemente cargada con $78e$, y tiene 7.0×10^{-15} m. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de un protón incidente, que llega a la superficie nuclear? ¿Y al centro nuclear?

18. Una partícula alfa tiene 1.7×10^{-12} J de energía cinética, y llega directamente a un núcleo de platino, desde una distancia muy grande. ¿Cuál será la distancia en el acercamiento mínimo? La carga eléctrica de la partícula alfa es $2e$, y la de un núcleo de platino es $78e$. Considérese que la partícula alfa es un punto material y que el núcleo es una distribución esférica de carga, de 5.1×10^{-15} m de radio; no se tomará en cuenta el movimiento del núcleo.

19. Una partícula alfa está inicialmente a una distancia muy grande de un núcleo de plutonio. ¿Cuál es la energía cinética mínima con la que debe lanzarse la partícula hacia el núcleo para tocar la superficie nuclear? El núcleo de plutonio es una esfera de 7.5×10^{-15} m de radio, con $94e$ de carga uniformemente distribuida en su volumen. Para fines de este problema se puede considerar que la partícula alfa es un punto material (de radio irrelevante) y carga $2e$.

20. Dos cargas puntuales Q están en el eje y, en los lugares $y = \pm d/2$. Determínese el potencial para los puntos del eje x.

*21. Hay ocho cargas puntuales $+Q$ en los vértices de un cubo de lado a. ¿Cuál es el potencial en el centro del cubo? ¿En el centro de una de sus caras? ¿En el centro de una de sus aristas?

*22. En el eje y está una carga puntual positiva Q en $y = D$; una carga puntual negativa $-2Q$ está en el punto $x = D, y = D$. ¿Cuál es el potencial en puntos del eje x?

*23. Un arco de círculo de radio R abarca un ángulo θ. El arco es una varilla delgada con una densidad uniforme de carga lineal λ. ¿Cuál es el potencial electrostático en el centro de curvatura?

*24. Tres láminas cargadas grandes son paralelas al plano x-z. Las láminas están en $y = 0, y = d$ y $y = 2d$; tienen densidades de carga superficial uniformes, de $+\sigma$, -2σ y $+\sigma$, respectivamente. Si el potencial de referencia es cero en $y = 0$, ¿cuál es el potencial en función de y?

*25. Un núcleo de torio emite una partícula alfa en la reacción

$$\text{torio} \rightarrow \text{radio} + \text{alfa}$$

Supóngase que la partícula alfa es puntual, y que el núcleo de radio residual es esférico con 7.4×10^{-15} m de radio. La carga en la partícula alfa es $2e$, y la del núcleo de radio es $88e$.

a) En el instante en que la partícula alfa sale de la superficie nuclear ¿cuál es su energía potencial electrostática?

b) Si la partícula alfa no tiene energía cinética inicial ¿cuál será su energía cinética y su rapidez cuando esté lejos del núcleo? Supóngase que el núcleo de radio no se mueve. La masa de la partícula alfa es 6.7×10^{-27} kg.

*26. Examínese de nuevo la distribución de cargas dentro de la nube de tormenta en la figura 23.34. Calcúlese el potencial eléctrico debido a esas cargas, en un punto que está a 8.0 km de altura, y en la línea vertical que pasa por las cargas. Calcúlese el potencial eléctrico en un segundo punto que esté a la misma altura, y a 5.0 km de distancia horizontal del primer punto.

*27. En un átomo de helio, en cierto instante uno de los electrones está a 3.0×10^{-11} m del núcleo, y el otro a 2.0×10^{-11} m, a 90° del primero (véase la figura 25.33). Calcúlese el potencial eléctrico producido por los dos electrones y por el núcleo, en un punto P atrás del primer electrón y a 6.0×10^{-11} m del núcleo.

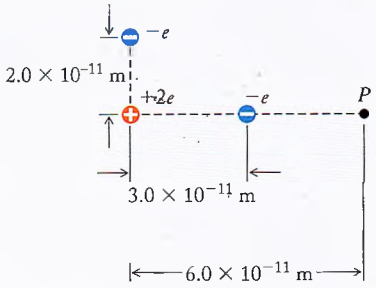


FIGURA 25.33 Configuración instantánea del núcleo ($+2e$) y los electrones ($-e$) de un átomo de helio.

*28. Una carga total Q está uniformemente distribuida a lo largo de una varilla recta de longitud l. Calcúlese el potencial en un punto P, a la distancia h del punto medio de la varilla (véase la figura 25.34).

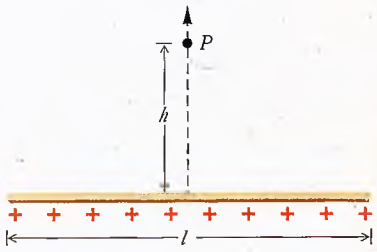


FIGURA 25.34 Una varilla cargada uniformemente, de longitud l.

