CAPÍTULO

# 28

# Circuitos de corriente directa

## CONCEPTOS EN CONTEXTO

Conceptos *en* contexto

Baterías como éstas hacen funcionar herramientas portátiles, electrodomésticos y artículos electrónicos. Con frecuencia se puede representar un aparato conectado con una batería como un resistor.

En este capítulo se examinarán circuitos con una o más baterías, y uno o más resistores. Se podrán resolver preguntas como:

- ? ¿Cuánta energía puede suministrar una batería común? (Ejemplo 1, página 889)
- ? ¿Cómo funciona una batería? (Sección 28.2, página 890)
- ? En un circuito con varias baterías y resistores, ¿cómo se determina la corriente que pasa por cada resistor? (Ejemplo 2, página 894 y ejemplo 5, página 898)
- ? Para esos circuitos, ¿cuál es la potencia que suministra cada batería? ¿Cuál es la potencia disipada en cada resistor? (Ejemplo 6, página 902 y ejemplo 7, página 904)


28.1 Fuerza electromotriz
28.2 Fuentes de fuerza electromotriz
28.3 Circuitos de una malla
28.4 Circuitos con varias mallas
28.5 Energía en circuitos; calor de Joule
28.6 Mediciones eléctricas
28.7 El circuito *RC*
28.8 Los riesgos de las corrientes eléctricas

**corriente directa** (CD)

**corriente alterna** (CA)

Los circuitos eléctricos instalados en automóviles, casas y fábricas conducen una de dos clases distintas de corriente: **corriente directa (CD)** o **corriente alterna (CA)**. La corriente directa fluye constantemente por los conductores del circuito; permanece constante, excepto cuando se conecta o desconecta. La corriente alterna invierte periódicamente su dirección de flujo por el conductor; como un péndulo que oscila para uno y otro lado, la corriente alterna oscila en forma sinusoidal de una dirección (positiva) a la dirección contraria (negativa).

Para mantener fluyendo una corriente en los conductores de un circuito, se deben conectar los extremos del conductor con una "bomba de electricidad", un dispositivo que suministre continuamente cargas eléctricas a un extremo del conductor, y que las saque por el otro. La clase de corriente que pase por el alambre depende del tipo de bomba que se use. Una bomba continua, como lo es un acumulador de automóvil, produce una corriente constante. Una bomba alterna, como el generador de la central eléctrica con la que se conectan los circuitos en los hogares, produce una corriente alterna. En este capítulo se examinarán las corrientes directas que producen baterías u otras bombas de electricidad que se comportan como baterías.

## 28.1 FUERZA ELECTROMOTRIZ

La figura 28.1 muestra un circuito sencillo formado por un solo alambre (resistivo) conectado con las terminales de una batería. Una corriente constante, independiente del tiempo, pasará por ese circuito. En la figura 28.1 se ha indicado la dirección de la corriente de acuerdo con la convención establecida, que es la dirección de flujo (hipotético) de cargas positivas. La corriente que pasa por este circuito es un ejemplo de corriente directa: mientras la "fuerza" de la batería y la resistencia del alambre permanezcan constantes, la corriente también permanecerá constante.

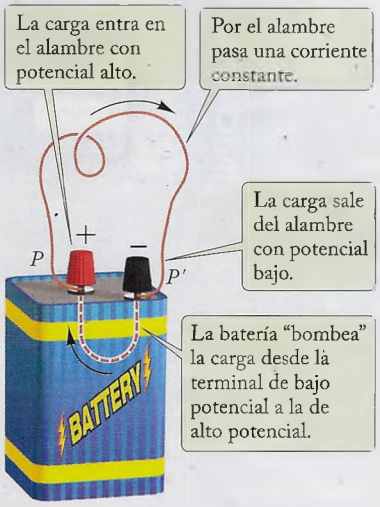



**FIGURA 28.1** Un alambre resistivo conectado a las terminales de una batería. La energía potencial de una carga (positiva) es alta, cuando está en la terminal positiva $P$ de la batería. La energía potencial decrece en forma gradual a medida que la carga recorre el alambre hacia la terminal negativa $P'$. Después, la energía potencial vuelve a aumentar a medida que la carga atraviese la batería (línea interrumpida), de $P'$ a $P$.

La batería debe efectuar trabajo sobre las cargas para mantenerlas moviéndose en torno al circuito. Si una carga positiva (hipotética) está al principio en el punto $P$ en una terminal de la batería, esa carga, impulsada por el campo eléctrico, se moverá a lo largo del alambre. En promedio, la energía cinética que gane la carga en el campo eléctrico, se disipa por fricción, debido a colisiones en el interior del alambre, y la carga llegará al punto $P'$ en la otra terminal de la batería, con energía cinética no mayor que la que tenía originalmente. Así, en promedio, la energía cinética no cambia, pero la energía potencial de la carga sí. El campo eléctrico tiene la dirección del alambre y efectúa trabajo sobre la carga; por eso, *el potencial eléctrico decrece uniformemente al aumentar la distancia a lo largo del alambre*, y la carga llega al punto $P'$ con una energía potencial menor que su energía potencial original. Para mantener el flujo de corriente, la batería debe "bombear" la carga, desde la terminal de bajo potencial a la terminal de alto potencial; esto es, la batería debe suministrar energía potencial eléctrica a la carga.

Este circuito eléctrico simple se parece al circuito hidráulico que muestra la figura 28.2: un canal por el que el agua baja de una colina, y una bomba que eleva el agua desde el pie hasta la punta de la colina. Entonces, el agua fluye en torno a un circuito hidráulico cerrado, del mismo modo que la carga fluye en torno al circuito eléctrico cerrado. El alambre se parece al canal por donde el agua desciende la colina, perdiendo energía potencial gravitacional. La bomba de agua de la figura 28.2 se puede considerar como una fuente de energía potencial gravitacional: produce esa energía con un suministro externo de energía química o mecánica. De igual manera la batería, o "bomba de electricidad" de la figura 28.1, se puede considerar una fuente de energía potencial eléctrica: produce esa energía mediante un suministro de energía química.

Para caracterizar la "fuerza" de la energía potencial eléctrica, se usa el concepto de **fuerza electromotriz** o **fem**. La fem de una fuente de energía potencial eléctrica se define como *la cantidad de energía eléctrica que entrega la fuente, por coulomb de carga positiva, para que esa carga pase por la fuente desde la terminal de bajo potencial a la terminal de alto potencial*. Como la fem es energía por unidad de carga, sus unidades son volts. Téngase en cuenta que la "fuerza" electromotriz no es una fuerza, sino una energía por coulomb; el engañoso nombre le fue asignado hace tiempo, cuando todavía no se hacía una clara distinción entre fuerza y energía. Como las unidades de fem son volts, a la fem se le llama simplemente **voltaje** o **tensión** de la fuente.

Si una corriente constante e independiente del tiempo lleva un coulomb de carga en torno al circuito de la figura 28.1, de $P$ a $P'$ por el alambre, y de $P'$ a $P$ por la fuente de fem, la energía que recibe esa carga de la fuente de fem debe ser exactamente igual a la energía que pierde en el interior del alambre. En ese caso, la carga regresa a su punto de partida exactamente con la misma energía que tenía al principio, y puede repetir ese viaje redondo una y otra vez, exactamente de la misma manera. Este balance de energía se escribe como sigue:

$$\mathcal{E} + \Delta V = 0 \tag{28.1}$$

donde $\mathcal{E}$ representa la fem, o aumento de energía potencial por coulomb de carga, debido a la fuente, y $\Delta V$ representa el cambio de energía potencial a lo largo del alambre (en este caso, $\mathcal{E}$ es positiva y $\Delta V$ es negativa; véase la figura 28.3).

De acuerdo con la ecuación (28.1), la fem $\mathcal{E}$ tiene la misma magnitud que la caída de potencial en el circuito interno conectado entre las terminales de la fuente de fem. Por ejemplo, una batería con una fem de 1.5 V (o 1.5 J/C) conectada a un circuito externo hará 1.5 J de trabajo sobre un coulomb de carga positiva que pase por la batería en dirección de avance (de la terminal − a la terminal +), y los resistores y demás dispositivos en el circuito externo efectuarán −1.5 J de trabajo sobre la carga cuando recorra este circuito (de la terminal + a la terminal −).

**fuerza electromotriz** (fem)

**FIGURA 28.2** Analogía mecánica del circuito de batería y conductor en la figura 28.1. La energía potencial de cierta cantidad de agua es alta en la punta de la colina; en forma gradual decrece a medida que el agua baja por la colina, y de nuevo aumenta cuando la bomba la eleva hasta la punta.

**EJEMPLO 1** Una pila nueva de linterna, con 1.5 V de voltaje, entrega una corriente de 1.0 A durante 1.0 h aproximadamente, antes de agotarse por completo. ¿Cuánto trabajo efectúa la batería en ese intervalo de tiempo?

Conceptos en contexto

**SOLUCIÓN:** Una batería de 1.5 V efectúa 1.5 J de trabajo por cada coulomb que pasa por ella. Si la corriente es 1.0 A, la carga que pasa en 1 h es 1.0 A × 3 600 s = 3 600 C. Entonces, el trabajo total es el trabajo por coulomb multiplicado por la cantidad de coulombs, es decir, 1.5 J/C × 3 600 C = 5 400 J.

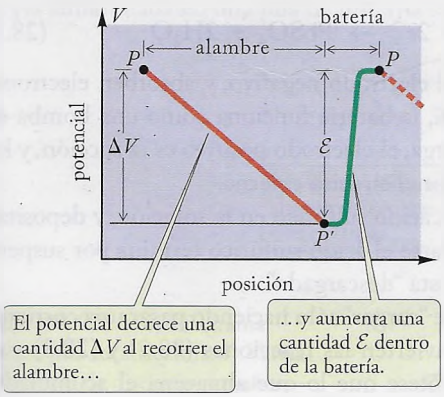



**FIGURA 28.3** Gráfica del potencial eléctrico, o energía potencial por coulomb de carga, en función de la posición a lo largo del conductor, para el circuito de la figura 28.1. El potencial es máximo en el punto $P$ (el polo positivo de la batería) y mínimo en el punto $P'$ (el polo negativo).

Nótese que si un coulomb de carga positiva es impulsado a través de la batería en dirección *inversa* (de la terminal + a la terminal −), la carga entregará energía potencial eléctrica a la batería. Después, la carga saldrá de la batería con un potencial 1.5 volts menor que el potencial que tenía cuando entró. La energía que entregó la carga será almacenada dentro de la batería (si es una batería recargable y reversible), o bien sólo se disipará como calor dentro de la batería (si no es una batería recargable).

## Revisión 28.1

**PREGUNTA 1:** Cuando una carga recorre un circuito como el de la figura 28.1, la batería entrega energía a la carga. ¿Qué le sucede a esa energía?

**PREGUNTA 2:** La batería entrega energía positiva a la corriente que recorre el circuito, como muestra la figura 28.1. Ya que esa corriente está formada en realidad por un flujo de electrones negativos ¿entregará la batería energía negativa a los electrones?