*29. Tres varillas delgadas de vidrio, de longitud l, tienen cargas uniformemente distribuidas en sus longitudes. Las cargas en las tres varillas son $+Q$, $+Q$ y $-Q$, respectivamente. Las varillas forman los lados de un triángulo equilátero. ¿Cuál es el potencial electrostático en el centro de ese triángulo?

*30. Una esfera de radio a, uniformemente cargada, está rodeada por un cascarón esférico concéntrico, uniformemente cargado, de radio interior b y radio exterior c (véase la figura 25.35). La carga total en la esfera es Q, y la del cascarón uniforme es $-Q$. ¿Cuál es el potencial en $r = b$, en $r = a$ y en $r = 0$?

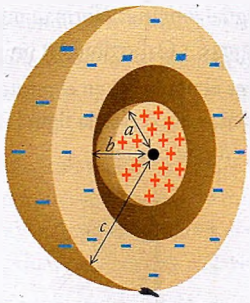


FIGURA 25.35 Esfera cargada y cascarón esférico concéntrico.

*31. Cuatro varillas de longitud l forman las orillas de un cuadrado. Las varillas tienen cargas $+Q$ uniformemente distribuidas en sus longitudes (véase la figura 25.36). Determínese el potencial en el punto P, a la distancia x de una esquina del cuadrado.

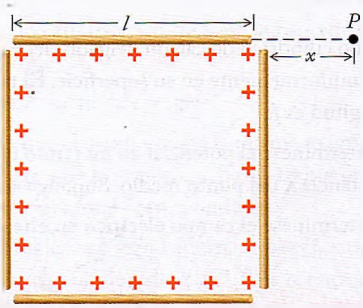


FIGURA 25.36 Cuatro varillas cargadas.

*32. Dos varillas semicirculares y dos varillas rectas y cortas están unidas y forman la configuración que muestra la figura 25.37. Las varillas tienen una carga de λ coulombs por metro. ¿Cuál es el potencial en el centro de esta configuración (punto P)?

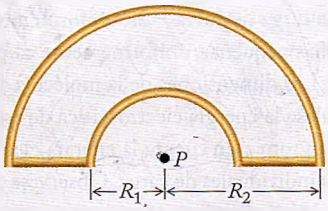


FIGURA 25.37 Dos varillas semicirculares unidas por dos varillas rectas.

*33. Un tubo de plástico largo tiene radio interior a y radio exterior b. En el volumen entre $a \leq r \leq b$ se distribuye carga uniformemente. La carga es λ coulombs por metro del tubo. Determínese la diferencia de potencial entre $r = b$ y $r = 0$. Supóngase que el plástico no influye sobre el campo eléctrico.

*34. Un disco plano de radio R tiene carga Q uniformemente distribuida en su superficie. Dedúzcase una fórmula para determinar el potencial a lo largo del eje del disco.

*35. El tubo de un contador Geiger tiene un alambre delgado y recto, rodeado por un cascarón coaxial conductor. El diámetro del alambre es 0.0025 cm y el del cascarón es 2.5 cm. La longitud del tubo es 10 cm; sin importar esto, use en sus cálculos la fórmula del campo electrostático de una línea de carga infinitamente larga. Si la diferencia de potencial entre el alambre y la funda es 1.0×10^3 volts ¿cuál es el campo eléctrico en la superficie del alambre? ¿Y en el cilindro?

**36. Una distribución infinita de cargas, con simetría esférica, tiene la densidad de carga ρ coulombs por metro cúbico, definida por $\rho = kr^{-5/2}$, siendo k constante. Determínese el potencial en función del radio. Supóngase que $V = 0$ en $r = \infty$.

**37. Una carga puntual Q está en el eje z positivo, en el punto $z = h$. Una carga puntual $-Q \times R/h$ (donde R es una longitud positiva $0 < R < h$) está en el eje z, en el punto $z = R^2/h$. Demuéstrese que la superficie de la esfera de radio R, que rodea el origen, es una superficie equipotencial.

25.3 Potencial en conductores

*38. Dos láminas planas paralelas, grandes, tienen densidades de carga superficial uniformes y opuestas, $\pm\sigma$, y están separadas a una distancia d. Hay una losa conductora grande, sin carga, de espesor $d/3$, paralela a las placas y centrada entre ellas. Determínese el potencial electrostático en función de la distancia perpendicular y a las láminas. Tome como potencial de referencia $V_0 = 0$, y el origen $y = 0$ en la lámina negativa.

*39. Una esfera conductora maciza de radio R tiene una carga Q en su superficie; la esfera es concéntrica a un cascarón esférico grueso, más grande, con radio interno R_1, radio externo R_2 y carga neta $-Q$. Determínese el potencial electrostático para *a*) $r \geq R_2$, *b*) $R_1 \leq r \leq R_2$, *c*) $R \leq r \leq R_1$ y *d*) $r \leq R$.