**PREGUNTA 3:** Se cambia la corriente que pasa por la batería en el ejemplo 1, a 2.0 A. Al agotarse por completo, la batería entregará entonces:

(A) La misma energía (B) Menos energía (C) Más energía

# 28.2 FUENTES DE FUERZA ELECTROMOTRIZ

Las fuentes de fem más importantes son baterías, generadores eléctricos, celdas de combustible y celdas solares. A continuación se describirán los principios físicos sobre los que se basa la operación de algunas de esas fuentes.

Conceptos en contexto

acumulador plomo-ácido

## Baterías

Las baterías convierten energía química en energía eléctrica. Un tipo muy común de batería es el **acumulador plomo-ácido**, que se usa mucho en automóviles. En su forma más simple, ese acumulador se compone de dos placas de plomo, el electrodo positivo y el electrodo negativo, sumergidas en una solución de ácido sulfúrico (véase la figura 28.4). El electrodo positivo está cubierto con una capa de dióxido de plomo, $PbO_2$. Cuando se cierra el circuito externo, el ácido sulfúrico reacciona con las superficies sumergidas de los electrodos. Como ya se mencionó en la sección 22.4, las reacciones que se efectúan en los electrodos positivo y negativo son, respectivamente,

$$Pb + SO_4^{2-} \rightarrow PbSO_4 + 2e^- \tag{28.2}$$

$$PbO_2 + 4H^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \rightarrow PbSO_4 + 2H_2O \tag{28.3}$$

Estas reacciones depositan electrones en el electrodo negativo, y absorben electrones del electrodo positivo, respectivamente. Así, la batería funciona como una bomba de electrones: el electrodo negativo es la descarga, el electrodo positivo es la succión, y los electrones van de la descarga a la succión por el circuito externo.

Las reacciones (28.2) y (28.3) agotan el ácido sulfúrico en la solución, y depositan sulfato de plomo en los electrodos. Al agotarse el ácido sulfúrico termina por suspenderse la reacción; entonces, el acumulador está "descargado".

El acumulador de plomo-ácido se puede "cargar" sólo haciendo pasar una corriente por él, en dirección inversa. Con ello se invierten las reacciones (28.2) y (28.3) y se regenera la solución de ácido sulfúrico. Nótese que lo que almacena el acumulador

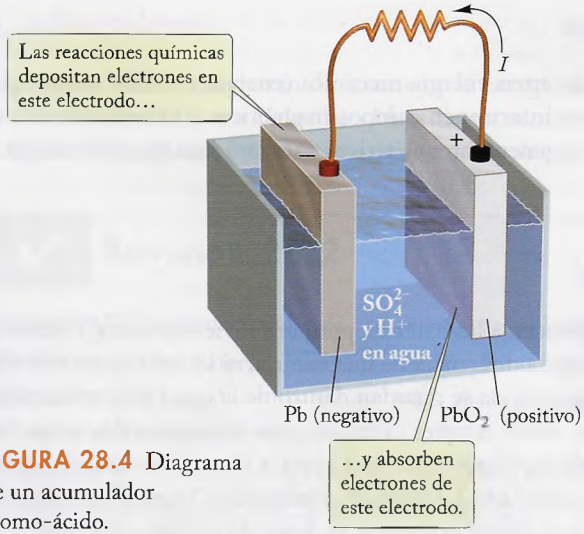



**FIGURA 28.4** Diagrama de un acumulador plomo-ácido.

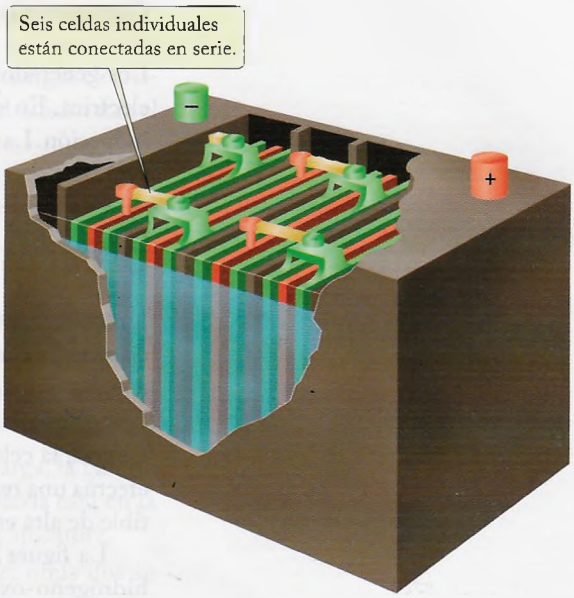



**FIGURA 28.5** Un acumulador de automóvil.

durante el proceso de carga no es carga eléctrica, sino energía química. La cantidad de cargas eléctricas positivas y negativas (protones y electrones) en la batería permanece constante; lo que cambia es la concentración de los compuestos químicos. Un acumulador cargado contiene compuestos químicos (plomo, dióxido de plomo y ácido sulfúrico) con energía interna relativamente alta; un acumulador descargado contiene compuestos químicos (sulfato de plomo, agua) de menor energía interna. La carga de un acumulador se puede comparar con la cuerda de un reloj de pared, o con bombear agua a una represa en lo alto de una colina; en todos esos casos se está almacenando energía, que a continuación se puede liberar cuando se le necesite.

En el acumulador de una sola celda que muestra la figura 28.4, las reacciones (28.2) y (28.3) generan una fem de 2.0 V. En un acumulador de automóvil (véase la figura 28.5) se apilan seis de esas celdas y se conectan en serie, para producir una fem de 12.0 V (históricamente, el nombre *batería* se originó por esta forma de apilar celdas sencillas). La energía almacenada en ese acumulador suele ser aproximadamente de $2 \times 10^6$ J.

**pila seca**

Otra clase conocida de batería es la **pila seca** o pila de linterna. En una pila seca alcalina, el electrodo positivo es una barra de carbón, y el electrodo negativo es zinc en polvo. El electrolito donde están "sumergidos" esos electrodos es una pasta húmeda de hidróxido de potasio y dióxido de manganeso (véase la figura 28.6). Cuando se conecta esa pila con un circuito externo, las reacciones químicas en los electrodos convierten energía química en energía eléctrica, y bombean electrones de un electrodo a otro a través del circuito externo. La fem de esa pila seca es 1.5 V. Como no hay líquido que vaya y venga, estas baterías son especialmente adecuadas para aparatos portátiles. La energía almacenada en una pila de linterna suele ser del orden de 5 000 J.

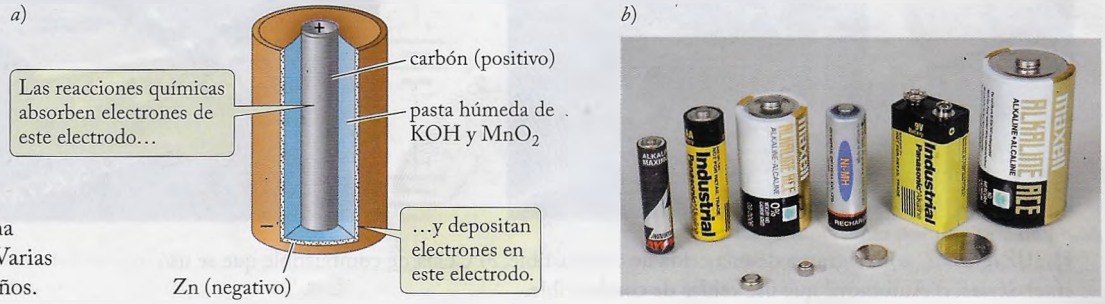



**FIGURA 28.6** *a*) Diagrama de una pila seca alcalina. *b*) Varias pilas secas de distintos tamaños.

## Generadores eléctricos

Los generadores eléctricos convierten energía mecánica (energía cinética) en energía eléctrica. En su funcionamiento intervienen campos magnéticos y el fenómeno de la inducción. La descripción de los generadores eléctricos se dejará para las secciones 31.2 y 31.3.

## Celdas de combustible

Las celdas de combustible se parecen a las baterías, porque convierten energía química en energía eléctrica. Sin embargo, a diferencia de una batería, ni las sustancias con alta energía ni los productos de baja energía se guardan dentro de la celda de combustible. Los primeros se le suministran desde tanques externos, y los últimos se descartan. En esencia, la celda de combustible funciona como una cámara de combustión, donde se efectúa una reacción química controlada. La celda de combustible "quema" un combustible de alta energía, pero produce energía eléctrica, en lugar de energía calorífica.

La figura 28.7*a* muestra una celda de combustible que quema un combustible de hidrógeno-oxígeno. Los electrodos de la celda de combustible son cilindros huecos de carbón poroso; al electrodo positivo se le bombea oxígeno a alta presión, y al negativo, hidrógeno. Los electrodos están sumergidos en un electrolito de hidróxido de potasio. Las reacciones en los electrodos negativo y positivo son, respectivamente,

$$2H_2 + 4OH^- \rightarrow 4H_2O + 4e^- \tag{28.4}$$

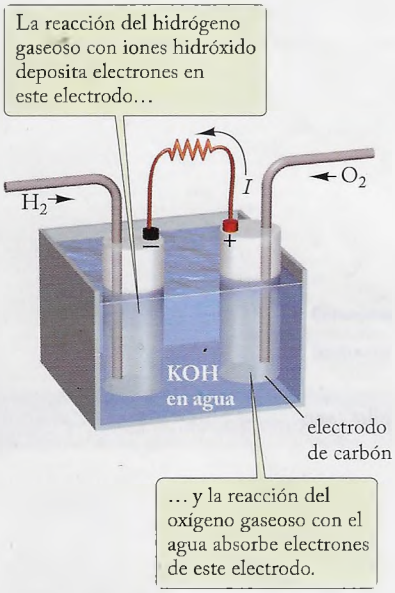
$$O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^- \tag{28.5}$$

Estas reacciones depositan electrones en el electrodo negativo y sacan electrodos del electrodo positivo. Es como se bombean electrones de un electrodo al otro, a través del circuito externo.

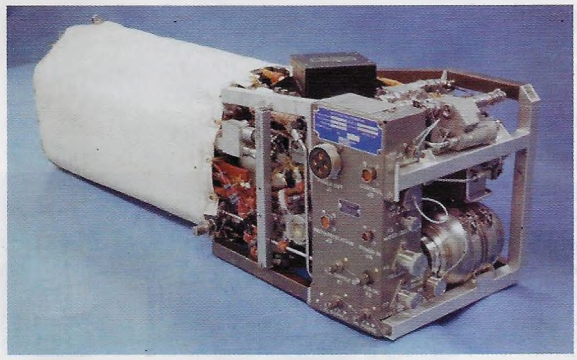
Obsérvese que el resultado neto de la secuencia de reacciones (28.4) y (28.5) es la conversión de oxígeno e hidrógeno en agua. Esta reacción es la inversa de la electrólisis del agua (descomposición del agua por una corriente eléctrica). El exceso de agua sale de la celda en forma de vapor.

Todas las celdas de combustible producen cierta cantidad de vapor residual. Las mejores celdas de combustible disponibles convierten aproximadamente 45% de la energía química del combustible en energía eléctrica, y desperdician el resto. Se han llevado celdas de combustible a aplicaciones prácticas, como fuentes de energía a bordo de la nave *Apollo* y en el *Skylab* (véase la figura 28.7*b*), y también se han instalado como fuentes de potencia en modelos experimentales de automóviles (figura 28.7*c*). Son compactas y limpias; en el *Skylab*, el agua residual eliminada de la celda de combustible se usó como agua para beber y para lavar.

*a*)




*b*)



*c*)

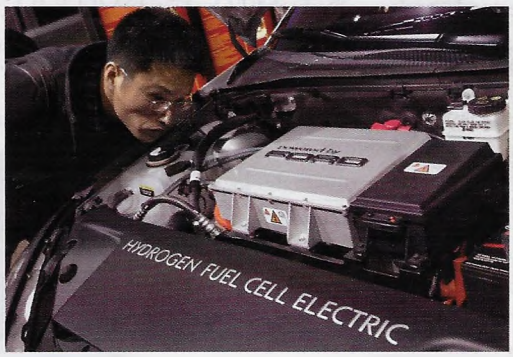



**FIGURA 28.7** *a*) Diagrama de una celda de combustible. *b*) Celda de combustible que se usó en el *Skylab*. *c*) Automóvil que usa celdas de combustible.

## Celdas solares

Las celdas solares convierten directamente la energía de la luz solar en energía eléctrica. Están formadas por delgadas obleas de un semiconductor, como el silicio. En el capítulo 39 se describirán los semiconductores y sus aplicaciones.

## ✔ Revisión 28.2

**PREGUNTA 1:** Una batería cargada, ¿tiene más carga eléctrica que una batería descargada?

**PREGUNTA 2:** Una batería almacena energía. ¿En qué forma se almacena esa energía?

**PREGUNTA 3:** El combustible de una celda de combustible almacena energía. ¿En qué forma se almacena esa energía?

**PREGUNTA 4:** Para cargar un capacitor, se usa una batería; durante esa carga, la batería entrega energía al capacitor. ¿Cuál es la forma de esa energía cuando todavía está en la batería? ¿Cuál es la forma de esa energía cuando está almacenada en el capacitor?

**PREGUNTA 5:** Se conectan dos baterías idénticas de una celda, en serie; otras dos se conectan en paralelo. Los dos arreglos tienen distinta:

(A) Cantidad de energía almacenada (B) Fuerza electromotriz
(C) Forma de energía almacenada

# 28.3 CIRCUITOS DE UNA MALLA

Los circuitos eléctricos en los automóviles y en herramientas o electrodomésticos accionados por baterías, como taladros eléctricos, linternas de mano, computadoras portátiles y teléfonos portátiles, contienen una o varias baterías u otras fuentes de fem conectadas mediante conductores a lámparas, motores eléctricos, pantallas, etc. Estos aparatos se pueden representar en diagramas de circuitos eléctricos mediante sus resistencias. Por consiguiente, el diagrama de circuito eléctrico se compone de una o varias fuentes de fem conectadas a uno o varios resistores (véase la figura 28.8). En esos diagramas, toda fuente con una fem independiente del tiempo se representa con una pila de líneas paralelas, largas y cortas, que recuerdan las placas de un acumulador plomo-ácido. La terminal de alto potencial se representa por una línea larga y delgada (marcada con un signo más), y la terminal de bajo potencial con una línea corta y gruesa (marcada con un signo menos). Si se conectan las terminales de esas fuentes a una red con resistencias, pasará una corriente directa constante, o CD, por la red. En esta

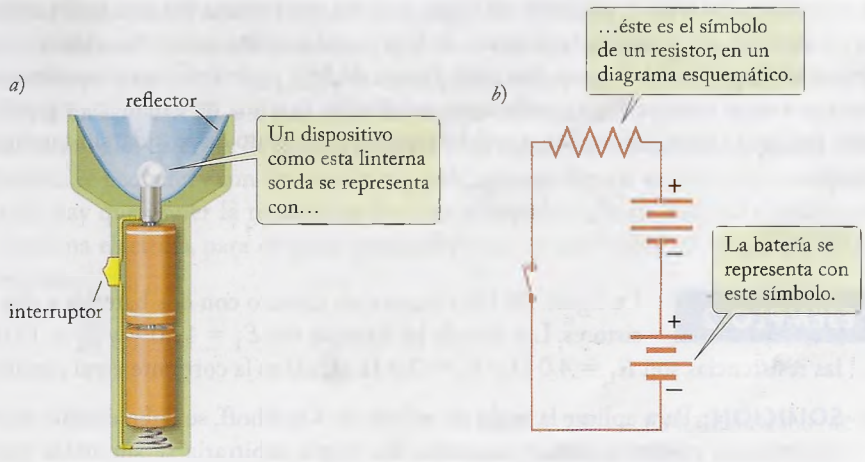



**FIGURA 28.8** *a)* Una linterna de mano contiene un foco conectado en serie con dos baterías. *b)* Diagrama eléctrico de la lámpara de mano. Cada una de las dos baterías se representa por una pila de líneas paralelas, cortas y largas, con signos más y menos.

sección y en la que sigue se describirá cómo se calculan las corrientes que pasan por las diferentes partes de un circuito. Se comenzará con circuitos simples, formados por una malla. En un circuito de una malla sólo hay una trayectoria, y entonces *la misma corriente pasa por cualquier punto en una malla simple.*

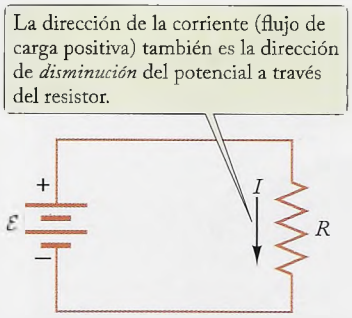



**FIGURA 28.9** Un circuito simple con una fuente de fem y un resistor.

La figura 28.9 muestra un diagrama eléctrico de uno de esos circuitos de una malla, formado por una fuente de fem, que puede ser una batería, conectada a un resistor. La fem de la batería es $\mathcal{E}$ y la resistencia del resistor es $R$. Se supone que los conductores del resistor a la batería tienen resistencia despreciable (si se requiere mayor exactitud, se debe incluir la resistencia de los conductores en el diagrama del circuito). La resistencia $R$ de la figura 28.9 podría representar por igual un resistor de carbón o algún otro dispositivo, como una lámpara, con resistencia eléctrica; la resistencia $R$ podría incluso representar la del alambre mismo conectado entre las terminales de la batería. Para calcular la corriente que pasa por el circuito se observa que, de acuerdo con la ley de Ohm, el cambio de potencial a través del resistor debe ser

$$\Delta V = -IR \tag{28.6}$$

Aquí, se ha considerado el cambio de potencial en la dirección de la flecha (véase la figura 28.9), del extremo superior al inferior del resistor. El signo negativo en el lado derecho de la ecuación (28.6) indica que, para una carga positiva que recorra el circuito en la dirección de la flecha, el potencial decrece a través del resistor. De acuerdo con la ecuación (28.1), la fem más el cambio de potencial deben ser igual a cero; entonces

$$\mathcal{E} - IR = 0 \tag{28.7}$$

de donde

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \tag{28.8}$$

**regla de voltaje de Kirchhoff**

La ecuación (28.7) es un caso de la **regla de voltaje de Kirchhoff**, que establece que cuando se *recorre cualquier malla cerrada en un circuito, la suma de todas las fem y todos los cambios de potencial a través de resistores y demás elementos del circuito debe ser igual a cero.* En esta suma la fem debe considerarse positiva (ganancia de energía potencial) siempre que se atraviese una fuente de fem en la dirección de avance, de la terminal − a la terminal +, y negativa (pérdida de energía potencial) cuando se pase por una fuente en dirección inversa, de la terminal + a la terminal −. De igual modo, el cambio de potencial a través de un resistor se considera negativo ($-IR$, una caída de voltaje) cuando se atraviese el resistor en la misma dirección que la corriente, y como positiva ($+IR$, un aumento de voltaje) cuando se atraviese el resistor en dirección contraria a la corriente.

La demostración de la regla de voltaje de Kirchhoff se parece a la demostración de la ecuación (28.1). Si un coulomb de carga positiva recorre una vez una malla cerrada en un circuito con una o varias fuentes de fem y uno o varios resistores, ganará o perderá energía potencial al pasar por cada fuente de fem y perderá energía potencial al pasar por cada resistor. Bajo condiciones constantes, la suma de ganancias y pérdidas debe ser igual a cero, porque la carga debe regresar a su punto de partida, sin cambio de energía.

Conceptos en contexto

**EJEMPLO 2** La figura 28.10*a* muestra un circuito con dos baterías y dos resistores. Las fem de las baterías son $\mathcal{E}_1 = 12.0$ V y $\mathcal{E}_2 = 15.0$ V; las resistencias son $R_1 = 4.0\ \Omega$ y $R_2 = 2.0\ \Omega$. ¿Cuál es la corriente en el circuito?

**SOLUCIÓN:** Para aplicar la regla de voltaje de Kirchhoff, se debe decidir en qué dirección la corriente recorre la malla. En forma arbitraria se supondrá que la

corriente en la dirección de las manecillas del reloj (figura 28.10*a*). Si esta hipótesis fuera errónea, el cálculo de la corriente sería correcto, pero tendría un valor negativo, que indicaría que la dirección de la corriente real es contraria a la dirección que se supuso.

De acuerdo con la regla de voltaje de Kirchhoff, la suma de todas las fem y todos los cambios de potencial a través de los resistores es igual a cero. Para aplicar esta regla se puede partir de cualquier punto en una malla, y recorrer la malla en cualquier dirección. Si se opta por recorrer la malla en dirección de las manecillas del reloj, comenzando y terminando en la esquina inferior izquierda (figura 28.10*b*), entonces

$$\mathcal{E}_1 - IR_1 - \mathcal{E}_2 - IR_2 = 0 \tag{28.9}$$

Nótese que $\mathcal{E}_2$ entra con un signo negativo en esta ecuación, porque la trayectoria en sentido de las manecillas del reloj atraviesa esta fuente de fem en dirección inversa. También, ambos cambios de potencial resistivos se indican aquí como negativos, porque la trayectoria en sentido de las manecillas del reloj en ambos casos tiene la dirección supuesta de la corriente. Al despejar $I$ de la ecuación (28.9), resulta

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} \tag{28.10}$$

o sea

$$I = \frac{12.0\ \text{V} - 15.0\ \text{V}}{4.0\ \Omega + 2.0\ \Omega} = -0.50\ \text{A} \tag{28.11}$$

En este caso, el signo negativo indica que la corriente *no va* con las manecillas del reloj, como se definió originalmente, sino en contra de las manecillas.

**COMENTARIOS:** Se podría haber adivinado la dirección correcta de la corriente, porque es obvio que la batería más potente de la derecha hará que la corriente atraviese la batería menos potente en dirección inversa. Pero en circuitos más complicados, la dirección de la corriente no será tan obvia, y se deberá determinar verificando con cuidado los signos en los cálculos.