*40. Una carga puntual $-Q$ está en el centro de un cascarón esférico conductor, grueso, de radio interior a y radio exterior b. El cascarón tiene una carga neta $+3Q$. ¿Cuál es el potencial para $r \geq b$? ¿Para $a \leq r \leq b$? ¿Para $r \leq a$?

*41. Una esfera dieléctrica de radio a tiene una carga $+Q$ uniformemente distribuida en su volumen. La esfera está colocada concéntricamente dentro de un cascarón conductor de radio interior b y radio exterior c; el cascarón tiene una carga neta $+2Q$. ¿Cuál es el potencial fuera del cascarón, para $r \geq c$? ¿En el material del cascarón para $b \leq r \leq c$? ¿Entre el cascarón y la esfera, para $a \leq r \leq b$? ¿En el interior de la esfera, para $r \leq a$?

25.4 Cálculo del campo a partir del potencial

42. En cierta región del espacio, el potencial está expresado por la siguiente función de x y y, pero no de z:

$$V = x^2 + 2xy$$

cuando el potencial está expresado en volts y la distancia en metros. Determínese el campo eléctrico en el punto $x = 2$, $y = 2$.

43. Úsense los componentes E_x, E_y y E_z obtenidos en el ejemplo 9 y demuéstrese que la magnitud $\sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$ concuerda con la ecuación acostumbrada para el campo eléctrico de una carga puntual.

44. Una varilla de longitud l tiene la carga Q distribuida uniformemente en su longitud. En el ejemplo 6 se obtuvo el potencial $V(P)$ en el punto P a una distancia x de un extremo de la varilla. Determínese el campo eléctrico en ese punto.

45. La ecuación (25.32) en el ejemplo 4 expresa el potencial dentro de una esfera con carga uniforme, de carga Q y radio R, en función de la distancia r al centro:

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2R^3}r^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3Q}{2R} \quad (r \leq R)$$

Verifíquese que ese potencial produce el campo eléctrico radial de la ecuación (24.18).

46. En una región del espacio, el potencial electrostático se describe por

$$V = x^2y + 3xyz + zy^2$$

Determínese el campo eléctrico en esa región.

47. El potencial, en una región del espacio, es $V = \cos(2\pi x/a) \times \cos(2\pi y/b) \times \cos(2\pi z/c)$, siendo a, b y c constantes. ¿Cuáles son los componentes x, y y z del campo eléctrico en esta región?

*48. Un núcleo de carbono (carga $6e$) y uno de helio (carga $2e$) están separados por una distancia de 1.2×10^{-13} m, e instantáneamente están en reposo. El centro de masa de este sistema está a 4.0×10^{-14} m del núcleo de carbono. Sitúe el origen en este punto y el eje x a lo largo de la línea que une al núcleo, con el núcleo de carbono en el lado negativo del eje x.

a) Determínese el potencial V en función de x, y y z.

b) Determínese E_x y E_y en función de x, y y z.

*49. Se puede demostrar que el potencial electrostático de un dipolo p colocado en el origen, y con orientación paralela al eje z es

$$V = \frac{p}{4\pi\epsilon_0}\frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Diferénciese este potencial para determinar los componentes E_x, E_y y E_z del campo eléctrico producido por el dipolo. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en puntos del eje z? ¿Y en puntos del eje x?

*50. Dos varillas de igual longitud l forman una cruz simétrica. Las varillas tienen cargas $\pm Q$ distribuidas uniformemente en su longitud. ¿Cuál es el potencial en el punto P, a una distancia x de un extremo de la cruz (véase la figura 25.38)? ¿Cuál es el campo eléctrico en este punto?

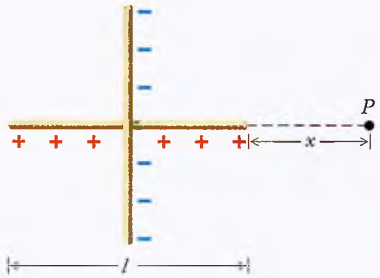


FIGURA 25.38 Dos varillas con carga que forman una cruz.

**51. Un tubo cilíndrico de cartón delgado tiene una carga Q distribuida uniformemente en su superficie. El radio del tubo es R, y su longitud es l.

a) Determínese el potencial en un punto del eje del tubo, a la distancia x del punto medio. Supóngase que $x > l$.

b) Determínese el campo eléctrico en este punto.

25.5 Energía de sistemas de cargas puntuales

52. Obsérvese una vez más la distribución de cargas dentro de la nube de tormenta de la figura 23.34. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de esta distribución de cargas?

53. En la molécula de agua, los átomos de hidrógeno tienden a ceder sus electrones al átomo de oxígeno. De una manera muy cruda, se puede considerar que la molécula está formada por una esfera de carga negativa $-2e$, uniformemente cargada, y dos esferas más pequeñas, uniformemente cargadas, cada una de carga $+e$. Las dimensiones de la molécula se ven en la figura 23.27. Calcúlese la energía electrostática de esta distribución de tres cargas, sin tomar en cuenta la energía electrostática interna de las esferas individuales de carga. Obsérvese que, en este cálculo, cada una de las esferas uniformemente cargadas se puede considerar como una carga puntual. ¿Por qué?