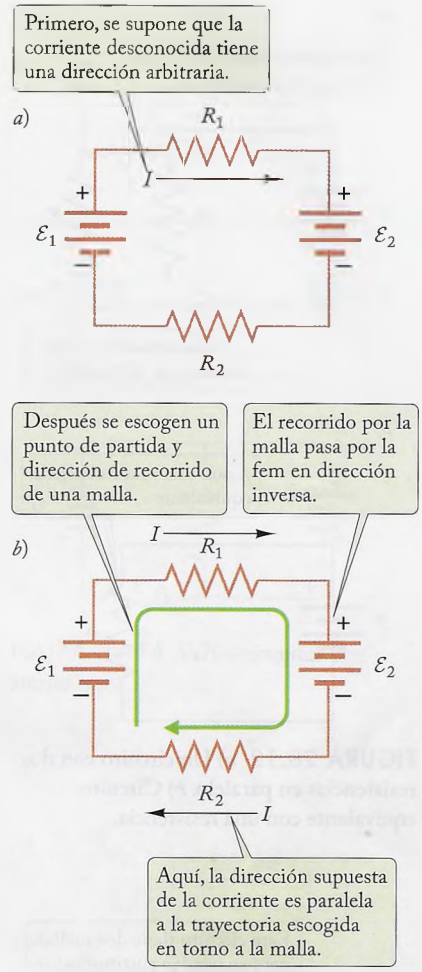



**FIGURA 28.10** *a*) Dos fuentes de fem y dos resistores. *b*) Las mismas fuentes de fem y los mismos resistores, habiendo elegido una trayectoria para aplicar la regla de voltaje de Kirchhoff.

En el ejemplo 2 no se tomó en cuenta la **resistencia interna** de las baterías. El electrolito en una batería siempre presenta algo de resistencia, que hace que la corriente tenga una caída de voltaje aun antes de salir por las terminales externas de la batería. La fem $\mathcal{E}$ indicada en los letreros de las baterías se refiere a la diferencia de potencial entre las terminales cuando no pasa corriente; con frecuencia se le llama voltaje de "circuito abierto". Se puede considerar que la resistencia interna $R_i$ de la batería está conectada en serie con la fem $\mathcal{E}$ (figura 28.11). Cuando pasa una corriente $I$, el voltaje se reduce en $\Delta V = -IR_i$ a través de la resistencia interna, por lo que el voltaje restante en las terminales externas de la batería será $\mathcal{E} - IR_i$. La resistencia interna de una buena batería es pequeña y con frecuencia se puede ignorar. Pero si se debe tener en cuenta, sólo hay que poner la resistencia interna adecuada en serie con cada batería en el diagrama eléctrico, para después proceder como de costumbre en el cálculo de las corrientes.

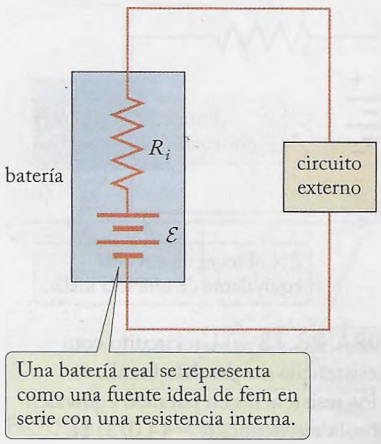



**FIGURA 28.11** La resistencia interna $R_i$ está en serie con la fem $\mathcal{E}$ nominal.

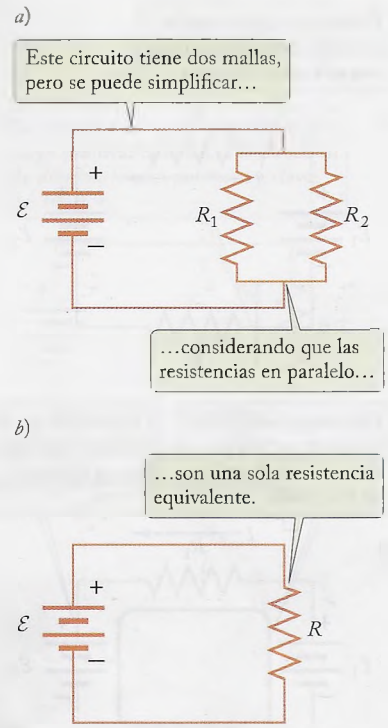



**FIGURA 28.12** *a)* Un circuito con dos resistencias en paralelo. *b)* Circuito equivalente con una resistencia.

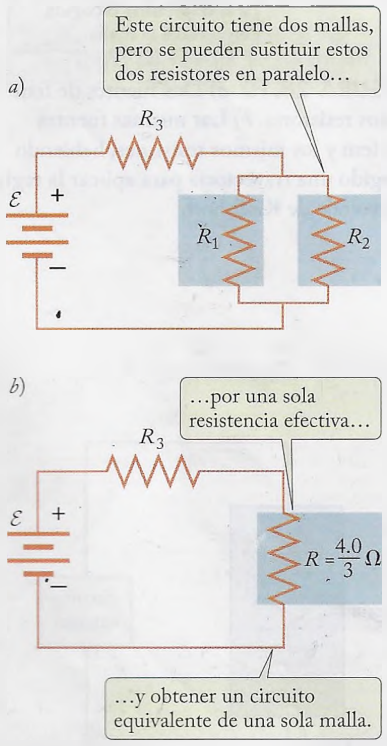



**FIGURA 28.13** *a)* Un circuito con dos resistencias en paralelo (azul). *b)* Las dos resistencias en paralelo equivalen a una sola resistencia $R = (4.0/3)\ \Omega$.

**EJEMPLO 3** Una pila alcalina para lámpara, de fem nominal 1.5 V, tiene 0.12 Ω de resistencia interna. ¿Cuál será la diferencia de potencial a través de sus terminales, si la batería suministra una corriente de 1 A? ¿Y si la batería suministra 5 A de corriente?

**SOLUCIÓN:** Como se indicó arriba, la diferencia de potencial disponible en las terminales será la fem de la fuente menos la caída de voltaje en la resistencia interna. Para una corriente de 1 A, el voltaje a través de las terminales será

$$\mathcal{E} - IR_i = 1.5\ \text{V} - 1\ \text{A} \times 0.12\ \Omega = 1.5\ \text{V} - 0.1\ \text{V} = 1.4\ \text{V}$$

Para la corriente de 5 A, el voltaje entre terminales será

$$\mathcal{E} - IR_i = 1.5\ \text{V} - 5\ \text{A} \times 0.12\ \Omega = 1.5\ \text{V} - 0.6\ \text{V} = 0.9\ \text{V}$$

Un circuito con dos o más resistores en paralelo, como el que muestra la figura 28.12, no es un circuito genuino de una malla, porque los resistores en paralelo y sus alambres de conexión forman mallas adicionales. El método general para manejar circuitos de varias mallas se describirá en la siguiente sección. Sin embargo, los circuitos con resistores en paralelo, como el de la figura 28.12, se pueden calcular con el mismo método que para los circuitos de una sola malla porque, como se indica en el capítulo anterior, las resistencias en paralelo equivalen efectivamente a una sola resistencia [véase la ecuación (27.29)].

**EJEMPLO 4** Suponer que en el circuito de la figura 28.13*a*, la fem de la batería es 12 V, y que las resistencias son $R_1 = 4.0\ \Omega$, $R_2 = 2.0\ \Omega$ y $R_3 = 3.0\ \Omega$. ¿Cuál es la corriente que pasa por la batería en este circuito?

**SOLUCIÓN:** La corriente a través de la fuente pasa por $R_3$ y se divide entre $R_1$ y $R_2$. La resistencia neta de la combinación en paralelo se calcula con la ecuación (27.29),

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2.0\ \Omega} + \frac{1}{4.0\ \Omega} = \frac{3}{4.0\ \Omega}$$

es decir,

$$R = \frac{4.0}{3}\ \Omega = 1.3\ \Omega$$

Entonces, el circuito que muestra la figura 28.13*a* es equivalente de hecho al circuito de una sola malla de la figura 28.13*b*. Para este circuito de una sola malla, con resistencias $R = 1.3\ \Omega$ y $R_3 = 3.0\ \Omega$ en serie con una fem de 12 V, la regla de Kirchhoff indica que

$$\mathcal{E} - IR - IR_3 = 0$$

Ahora se puede despejar la corriente desconocida $I$:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_3} = \frac{12\ \text{V}}{1.3\ \Omega + 3.0\ \Omega} = 2.8\ \text{A}$$

**COMENTARIOS:** Las corrientes por los resistores individuales en paralelo se pueden calcular a partir de esta corriente total en la misma forma que en el ejemplo 8

del capítulo 27. Es decir, el potencial a través de cada resistor en paralelo es $\Delta V = IR = 2.8\ \text{A} \times 4/3\ \Omega = 3.7$ volts, por lo que las corrientes individuales son $I_1 = \Delta V/R_1 = 3.7\ \text{volts}/4.0\ \Omega = 0.9\ \text{A}$, e $I_2 = \Delta V/R_2 = 3.7\ \text{volts}/2.0\ \Omega = 1.9\ \text{A}$.

## Revisión 28.3

**PREGUNTA 1:** Un circuito tiene varias baterías y varios resistores. Si todas las baterías se sustituyen con otras con el doble de fem, ¿cómo cambiará la corriente? Si a continuación se sustituyen todos los resistores por otros con el doble de resistencia, ¿cómo cambiará la corriente?

**PREGUNTA 2:** Si en un circuito se invierten todas las baterías, esto es, se voltean de un extremo al otro, ¿qué sucede con la corriente? ¿Y si todos los resistores se invierten, es decir, se voltean de un extremo al otro?

**PREGUNTA 3:** La figura 28.14 muestra varios circuitos que tienen baterías. En cada caso ¿cuáles son las direcciones de las corrientes eléctricas?

**PREGUNTA 4:** Si una batería con fem $\mathcal{E}$ tiene una resistencia interna algo grande, $R_i \approx 2\ \Omega$. Si se conectan las terminales con un alambre grueso de $R \approx 0.1\ \Omega$, el voltaje entre las terminales de la batería es

(A) Exactamente igual a $\mathcal{E}$ (B) Un poco menor que $\mathcal{E}$ (C) Mucho menor que $\mathcal{E}$

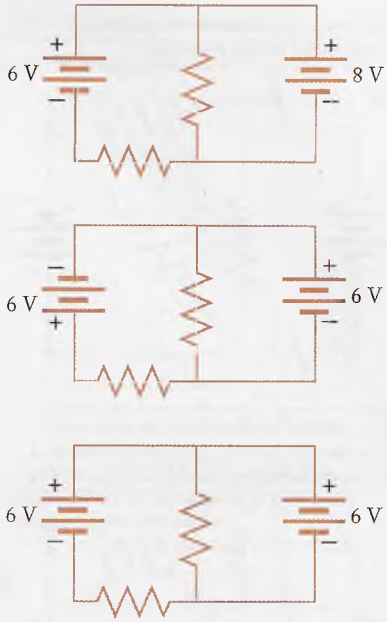



**FIGURA 28.14** Varios circuitos con baterías.

# 28.4 CIRCUITOS CON VARIAS MALLAS

Si se conectan varias fuentes de fem y varios resistores para formar un circuito complicado con varios ramales, las corrientes pasarán por varias trayectorias alternativas. La regla de voltaje de Kirchhoff se puede aplicar a cualquier malla del circuito complicado. Sin embargo, para aplicarla, es necesario identificar las corrientes separadas que pasan por cada rama. Si sólo hay una rama en alguna parte del circuito, la corriente es igual en cada punto. Pero cuando la corriente encuentra un *nodo* o bifurcación, se dividirá en las dos o más ramas, como se ve en la figura 28.15. Se pueden relacionar las corrientes separadas mediante la **regla de corriente de Kirchhoff:** *la corriente total que entra a un nodo es igual a la corriente total que sale del nodo,* es decir

**regla de corriente de Kirchhoff**

$$\sum I_{\text{entrada}} = \sum I_{\text{salida}} \tag{28.12}$$

Esta regla afirma que no se acumula carga en las bifurcaciones, ni se retira de las bifurcaciones; sólo pasa la corriente por ellas.

Así, para las corrientes que entran y salen del nodo en la figura 28.15, en las direcciones que se indican, la regla de corriente de Kirchhoff proporciona la relación

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Como se mencionó en el ejemplo 2, en muchas aplicaciones puede ser que no se conozcan al principio las direcciones de las corrientes. En esos casos se escoge una dirección arbitrara para cada corriente por separado. A continuación se escribe el conjunto de ecuaciones simultáneas para las corrientes desconocidas, usando las reglas de Kirchhoff, con la seguridad de que al resolver esas ecuaciones el signo algebraico de cada resultado indicará si esa corriente sigue la dirección supuesta, o es contraria a ella (negativa).

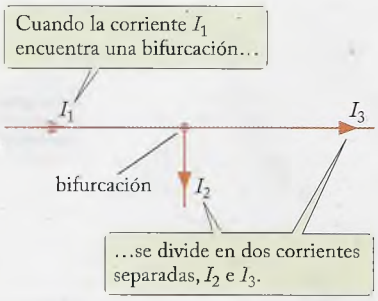



**FIGURA 28.15** Una bifurcación o nodo.

Cuando el circuito es complicado con varias mallas y ramales…

a)

Por ejemplo, en la figura 28.16*a* se muestra un circuito complicado con v
mas. Para cada rama se puede identificar la corriente, y escogerle una direcci
se ve en la figura 28.16*b*. Para relacionar esas corrientes se puede aplicar la
corriente de Kirchhoff en varios nodos. También, el circuito tiene varias m
puede aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff a cualquiera de ellas, por ejem

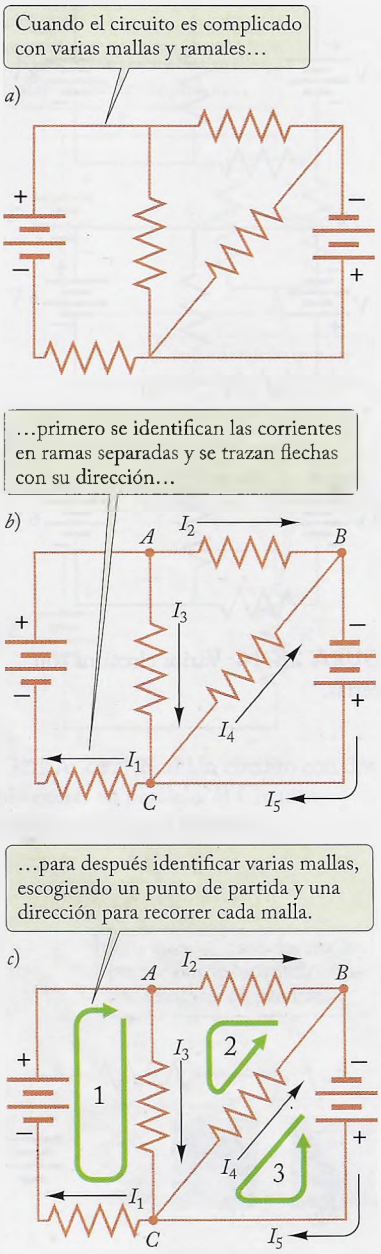



**FIGURA 28.16** *a*) Un circuito con varias mallas. *b*) El mismo circuito con sus cinco corrientes separadas. También se identifican tres nodos (*A*, *B* y *C*). *c*) El mismo circuito con tres mallas (1, 2 y 3) identificadas.

Por ejemplo, en la figura 28.16*a* se muestra un circuito complicado con varias ramas. Para cada rama se puede identificar la corriente, y escogerle una dirección, como se ve en la figura 28.16*b*. Para relacionar esas corrientes se puede aplicar la regla de corriente de Kirchhoff en varios nodos. También, el circuito tiene varias mallas y se puede aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff a cualquiera de ellos; por ejemplo, la malla rectangular (número 1) y dos mallas triangulares (números 2 y 3) en la figura 28.16*c*. Después de haber escogido un punto de partida y una dirección arbitrarios para recorrer determinada malla, se suman los cambios de potencial para la trayectoria en torno a la malla y se iguala a cero esa suma. Recuérdese, de la sección anterior, que si el recorrido por una malla pasa por un resistor en la misma dirección que la corriente, se debe escribir el cambio de voltaje como $-IR$ (una caída de voltaje); si la trayectoria pasa por un resistor en dirección contraria a la corriente, se debe escribir el cambio de voltaje como $+IR$ (un aumento de voltaje).

Entonces, el procedimiento para obtener las ecuaciones necesarias es el siguiente:

1. Identificar las corrientes separadas que pasan por cada rama en el circuito y etiquetarlas ($I_1$, $I_2$, $I_3$,...), y asignarles una dirección arbitraria (mediante flechas).
2. Escribir la regla de corriente de Kirchhoff, $\Sigma I_{ent} = \Sigma I_{sal}$ en varios nodos. Escoger los nodos suficientes para que cada corriente aparezca por lo menos en una ecuación, y sólo escoger nodos con al menos una corriente que no esté en alguna otra ecuación.
3. Considerar que el circuito es un conjunto de mallas cerradas. Identificar mallas suficientes para que cada parte del circuito esté incluida por lo menos en una de las mallas. Las mallas se pueden traslapar, pero cada malla debe tener al menos un elemento de circuito que no esté traslapado con alguna otra malla.
4. Aplicar a cada malla la regla de voltaje de Kirchhoff: la suma de todas las fem y todos los cambios de potencial a través de resistores debe ser igual a cero cuando se completa un circuito. Nótese que cuando se escribe el cambio de potencial a través de un resistor, $\Delta V = \pm IR$, se debe tomar el signo negativo si se recorre el resistor en dirección de la corriente, y el signo positivo si se recorre en dirección contraria a la corriente. De igual manera, una fuente de fem $\mathcal{E}$ se debe considerar positiva, $+\mathcal{E}$, si se recorre la fuente en dirección de avance, de la terminal $-$ a la $+$, y negativa, $-\mathcal{E}$, si se recorre la fuente en dirección inversa, de la terminal $+$ a la $-$.

Mediante este procedimiento se formulará la cantidad correcta de ecuaciones para las corrientes desconocidas $I_1, I_2, I_3,\ldots$ Entonces se resuelven esas ecuaciones con métodos matemáticos normales para ecuaciones simultáneas con varias incógnitas (véase el apéndice A2). Si sucede que una corriente es negativa, su dirección es contraria a la dirección que se le asignó en el paso 1.

En el ejemplo siguiente se ilustra este método para el circuito de dos mallas en la figura 28.17.

Conceptos en contexto

**EJEMPLO 5** En el circuito de la figura 28.17*a*, las fem son $\mathcal{E}_1 = 12.0$ V, $\mathcal{E}_2 = 8.0$ V, $R_1 = 4.00\ \Omega$, $R_2 = 4.00\ \Omega$ y $R_3 = 2.00\ \Omega$. Calcular la corriente en cada resistor.

**SOLUCIÓN:** Primero, se identifican y asignan direcciones a las corrientes desconocidas en el nodo de la parte central de la figura, el punto *A* (véase la figura 28.17*b*). En este punto se aplica la regla de corriente de Kirchhoff:

$$I_1 = I_2 + I_3 \tag{28.13}$$

Tenga en cuenta que para este ejemplo sólo éstas son las corrientes separadas en el circuito; sólo hay tres ramas en este circuito, por lo que basta aplicar la regla de corriente de Kirchhoff en un solo nodo. [Si se aplicara la regla de corriente de Kirchhoff en el nodo de abajo en el centro del circuito, se obtendría la misma información que en la ecuación (28.13), porque en ese nodo se encuentran las mismas tres corrientes.]

Ahora se aplicará la regla de voltaje de Kirchhoff a las mallas izquierda y derecha del circuito. En este ejemplo se podrá comenzar en el punto $A$ y recorrer cada malla en dirección de las manecillas del reloj, aunque para cualquier malla se podrá trabajar con cualquier punto de partida y en cualquier dirección. Para la malla izquierda (número 1) se obtiene

$$-I_2R_2 + \mathcal{E}_1 - I_1R_1 = 0 \tag{28.14}$$

y para la malla derecha (número 2),

$$-\mathcal{E}_2 - I_3R_3 + I_2R_2 = 0 \tag{28.15}$$

Se observa que se han escogido los signos en las ecuaciones (28.14) y (28.15) de acuerdo con el paso 4 del procedimiento indicado arriba. Por ejemplo, la fem en la primera ecuación se escribe $+\mathcal{E}_1$, porque la trayectoria fue de la terminal $-$ a la $+$ de $\mathcal{E}_1$; en cambio, la fem en la segunda ecuación es $-\mathcal{E}_2$, porque la trayectoria pasó por $\mathcal{E}_2$ de la terminal $+$ a la $-$. De igual modo, en la segunda ecuación el cambio de voltaje a través del resistor $R_3$ se escribe $-I_3R_3$, porque la trayectoria fue paralela a la dirección escogida para $I_3$, mientras que el cambio de voltaje a través del resistor $R_2$ se escribe $+I_2R_2$, porque el camino fue contrario a la dirección escogida para $I_2$.

De este modo, las reglas de Kirchhoff han determinado las tres ecuaciones, (28.13), (28.14) y (28.15), para las tres corrientes desconocidas $I_1$, $I_2$ e $I_3$.