54. Supóngase que en cierto instante, los electrones y el núcleo de un átomo de helio ocupan las posiciones que muestra la figura 25.39. En ese momento, los electrones están a 2.0×10^{-11} m del núcleo. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica de esta disposición? Supóngase que los electrones y el núcleo son cargas puntuales.

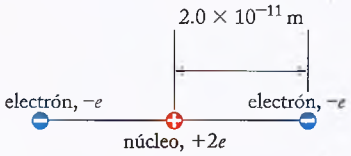


FIGURA 25.39 Configuración instantánea del núcleo ($+2e$) y los electrones ($-e$) de un átomo de helio.

55. Un par de placas conductoras paralelas, cada una de 30 cm × 30 cm, están separadas por un espacio de 1.0 mm. ¿Cuánto trabajo debe hacerse contra las fuerzas eléctricas para cargar las placas con $+1.0 \times 10^{-6}$ C y -1.0×10^{-6} C, respectivamente?

56. Dos placas paralelas conductoras grandes, de 0.20 m^2 de área, están separadas por un espacio de 0.50 mm. Las placas tienen cargas opuestas y el campo eléctrico en el espacio entre ellas es 5.0×10^5 V/m. ¿Cuál es la energía eléctrica?

57. Una moneda está colgada de un hilo de seda, dentro de una lata cerrada colocada en el suelo. Si la moneda tiene una carga de 2.0×10^{-6} C, y la diferencia de potencial entre la lata y la moneda es 3.0×10^4 V, calcúlese la energía potencial eléctrica de este sistema de dos conductores.

58. Cerca de la superficie de un núcleo de átomo de plomo, el campo eléctrico es 3.4×10^{21} V/m. ¿Cuál es la densidad de energía en ese campo?

59. El campo eléctrico atmosférico cerca de la superficie del terreno mide 100 V/m.

    a) ¿Cuál es su densidad de energía?

    b) Suponiendo que el campo tenga la misma magnitud en todos los lugares de la atmósfera, hasta 10 km de altura, ¿cuál es la energía total correspondiente?

60. Seis cargas puntuales con signo alternante, $\pm Q$, están en los vértices de un hexágono de lado a. ¿Cuál es la energía potencial electrostática de este arreglo?

61. Se pueden producir pulsos cortos e intensos de láser con campos eléctricos hasta de 2.0×10^{10} V/m. ¿Cuál es la densidad de energía en la región de ese campo eléctrico?

*62. Considérese una fila infinita de iones, de cargas $\pm e$ alternantes, separadas por una distancia a.

    a) ¿Cuál es la energía potencial electrostática U de uno de esos iones en la fila, sumando las contribuciones de energía potencial de iones cada vez más distantes?

    b) Compárese su ecuación con el desarrollo de la función logarítmica $\ln(1 + x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \cdots$, y demuéstrese que la energía potencial obtenida en *a*) se puede escribir como

$$U = -\frac{e^2 \ln 2}{2\pi\epsilon_0 a}$$

    c) Evalúese el resultado de *b*) para una separación atómica típica, como $a = 3.0 \times 10^{-10}$ m. ¿Cómo se expresaría este valor en eV?

*63. Cuatro cargas positivas iguales de magnitud Q se colocan en las cuatro esquinas de un cuadrado de lado d. ¿Cuál es la energía eléctrica de este sistema de cargas?

*64. Cuatro cargas puntuales positivas, y cuatro negativas, de magnitudes iguales $\pm Q$, se disponen alternadamente en las esquinas de un cubo de lado d (véase la figura 25.40). ¿Cuál es la energía eléctrica de este arreglo?

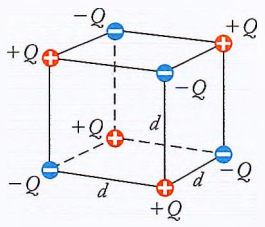


FIGURA 25.40 Cargas puntuales en los vértices de un cubo.

*65. De acuerdo con el modelo nuclear con partículas alfa, algunos núcleos están formados por un ordenamiento geométrico regular de partículas alfa. Por ejemplo, el núcleo del ^{12}C se compone de tres partículas alfa dispuestas en un triángulo equilátero (véase la figura 25.41). Suponiendo que la distancia entre pares de partículas alfa sea 3.0×10^{-15} m, ¿cuál es la energía eléctrica, en eV, de este arreglo de partículas alfa? Considérese que las partículas alfa son puntos materiales con carga $+2e$.

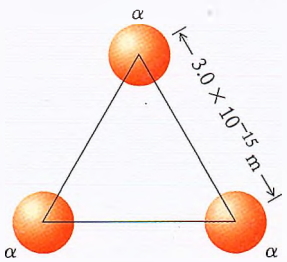


FIGURA 25.41 Tres partículas alfa.