Antes de pasar a la solución de estas ecuaciones conviene sustituir los valores numéricos de las cantidades conocidas $\mathcal{E}$ y $R$. Con esos valores numéricos, las ecuaciones (28.14) y (28.15) son

$$-4I_2 + 12 - 4I_1 = 0 \tag{28.16}$$

$$-8 - 2I_3 + 4I_2 = 0 \tag{28.17}$$

Para resolver estas tres ecuaciones y obtener las tres incógnitas $I_1$, $I_2$ e $I_3$, primero se eliminará $I_1$ sustituyendo $I_1 = I_2 + I_3$, de la ecuación (28.13) en la ecuación (28.16):

$$-4I_2 + 12 - 4(I_2 + I_3) = 0$$

o sea

$$12 - 8I_2 - 4I_3 = 0 \tag{28.18}$$

Ahora, las ecuaciones (28.17) y (28.18) sólo contienen las incógnitas $I_2$ e $I_3$. Si se despeja $I_2$ de la ecuación (28.17) resulta

$$I_2 = \frac{2I_3 + 8}{4} = \frac{1}{2}I_3 + 2 \tag{28.19}$$

Ahora se puede eliminar $I_2$, sustituyendo la ecuación (28.19) en la ecuación (28.18):

$$12 - 8(\tfrac{1}{2}I_3 + 2) - 4I_3 = 0$$

o sea

$$-4 - 8I_3 = 0$$

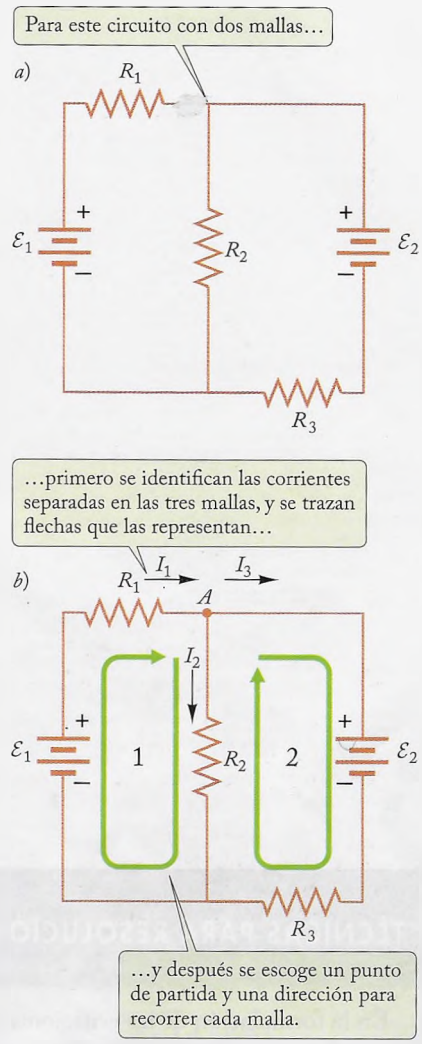



**FIGURA 28.17** *a)* Circuito con dos mallas. Dos mallas cualesquiera bastan para incluir todos los puntos del circuito. *b)* Se han identificado las corrientes separadas $I_1$, $I_2$ e $I_3$, y dos mallas.

De inmediato resulta

$$I_3 = -\tfrac{1}{2} = -0.50$$

Entonces, con la ecuación (28.19),

$$I_2 = \tfrac{1}{2}I_3 + 2 = -\tfrac{1}{4} + 2 = 1.75$$

y la ecuación (28.13) da como resultado

$$I_1 = I_2 + I_3 = 1.75 + (-0.50) = 1.25$$

Naturalmente, estas corrientes están en amperes; es decir, $I_1 = 1.25$ A, $I_2 = 1.75$ A e $I_3 = -0.50$ A. El signo negativo de $I_3$ significa que la corriente en esa rama en realidad es contraria a la dirección que se escogió en la figura 28.17*b*.

**COMENTARIO:** Se podrían haber aplicado las reglas de Kirchhoff a un nodo diferente, o a una malla diferente en el circuito, pero se habrían obtenido los mismos resultados. Por ejemplo, la malla más grande, en torno al exterior de todo el circuito, podría haber sustituido a una de las mallas que se usaron arriba. Sin embargo, una vez elegidas las mallas para que incluyan todas las partes del circuito, ya no se obtiene información nueva al considerar otras mallas posibles.

## TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

## LAS LEYES DE KIRCHHOFF Y LOS CIRCUITOS CON VARIAS MALLAS

En la formulación de las ecuaciones para los diversos nodos y mallas en un circuito, se deben manejar en forma consistente las direcciones de las corrientes y las convenciones de signo para corrientes y potenciales. Para mantener esa consistencia, se deben observar los pasos siguientes:

1. Primero, identificar las corrientes en las ramas separadas, y asignar dirección a cada una, trazando una flecha.
2. Escoger un nodo y aplicar la regla de corriente de Kirchhoff, $\Sigma I_{ent} = \Sigma I_{sal}$. Continuar haciendo eso para otros nodos, hasta que toda corriente separada quede incluida por lo menos en una ecuación. Sólo escoger nodos que tengan cuando menos una corriente que no haya estado en algún nodo ya seleccionado.
3. Entonces, identificar una cantidad suficiente de mallas, para que todos los elementos del circuito estén incluidos por lo menos en una malla, y que cada malla tenga cuando menos un elemento de circuito que no esté incluido en alguna otra malla.
4. Comenzar desde cualquier punto de cada malla y avanzar en torno a ella, en cualquier dirección, y aplicar la regla de voltaje de Kirchhoff: la suma de todas las diferencias de potencial es cero. Obsérvese que cada fem aporta un término positivo si la dirección de la trayectoria escogida es la directa para esa fem (de la terminal − a la +), y aporta un término negativo si la dirección es inversa. Cada resistor contribuye con un término de la forma $\mp$[corriente] $\times$ [resistencia], donde el signo − se usa si la dirección de la malla escogida es igual que la de la corriente, y el signo + se usa si la dirección es contraria a la de la corriente.
5. Una vez que se han aplicado bien las reglas de Kirchhoff, se cuenta con las ecuaciones algebraicas suficientes para calcular las corrientes desconocidas en las ramas. Para resolver ese sistema de ecuaciones con varias incógnitas, eliminar sucesivamente las incógnitas hasta obtener una ecuación con sólo una incógnita [como se ilustró con la solución del sistema de tres ecuaciones (28.13), (28.16) y (28.17) en el ejemplo 5].
6. Si se necesita la diferencia de potencial entre dos puntos dados del circuito, sólo se deben sumar todas las fem y cambios de voltaje en los resistores a lo largo de la trayectoria de un punto a otro, guardando las mismas convenciones de signos que para una malla cerrada.

## Revisión 28.4

**PREGUNTA 1:** Si se quisieran aplicar las reglas de Kirchhoff al circuito de la figura 28.16, ¿cuántas mallas cerradas se necesitan? ¿Cuántos nodos se deben evaluar?

**PREGUNTA 2:** Si se quisieran aplicar las reglas de Kirchhoff en la figura 28.12 (en lugar del sencillo método de aprovechar los resistores en paralelo que se usó en el ejemplo 4), ¿cuántas mallas se necesitarían?

**PREGUNTA 3:** Se desea evaluar la regla de voltaje de Kirchhoff para la malla número 1 en la figura 28.16*c*, usando las direcciones indicadas de las corrientes; las resistencias se numeraron de acuerdo con sus respectivas corrientes. Se parte del punto *A* y se avanza en sentido de las manecillas del reloj. La ecuación correcta es:

(A) $-I_3R_3 - I_1R_1 + \mathcal{E}_1 = 0$ (B) $-I_3R_3 - I_1R_1 - \mathcal{E}_1 = 0$

(C) $-I_3R_3 + I_1R_1 + \mathcal{E}_1 = 0$ (D) $I_3R_3 - I_1R_1 + \mathcal{E}_1 = 0$

# 28.5 ENERGÍA EN CIRCUITOS; CALOR DE JOULE

Como se vio en la sección 28.1, para que una corriente se mantenga en un circuito, las baterías u otras fuentes de fem deben efectuar trabajo. Si una cantidad de carga $dq$ pasa por una fuente de fem, la cantidad de trabajo que efectúa la fuente será [compárese con la ecuación (25.6)]:

$$dW = \mathcal{E}\, dq \tag{28.20}$$

Por consiguiente, la rapidez con la que la fuente efectúa trabajo es

$$\frac{dW}{dt} = \mathcal{E}\frac{dq}{dt} \tag{28.21}$$

La rapidez con que se efectúa trabajo es la potencia $P$ [véase la ecuación (8.34)]; la razón de flujo de carga es la corriente. Por lo anterior, la ecuación (28.21) indica que la potencia eléctrica $P$ entregada por la fuente de fem a una corriente $I$ es

$$P = \mathcal{E}I \tag{28.22}$$

potencia entregada por la fem

Así, la potencia entregada por la "bomba de electricidad" es grande si bombea una corriente grande a través de una diferencia de potencial grande. Respecto a la analogía con una bomba hidráulica, eso sólo significa que la potencia entregada por una bomba de agua es grande si bombea agua con flujo grande (gran corriente de agua) y si sube el agua a gran altura (diferencia grande de potencial gravitacional).

Nótese que la consistencia de unidades en la ecuación (28.22) pide que el producto de la unidad de corriente (1 ampere) por la unidad de fem (1 volt) sea igual a la unidad de potencia (1 watt). Ciertamente,

$$1\ \text{A} \times 1\ \text{V} = 1\ \text{C/s} \times 1\ \text{J/C} = 1\ \text{J/s} = 1\ \text{W}$$

También, nótese que en la ecuación (28.22) todavía no se ha tenido en cuenta el signo algebraico de la potencia. Se deberá asignar un signo positivo a la corriente si ésta pasa por la fuente en dirección de avance, y un signo negativo si la corriente la atraviesa en dirección hacia atrás. En el primer caso, la fuente entrega energía a la corriente y en el último caso la fuente recibe energía de la corriente.

Conceptos en contexto

**EJEMPLO 6** ¿Qué potencia entregan las dos baterías descritas en el ejemplo 5?

**SOLUCIÓN:** La corriente que pasa por la primera batería es 1.25 A, y su fem es 12.0 V. Esta corriente atraviesa la batería en dirección de avance y, en consecuencia, la potencia que entrega la batería es

$$P = 1.25\ \text{A} \times 12.0\ \text{V} = 15.0\ \text{W}$$

De manera parecida, la corriente de 0.50 A que pasa por la segunda batería también tiene dirección de avance, y la potencia que entrega esa batería es

$$P = 0.50\ \text{A} \times 8.0\ \text{V} = 4.0\ \text{W}$$

La potencia neta que entregan ambas baterías es 19.0 W.

**COMENTARIO:** En este ejemplo, la potencia entregada por cada batería es positiva, y entonces las dos potencias se suman, y resultan 19.0 W. Pero en otros ejemplos una batería puede estar entregando potencia mientras que la otra la recibe. Así, en el circuito de una malla de la figura 28.10 (ejemplo 2) con una corriente de 0.50 A en contra de las manecillas del reloj, la batería de 15.0 V entrega 7.5 W, mientras que la batería de 12.0 V recibe 6.0 W. Así, para el circuito de la figura 28.10, la potencia *neta* entregada por ambas baterías es 7.5 W − 6.0 W = 1.5 W.

La energía potencial eléctrica adquirida por las cargas se transporta por el circuito hasta los resistores, y se disipa continuamente en ellos. Si dentro de determinado resistor la carga $dq$ sufre un cambio de potencial $\Delta V$ (considerado como cantidad positiva), la pérdida de energía potencial es $dU = \Delta V\, dq$, y la rapidez con que se disipa la energía es

$$\frac{dU}{dt} = \Delta V \frac{dq}{dt}$$

Así, la potencia disipada en el resistor es

potencia disipada en un resistor

$$P = \Delta V I \tag{28.23}$$

Por medio de la ley de Ohm, $\Delta V = IR$, también se puede expresar la potencia en dos formas más:

calentamiento Joule

$$P = I^2 R \quad \text{y} \quad P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \tag{28.24}$$

La figura 28.18 muestra un resumen de las ecuaciones que relacionan potencia, corriente, diferencia de potencial y resistencia. Cuando se conocen dos cantidades cualquiera de ellas, se pueden calcular las otras dos.

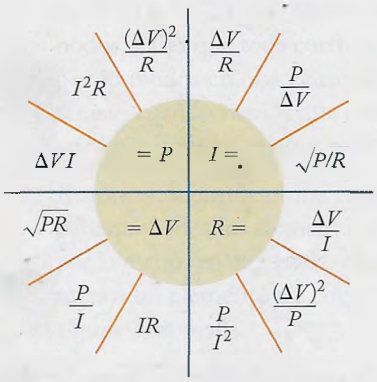



**FIGURA 28.18** Resumen de las relaciones entre corriente, resistencia, diferencia de potencial y potencia.

La energía que pierden las cargas durante su paso por un resistor genera energía térmica, es decir, genera energía cinética y potencial, microscópica y desordenada, en los átomos del resistor. *La conversión de energía eléctrica y energía térmica en un resistor se llama* **calentamiento Joule**.

Muchos electrodomésticos simples, como tostadores, calentadores, parrillas, planchas, cobertores y lámparas, se basan en el calentamiento Joule (véase la figura 28.19). Todos esos aparatos sólo convierten la energía eléctrica en energía térmica por medio de un elemento calentador, formado por un alambre enrollado de resistencia bastante alta. Por ejemplo, en un tostador eléctrico normal, la cinta de alambre que se ve enrollada en las placas de material aislante dentro de las ranuras para el pan, tiene una resistencia de 10 o 15 Ω, mucho mayor que la resistencia de los conductores que conectan el tostador con el contacto, o los que conectan el contacto con el tablero de fusibles (o cortacircuitos) en la casa. La resistencia del alambre interno en el tostador debe

mantenerse en valores mayores que la del conductor externo, porque de lo contrario el conductor externo produciría más calor que el interno, y el calor sería oneroso y peligroso, porque el sobrecalentamiento de este conductor podría iniciar un incendio.

Las lámparas ordinarias incandescentes también se basan en el calentamiento Joule. Dentro del foco, la corriente pasa por una espiral de filamento muy fino de tungsteno, que funciona como un calentador eléctrico en miniatura. La temperatura de ese filamento llega a 3 000 °C, y el filamento brilla al rojo blanco. El bulbo se evacua parcialmente, o bien se llena con un gas químicamente inerte, como argón. Algo del calor escapa por conducción y convección, atravesando el gas en el bulbo y por los conductores conectados al filamento. Pero una gran parte del calor escapa por radiación, principalmente en forma de luz infrarroja y luz visible.

Tenga en cuenta que todos esos electrodomésticos consumen potencia eléctrica, pero no consumen corriente ni carga eléctrica; toda la corriente o carga eléctrica que entra al electrodoméstico en la terminal de alto voltaje sale por la otra terminal. Sin embargo, la carga eléctrica sale del electrodoméstico con menos energía potencial que la que tenía al entrar, y esa disminución representa la energía eléctrica que consumió el aparato.

En cualquier circuito formado por varias fuentes de fem y varios resistores con corrientes constantes, la potencia total entregada por las fuentes de fem debe ser igual a la potencia total disipada en los resistores. Se puede demostrar que esa igualdad es matemáticamente equivalente a las reglas de Kirchhoff. Por consiguiente, el resultado neto del flujo de la corriente en esos circuitos es una conversión de energía de las fuentes de fem en una cantidad igual de energía térmica.

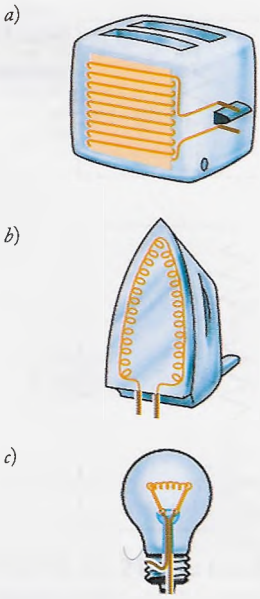



**FIGURA 28.19** Algunos electrodomésticos basados en el calentamiento Joule: *a*) tostador, *b*) plancha, *c*) foco incandescente.

## LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA — FUSIBLES O CIRCUITOS INTERRUPTORES AUTOMÁTICOS

También se puede aplicar el calentamiento Joule para controlar corrientes mediante fusibles o circuitos interruptores automáticos. Estos dispositivos de seguridad están diseñados para cortar la corriente cuando excede de un valor preestablecido. En un fusible ordinario (véase la figura 1), la corriente pasa por una banda delgada de metal de bajo punto de fusión. La corriente calienta esta banda, y si es excesiva, la banda se funde y con ello corta la corriente. En un interruptor automático o cortacircuitos, el sensor de la corriente es una banda bimetálica (véase la figura 2), que se flexiona al ser calentada por la corriente. Si la banda bimetálica se flexiona lo suficiente hacia arriba, una palanca permite que un brazo de contacto se incline hacia un lado. El brazo de contacto actúa como un interruptor, y cuando se inclina abre los contactos y corta la corriente. Cuando la banda bimetálica se enfría, se puede empujar el brazo de contacto a su lugar, para cerrar los contactos y permitir de nuevo que pase la corriente.

En el Código Nacional Eléctrico (NEC) de Estados Unidos se especifican las corrientes máximas que pueden pasar por alambres de diversos calibres. Por ejemplo, la corriente máxima que se permite para el alambre común (de cobre, núm. 12) que se instala en las casas modernas es 25 A, y los fusibles que protegen esos conductores se diseñan, en consecuencia, para cortar la corriente antes de que rebase ese valor.

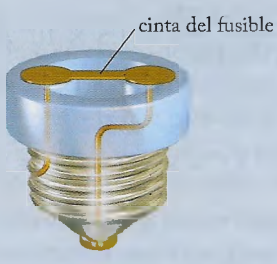



**FIGURA 1** Un fusible ordinario.

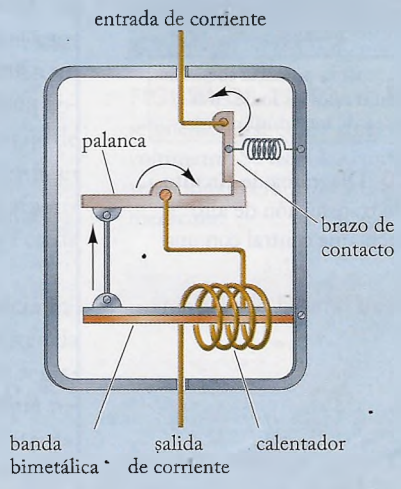



**FIGURA 2** Un interruptor automático. Cuando se calienta, la banda bimetálica se flexiona hacia arriba y empuja la palanca, que suelta el brazo de contacto con tensión de resorte y abre el circuito.

Conceptos en contexto

**EJEMPLO 6** ¿Qué potencia entregan las dos baterías descritas en el ejemplo 5?

**SOLUCIÓN:** La corriente que pasa por la primera batería es 1.25 A, y su fem es 12.0 V. Esta corriente atraviesa la batería en dirección de avance y, en consecuencia, la potencia que entrega la batería es

$$P = 1.25\ \text{A} \times 12.0\ \text{V} = 15.0\ \text{W}$$

De manera parecida, la corriente de 0.50 A que pasa por la segunda batería también tiene dirección de avance, y la potencia que entrega esa batería es

$$P = 0.50\ \text{A} \times 8.0\ \text{V} = 4.0\ \text{W}$$

La potencia neta que entregan ambas baterías es 19.0 W.

**COMENTARIO:** En este ejemplo, la potencia entregada por cada batería es positiva, y entonces las dos potencias se suman, y resultan 19.0 W. Pero en otros ejemplos una batería puede estar entregando potencia mientras que la otra la recibe. Así, en el circuito de una malla de la figura 28.10 (ejemplo 2) con una corriente de 0.50 A en contra de las manecillas del reloj, la batería de 15.0 V entrega 7.5 W, mientras que la batería de 12.0 V recibe 6.0 W. Así, para el circuito de la figura 28.10, la potencia *neta* entregada por ambas baterías es 7.5 W − 6.0 W = 1.5 W.

La energía potencial eléctrica adquirida por las cargas se transporta por el circuito hasta los resistores, y se disipa continuamente en ellos. Si dentro de determinado resistor la carga $dq$ sufre un cambio de potencial $\Delta V$ (considerado como cantidad positiva), la pérdida de energía potencial es $dU = \Delta V\, dq$, y la rapidez con que se disipa la energía es

$$\frac{dU}{dt} = \Delta V \frac{dq}{dt}$$

Así, la potencia disipada en el resistor es

**potencia disipada en un resistor**

$$P = \Delta V I \tag{28.23}$$

Por medio de la ley de Ohm, $\Delta V = IR$, también se puede expresar la potencia en dos formas más:

**calentamiento Joule**

$$P = I^2 R \quad \text{y} \quad P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \tag{28.24}$$

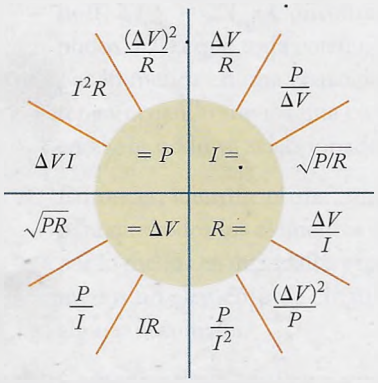



**FIGURA 28.18** Resumen de las relaciones entre corriente, resistencia, diferencia de potencial y potencia.

La figura 28.18 muestra un resumen de las ecuaciones que relacionan potencia, corriente, diferencia de potencial y resistencia. Cuando se conocen dos cantidades cualquiera de ellas, se pueden calcular las otras dos.

La energía que pierden las cargas durante su paso por un resistor genera energía térmica, es decir, genera energía cinética y potencial, microscópica y desordenada, en los átomos del resistor. *La conversión de energía eléctrica y energía térmica en un resistor se llama* **calentamiento Joule**.

Muchos electrodomésticos simples, como tostadores, calentadores, parrillas, planchas, cobertores y lámparas, se basan en el calentamiento Joule (véase la figura 28.19). Todos esos aparatos sólo convierten la energía eléctrica en energía térmica por medio de un elemento calentador, formado por un alambre enrollado de resistencia bastante alta. Por ejemplo, en un tostador eléctrico normal, la cinta de alambre que se ve enrollada en las placas de material aislante dentro de las ranuras para el pan, tiene una resistencia de 10 o 15 Ω, mucho mayor que la resistencia de los conductores que conectan el tostador con el contacto, o los que conectan el contacto con el tablero de fusibles (o cortacircuitos) en la casa. La resistencia del alambre interno en el tostador debe

mantenerse en valores mayores que la del conductor externo, porque de lo contrario el conductor externo produciría más calor que el interno, y el calor sería oneroso y peligroso, porque el sobrecalentamiento de este conductor podría iniciar un incendio.

Las lámparas ordinarias incandescentes también se basan en el calentamiento Joule. Dentro del foco, la corriente pasa por una espiral de filamento muy fino de tungsteno, que funciona como un calentador eléctrico en miniatura. La temperatura de ese filamento llega a 3 000 °C, y el filamento brilla al rojo blanco. El bulbo se evacua parcialmente, o bien se llena con un gas químicamente inerte, como argón. Algo del calor escapa por conducción y convección, atravesando el gas en el bulbo y por los conductores conectados al filamento. Pero una gran parte del calor escapa por radiación, principalmente en forma de luz infrarroja y luz visible.