*66. De acuerdo con el modelo de partículas alfa (véase también el problema anterior), el núcleo de ^{16}O se compone de cuatro partículas alfa colocadas en los vértices de un tetraedro (véase la figura 25.42). Si la distancia entre pares de partículas alfa es 3.0×10^{-15} m, ¿cuál es la energía eléctrica, en eV, de esta configuración de partículas alfa? Considérese que las partículas son puntos materiales con carga $+2e$.

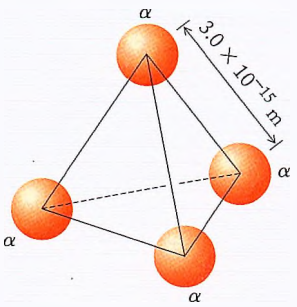


FIGURA 25.42 Cuatro partículas alfa.

*67. En el problema 37 del capítulo 24 se describe el modelo de Thomson para el átomo de helio. La separación de equilibrio entre los electrones es 5.0×10^{-11} m. Calcúlese la energía eléctrica de esa configuración. Debe considerarse, por un lado, la energía eléctrica entre cada electrón y la carga positiva, y por el otro, la energía eléctrica entre los dos electrones. Ignórense la energía de la nube y de los electrones por sí mismos.

*68. Se puede colocar una carga de 7.5×10^{-6} C en una esfera metálica de 15 cm de radio, sin que el aire que la rodea sufra rompimiento eléctrico. ¿Cuál es la energía eléctrica de la esfera con esa carga?

*69. Una esfera de radio R tiene una carga Q uniformemente distribuida en su volumen. A la esfera la rodea un cascarón conductor delgado de radio $2R$. El cascarón tiene una carga $-Q$ en su superficie interna, y no tiene carga en su superficie externa. ¿Cuál es la energía eléctrica de este sistema?

*70. Supóngase que un electrón es una esfera conductora de radio R, con carga e distribuida uniformemente en su superficie. En términos de e y de la masa m_e del electrón, ¿cuál debe ser el radio R para que la energía eléctrica sea igual a la energía de la masa en reposo; $m_e c^2$, del electrón? ¿Cuál es el valor numérico de R?

*71. Una esfera de radio R tiene una carga Q distribuida uniformemente en su volumen. Demuéstrese que la energía potencial eléctrica de esta configuración es $U = (1/4\pi\epsilon_0)\frac{3}{5}Q^2/R$. [Sugerencia: Súmense las energías de la forma (25.49): $U = \int \frac{1}{2} V\,dQ$.]

*72. Los núcleos de ^{235}Pu, ^{235}Np, ^{235}U y ^{235}Pa tienen todos el mismo radio, aproximadamente 7.4×10^{-15} m, pero sus cargas eléctricas respectivas son $94e$, $93e$, $92e$ y $91e$. Supóngase que esos núcleos son esferas uniformemente cargadas para calcular sus energías eléctricas; ¿Cuál sería el resultado en electrón volts? Úsese el resultado del problema 71.

*73. De acuerdo con un modelo tosco, se puede considerar que un protón es una esfera uniformemente cargada, de carga e y radio 1.0×10^{-15} m. Calcúlese la energía eléctrica propia del protón. ¿Cuál sería el resultado en eV? Úsese el resultado del problema 71.

*74. Una esfera maciza de cobre, de 10 cm de radio y con una carga de 1.0×10^{-6} C, se coloca en el centro de un cascarón esférico delgado de cobre, de 20 cm de radio con una carga de -1.0×10^{-6} C. Dedúzcase una fórmula para determinar la densidad de energía en el espacio entre la esfera maciza y el cascarón. Calcúlese la energía eléctrica total.

*75. En analogía con el campo eléctrico **E** (fuerza eléctrica por unidad de carga), se puede definir un campo gravitacional **g** (fuerza gravitacional por unidad de masa).

a) La densidad de energía en el campo eléctrico es $\epsilon_0 E^2/2$. Por analogía, demuéstrese que la densidad de energía en el campo gravitacional es $g^2/8\pi G$.

b) Calcúlese la energía del campo gravitacional de la Luna, debida a su propia gravedad. Considérese que es una esfera de densidad uniforme. ¿Cuál es la relación de la energía del campo gravitacional a la energía de la masa en reposo de la Luna?†

† Advertencia: en este problema no se toma en cuenta la energía de *interacción* gravitacional. La densidad de energía gravitacional de interacción es [densidad de masa] × [potencial gravitacional]. La energía gravitacional total es la suma de la energía del campo y la energía de interacción. Esta energía total gravitacional siempre es negativa.

*76. En una fisión simétrica, el núcleo de uranio (^{238}U) se rompe y forma dos núcleos de paladio (^{119}Pd). El núcleo de uranio es esférico con 7.4×10^{-15} m de radio. Supóngase que los dos núcleos de paladio adoptan una forma esférica, inmediatamente después de la fisión; en ese instante, la configuración es la que muestra la figura 25.43. El tamaño de los núcleos en esa figura se puede calcular a partir del tamaño del núcleo de uranio, porque el material nuclear mantiene una densidad constante (el volumen nuclear inicial es igual al volumen nuclear final).

a) Calcúlese la energía eléctrica del núcleo de uranio antes de la fisión.

b) Calcúlese la energía eléctrica total de los núcleos de paladio en la configuración que muestra la figura 25.43, inmediatamente después de la fisión. Debe tomarse en cuenta la energía potencial eléctrica mutua de los dos núcleos, y también las energías eléctricas individuales de los dos núcleos de paladio por sí mismos.

c) Calcúlese la energía eléctrica total cuando ya ha transcurrido mucho tiempo después de la fisión, cuando los dos núcleos de paladio se encuentran separados por una gran distancia.

d) En último término ¿cuánta energía eléctrica se libera en otras formas de energía durante el proceso completo de fisión, *a*) hasta *c*)?

e) Si 1.0 kg de uranio se somete a fisión ¿cuánta energía eléctrica se libera?

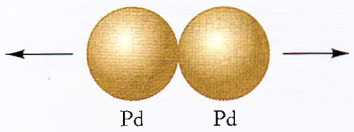


FIGURA 25.43 Dos núcleos de paladio tocándose. Los núcleos son esferas.

**77. Considérese el contador Geiger descrito en el problema 35. Si al principio el tubo no está cargado ¿cuánto trabajo debe efectuarse para llevar al tubo a su voltaje de funcionamiento, de 1.0×10^3 V?

**78. Úsese el modelo descrito en el problema 36 del capítulo 24, de la distribución de carga en un neutrón. ¿Cuál es el resultado en eV?

**79. Una varilla larga y delgada de metal, de radio a, tiene la carga de λ coulombs por unidad de longitud, distribuida uniformemente en su superficie. La varilla está rodeada por un cilindro concéntrico de lámina metálica de radio b, con una carga de $-\lambda$ coulombs por unidad de longitud en su superficie interior.

a) ¿Cuál es la densidad de energía (en función del radio) en el espacio entre la varilla y el cilindro?

b) ¿Cuál es la energía eléctrica total por unidad de longitud?

PROBLEMAS DE REPASO

80. Una carga puntual positiva q con masa m, se suelta a una distancia d de una carga puntual positiva Q. ¿Con qué velocidad se mueve la carga q cuando la distancia ha aumentado hasta 3 veces el valor inicial?

81. Un protón desacelera desde una velocidad inicial de 6.9×10^6 m/s hasta el reposo, mediante un campo eléctrico de 2.5×10^6 V/m. ¿Hasta dónde llega el protón durante ese movimiento? ¿Cuál es la diferencia de potencial electrostático entre las posiciones inicial y final del protón?

82. Un protón está en el origen de coordenadas. ¿Cuánto trabajo debe efectuarse contra la fuerza eléctrica del protón para empujar un electrón desde el punto $x = 1.0 \times 10^{-10}$ m, $y = 0$, en el plano x-y, hasta el punto $x = 2.5 \times 10^{-10}$ m, $y = 2.5 \times 10^{-10}$ m?

83. Supóngase que el campo eléctrico tiene un componente x que, en función de x y y es

$$E_x = 6x^2y$$

donde el campo eléctrico está expresado en volts por metro, y las distancias en metros. Calcúlese la diferencia de potencial entre el origen y el punto $x = 3$ en el eje x.

*84. La partícula tau es similar a un electrón y tiene la misma carga eléctrica, pero su masa es 3 490 veces mayor que la masa del electrón. Como el electrón, la tau puede penetrar el material nuclear sin experimentar fuerzas, excepto la fuerza eléctrica. Supóngase que una tau se encuentra en reposo a una gran distancia de un núcleo de plomo. Bajo la influencia de la atracción eléctrica, la tau acelera hacia el núcleo. ¿Cuál es la velocidad cuando cruza la superficie nuclear? ¿Y cuando llega al centro del núcleo? El núcleo de plomo es una esfera uniformemente cargada de 7.1×10^{-15} m de radio, y carga de $82e$.

*85. Un alambre largo y recto de 0.80 mm de radio está rodeado por un cascarón conductor concéntrico, de 1.2 cm. El alambre tiene una carga de -5.5×10^{-8} coulomb por metro de longitud. Supóngase que se suelta un electrón en la superficie del alambre. ¿Con qué velocidad golpeará ese electrón al cascarón conductor?

*86. Una carga total Q está distribuida uniformemente a lo largo de una varilla recta de longitud l.

a) Determínese el potencial electrostático en un punto P, a la distancia y de un extremo de la varilla (véase la figura 25.44).

b) Determínese el componente y del campo eléctrico en ese punto.

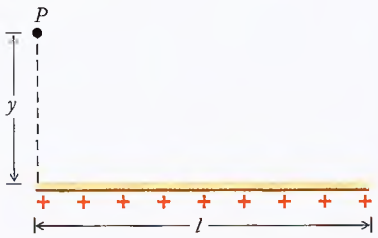


FIGURA 25.44 Una varilla cargada.

*87. Un anillo, que es un disco con un agujero, hecho de papel, tiene un radio exterior R y un radio interior $R/2$ (véase la figura 25.45). Sobre el papel se distribuye uniformemente una carga eléctrica Q.

a) Determínese el potencial en función de la distancia a lo largo del eje del anillo.

b) Determínese el campo eléctrico en el eje del anillo.

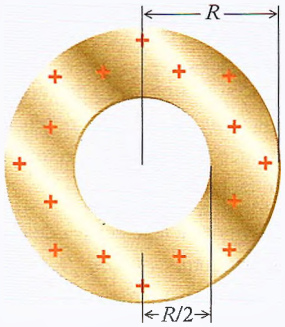


FIGURA 25.45 Un anillo con carga.

*88. Cuatro partículas iguales con cargas positivas q y masas m se mantienen inicialmente en las cuatro esquinas de un cuadrado de lado L. Si esas partículas se sueltan al mismo tiempo, ¿cuáles serán sus velocidades cuando estén separadas por una distancia muy grande?

*89. Dos varillas delgadas de longitud l tienen cargas iguales Q uniformemente distribuidas en sus longitudes. Las varillas están alineadas, y sus extremos próximos están a la distancia x (véase la figura 25.46). Calcúlese la energía potencial eléctrica mutua. No es necesario tomar cuenta la energía propia de cada varilla.

FIGURA 25.46 Dos varillas cargadas alineadas.

*90. Un método para determinar los radios de los núcleos aprovecha la diferencia conocida de energía eléctrica entre dos núcleos del mismo tamaño pero diferente carga. Por ejemplo, los núcleos ^{15}O y ^{15}N tienen el mismo tamaño, pero sus cargas respectivas son $8e$ y $7e$. Si esa diferencia de energía eléctrica es 3.7×10^6 eV, ¿cuál es el radio nuclear?

*91. Un cascarón esférico de radio interior a y radio exterior b, tiene una carga Q uniformemente distribuida en su volumen. ¿Cuál es la energía eléctrica de esa distribución de cargas?

*92. Supóngase que un núcleo de carga q, radio R y energía eléctrica $(1/4\pi\epsilon_0)(3q^2/5R)$ se fisiona en dos partes iguales de carga $q/2$, cada una. El material nuclear en el núcleo original y en los dos núcleos finales tiene la misma densidad. ¿Cuál es el radio de cada uno de los dos núcleos finales? ¿Cómo se compara la suma de

las energías eléctricas individuales de los dos núcleos finales, separados, con la energía eléctrica inicial?

*93. En el problema 71 se integró la energía potencial de las cargas en una esfera con carga uniforme, y se encontró que el potencial eléctrico es $(1/4\pi\epsilon_0)\frac{3}{5}Q^2/r$. Obténgase este resultado integrando la densidad de energía $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ del campo eléctrico de la esfera. (Sugerencia: Debe hacerse la integración en el interior y el exterior de la esfera, porque existe campo eléctrico tanto en un lado como en el otro.)

Respuestas a las revisiones

Revisión 25.1

1. Ya que el potencial de una carga puntual varía inversamente con la distancia (y *no* con el inverso del cuadrado), a 10 m el potencial se reduce a 10 V, en un factor de 10; a 100 m se reduce a 1 V, en un factor de 100.
2. Como la energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales, q y q', implica su producto, $U = kqq'/r$, una energía potencial positiva requiere que ambas cargas tengan el mismo signo: q y q' son ambas positivas o ambas negativas.
3. Para una carga positiva, el potencial $V = kq'/r$ es máximo para $r = 0$ (donde $V = +\infty$), y mínimo para $r = \infty$ (donde $V = 0$). Para una carga negativa, el potencial es máximo, $V = 0$, en $r = \infty$, y es mínimo, $V = -\infty$, para $r = 0$.
4. (A) Aumenta. Como las cargas tienen igual signo, la energía potencial es positiva ($U = kqq'/r$). Cuando r aumenta, esa energía potencial positiva decrece. Para que la energía total $K + U$ permanezca constante, debe aumentar la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$. Por lo anterior, aumenta la rapidez v.

Revisión 25.2

1. Como se calculó en el ejemplo 4 y se ve en la figura 25.13, el potencial aumenta desde un mínimo de cero a la distancia infinita, hasta un máximo de $V = (3/2)kQ/R$ en $r = 0$, el centro de la esfera con carga positiva. Para la esfera con carga negativa eso se invierte, y el mínimo es $V = -(3/2)kQ/R$ en $r = 0$ y el máximo es $V = 0$ en $r = \infty$.
2. Cero campo eléctrico en una región implica que el potencial no *cambia* en ella. Sin embargo, el valor constante del potencial puede ser distinto de cero; en realidad puede tener cualquier valor, dependiendo de la distribución de cargas en el cascarón.
3. El potencial eléctrico decrece en dirección del campo, porque una carga positiva perdería energía potencial al moverse en dirección del campo (cuando la fuerza eléctrica actúe sobre ella); ganaría energía cinética.
4. El potencial se obtiene sumando, con la ecuación (25.38), $V = (1/4\pi\epsilon_0)\int dQ/r$. Como en el centro del anillo $r = R$ es constante, y como $\int dQ = Q$ (la carga total), el potencial en el centro es $V = 1/(4\pi\epsilon_0)Q/R$. El resultado es independiente de la forma en que se distribuya la carga en torno al anillo.
5. (C) Mayor; igual. Para $b \geq r \geq a$, hay carga positiva en un cascarón con simetría esférica y produce un campo eléctrico hacia afuera. Dado que hay que efectuar trabajo contra él para mover una carga puntual positiva desde $r = b$ hasta $r = a$, el potencial en $r = a$ debe ser mayor que el potencial en $r = b$. No hay carga (por lo tanto no hay campo) en $r \leq a$, así que no se requiere trabajo para moverse en esa región, y el potencial es igual en $r = 0$ que en $r = a$.

Revisión 25.3

1. La carga en la otra esfera, y la carga en el alambre que conecta a las esferas, destruye la simetría esférica, y entonces la carga en la esfera de interés no estará uniformemente distribuida. Debido a las contribuciones del alambre y de la otra esfera, el potencial no será $V = (1/4\pi\epsilon_0)Q_1/R_1$; será mayor. Como las esferas son conductoras y están conectadas por un conductor, en realidad están al mismo potencial.
2. No, no apreciablemente. El avión es casi una caja metálica cerrada, y como tal actúa como blindaje eléctrico, si bien las ventanas del avión permiten cierta penetración del campo, los campos eléctricos externos se atenúan mucho.
3. (B) Menor. El potencial electrostático de una esfera metálica maciza sólo es $V = kQ/R$, por lo que con la misma carga, una esfera mayor está a un potencial menor.

Revisión 25.4

1. Si se duplica la densidad de carga, lo mismo sucede con el campo eléctrico. Si el campo eléctrico fuera el doble, se necesitaría la mitad de la distancia para el mismo cambio de potencial (porque $V = -E_0 y$).
2. Si la carga Q aumentara al doble, los radios para los potenciales dados, $V = kQ/r$, también se duplicarían.
3. Como el campo es radial con respecto al eje del cilíndrico, y las superficies equipotenciales son perpendiculares al campo, esas superficies son cilindros, con la línea de carga en su eje común.
4. Para cargas de igual signo, el campo eléctrico tiene dirección paralela a su plano intermedio (excepto en el punto medio, donde $E = 0$; véase la figura 23.18). Como el campo eléctrico no es perpendicular a esta superficie, no es una superficie equipotencial.

5. (D) Sí; sí. El valor del campo se determina por la *derivada* negativa del potencial con respecto a la distancia; el valor particular del potencial en un punto no importa. Además, donde el campo eléctrico es cero, el potencial es constante pero no necesariamente cero. Por ejemplo, una esfera conductora con carga tiene campo eléctrico cero en su interior, pero allí su potencial $V = kQ/R$ es constante (véase la figura 25.18).

Revisión 25.5

1. La ecuación se reduce a un solo término, como la ecuación (25.47), que es $U = (1/4\pi\epsilon_0)q_1q_2/r$.
2. Si son todas positivas o todas negativas, cada término de la energía potencial (25.48), que contiene el producto de dos cargas, es positivo y el total debe ser positivo. Sin embargo, si algunas cargas son positivas y algunas son negativas, entonces algunos términos son negativos y el signo del total depende de las magnitudes relativas de los diferentes términos.
3. Ya que cada término implica el producto de dos cargas, al aumentar los valores de todas las cargas en un factor de 2 aumentará el valor de cada término, por lo que el total aumentará en un factor de 4.
4. De acuerdo con la ecuación (25.51), la energía almacenada varía en función de $1/R$, y así al aumentar el radio al doble se tendrá la mitad de energía eléctrica almacenada, 0.25 J.
5. Como la densidad de energía es $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$, al aumentar el campo al doble se cuadruplicará la densidad de energía, hasta 40 J/m^3; si se triplica el campo eléctrico, la densidad de energía aumentará en un factor de 9, a 90 J/m^2.
6. Como la densidad de carga en las placas es constante, el campo eléctrico no cambia. Entonces, de acuerdo con la ecuación (25.56), cuando se duplica la separación d entre las placas, la energía total almacenada aumenta en un factor de 2, hasta 0.020 J. La densidad de energía sólo depende del campo eléctrico, por lo que no cambia.
7. (E) 0.25 J. La energía de una esfera con carga, de acuerdo con la ecuación (25.51), es proporcional al cuadrado de la carga. Así, con la mitad de la carga se tendrá la cuarta parte de energía almacenada, o 0.25 J.