Tenga en cuenta que todos esos electrodomésticos consumen potencia eléctrica, pero no consumen corriente ni carga eléctrica; toda la corriente o carga eléctrica que entra al electrodoméstico en la terminal de alto voltaje sale por la otra terminal. Sin embargo, la carga eléctrica sale del electrodoméstico con menos energía potencial que la que tenía al entrar, y esa disminución representa la energía eléctrica que consumió el aparato.

En cualquier circuito formado por varias fuentes de fem y varios resistores con corrientes constantes, la potencia total entregada por las fuentes de fem debe ser igual a la potencia total disipada en los resistores. Se puede demostrar que esa igualdad es matemáticamente equivalente a las reglas de Kirchhoff. Por consiguiente, el resultado neto del flujo de la corriente en esos circuitos es una conversión de energía de las fuentes de fem en una cantidad igual de energía térmica.

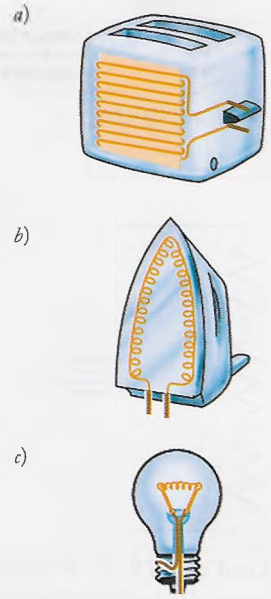



**FIGURA 28.19** Algunos electrodomésticos basados en el calentamiento Joule: *a*) tostador, *b*) plancha, *c*) foco incandescente.

## LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA — FUSIBLES O CIRCUITOS INTERRUPTORES AUTOMÁTICOS

También se puede aplicar el calentamiento Joule para controlar corrientes mediante fusibles o circuitos interruptores automáticos. Estos dispositivos de seguridad están diseñados para cortar la corriente cuando excede de un valor preestablecido. En un fusible ordinario (véase la figura 1), la corriente pasa por una banda delgada de metal de bajo punto de fusión. La corriente calienta esta banda, y si es excesiva, la banda se funde y con ello corta la corriente. En un interruptor automático o cortacircuitos, el sensor de la corriente es una banda bimetálica (véase la figura 2), que se flexiona al ser calentada por la corriente. Si la banda bimetálica se flexiona lo suficiente hacia arriba, una palanca permite que un brazo de contacto se incline hacia un lado. El brazo de contacto actúa como un interruptor, y cuando se inclina abre los contactos y corta la corriente. Cuando la banda bimetálica se enfría, se puede empujar el brazo de contacto a su lugar, para cerrar los contactos y permitir de nuevo que pase la corriente.

En el Código Nacional Eléctrico (NEC) de Estados Unidos se especifican las corrientes máximas que pueden pasar por alambres de diversos calibres. Por ejemplo, la corriente máxima que se permite para el alambre común (de cobre, núm. 12) que se instala en las casas modernas es 25 A, y los fusibles que protegen esos conductores se diseñan, en consecuencia, para cortar la corriente antes de que rebase ese valor.

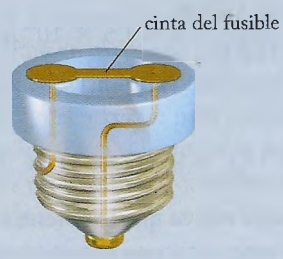



**FIGURA 1** Un fusible ordinario.

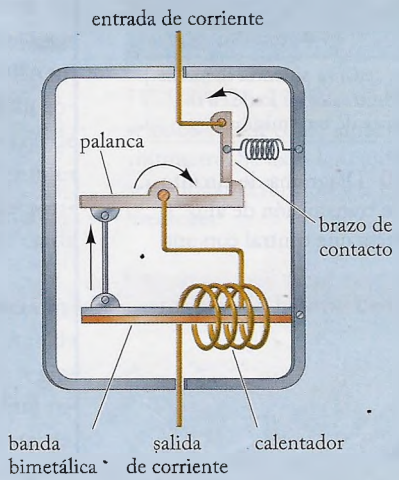



**FIGURA 2** Un interruptor automático. Cuando se calienta, la banda bimetálica se flexiona hacia arriba y empuja la palanca, que suelta el brazo de contacto con tensión de resorte y abre el circuito.

Conceptos en contexto

**EJEMPLO 7** ¿Cuál es la razón con que se produce calentamiento Joule en los resistores del ejemplo 5?

**SOLUCIÓN:** Las resistencias son $R_1 = 4.00\ \Omega$, $R_2 = 4.00\ \Omega$ y $R_3 = 2.00\ \Omega$; las corrientes respectivas son 1.25 A, 1.75 A y 0.50 A. Entonces, con la ecuación (28.24) se calcula la potencia en cada resistor:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (1.25\ \text{A})^2 \times 4.00\ \Omega = 6.25\ \text{W}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (1.75\ \text{A})^2 \times 4.00\ \Omega = 12.25\ \text{W}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (0.50\ \text{A})^2 \times 2.00\ \Omega = 0.50\ \text{W}$$

**COMENTARIO:** Se observa que la potencia neta disipada es $P_1 + P_2 + P_3 = 19.0\ \text{W}$, que concuerda con la potencia neta entregada por las baterías (compárese con el ejemplo 6).

**EJEMPLO 8** Una línea de transmisión de alto voltaje que conecta una central eléctrica con una ciudad, se compone de un par de cables de aluminio, cada uno con 4.0 Ω de resistencia. La corriente va a la ciudad por un conductor, y regresa por el otro.

*a*) La línea de transmisión entrega a la ciudad $1.7 \times 10^3$ kW de potencia a $2.3 \times 10^5$ V. ¿Cuál es la corriente en la línea de transmisión? ¿Cuánta corriente se pierde como calor de Joule en esta línea? *b*) Si la línea de transmisión tuviera que entregar $1.7 \times 10^5$ kW de potencia a 115 V, ¿cuánta potencia se perdería como calor de Joule? ¿Es más eficiente transmitir potencia a alto voltaje o a bajo voltaje?

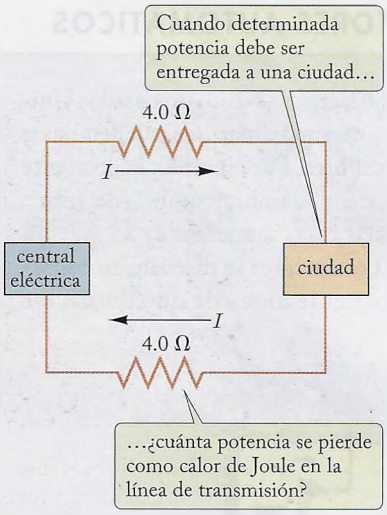



**FIGURA 28.20** Diagrama de circuito para una línea de transmisión de alto voltaje, que conecta una central con una ciudad.

**SOLUCIÓN:** *a*) La figura 28.20 muestra el circuito formado por la central eléctrica, la línea de transmisión y la ciudad. En términos de la potencia y el voltaje entregados a la ciudad, la corriente a través de la ciudad es, de acuerdo con la ecuación (28.23),

$$I = \frac{P_{\text{entregada}}}{\Delta V_{\text{entregado}}} = \frac{1.7 \times 10^8\ \text{W}}{2.3 \times 10^5\ \text{V}} = 7.4 \times 10^2\ \text{A}$$

En ambas partes de la línea de transmisión la corriente debe ser igual, porque toda la corriente que va hacia la ciudad debe regresar a la central eléctrica. La resistencia combinada de ambos conductores es $4.0\ \Omega + 4.0\ \Omega = 8.0\ \Omega$, por lo que la potencia perdida en la línea de transmisión es, de acuerdo con la ecuación (28.24),

$$P_{\text{perdida}} = I^2 R = (7.4 \times 10^2\ \text{A})^2 \times 8.0\ \Omega = 4.4 \times 10^6\ \text{W}$$

Entonces, la potencia perdida es 3% aproximadamente de la potencia entregada.

*b*) Para $\Delta V_{\text{entregado}} = 115$ V, la corriente es

$$I = \frac{P_{\text{entregada}}}{\Delta V_{\text{entregado}}} = \frac{1.7 \times 10^8\ \text{W}}{115\ \text{V}} = 1.5 \times 10^6\ \text{A}$$

y la potencia perdida es

$$P_{\text{perdida}} = I^2 R = (1.5 \times 10^6\ \text{A})^2 \times 8.0\ \Omega = 1.8 \times 10^{13}\ \text{W}$$

Entonces ¡la potencia perdida es mucho mayor que la potencia entregada! Al comparar los resultados de las partes *a*) y *b*), se ve que la transmisión a alto voltaje es mucho más eficiente que la transmisión a bajo voltaje.

## Revisión 28.5

**PREGUNTA 1:** Un resistor de 10 Ω conectado a una batería produce 0.4 W de calor de Joule. Si se cambia ese resistor por uno de 20 Ω, ¿cuál es la razón de producción de calor?

**PREGUNTA 2:** Si se sustituyen las dos baterías del circuito que se describió en el ejemplo 5 por baterías con el doble de fem, ¿en qué factor aumenta la razón de producción de calor de Joule?

**PREGUNTA 3:** En el ejemplo 8*a*), la ciudad recibe una corriente eléctrica de $7.4 \times 10^2$ A. ¿Se consume esa corriente en la ciudad? ¿Consume la ciudad carga eléctrica? ¿Y energía eléctrica?

**PREGUNTA 4:** La figura 28.21*a* muestra tres resistores idénticos conectados en paralelo con una batería de fem $\mathcal{E}$; la figura 28.21*b* muestra los mismos resistores y la misma batería, pero ahora conectados en serie. ¿Cuál es la relación de la potencia disipada por uno de los resistores de la figura 28.21*b*, con la disipada por uno de los resistores de la figura 28.21*a*?

(A) 9 (B) 3 (C) 1 (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{9}$

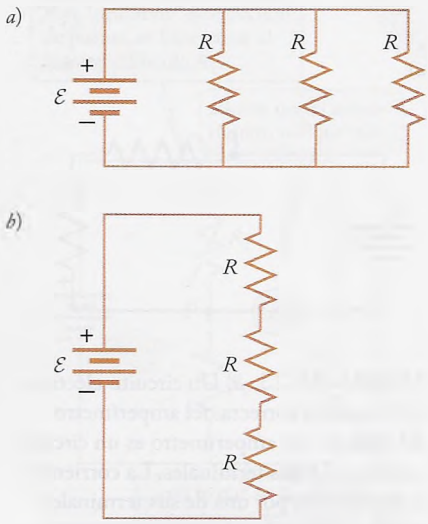



**FIGURA 28.21** Una fem $\mathcal{E}$ y tres resistores idénticos $R$ conectados *a*) en paralelo y *b*) en serie.

# 28.6 MEDICIONES ELÉCTRICAS

Para medir corrientes, potenciales y resistencias en circuitos eléctricos se requieren instrumentos especiales. A continuación se describirán en forma breve algunos de los instrumentos que se usan en los circuitos de CD.

## Amperímetro y voltímetro

La mayor parte de las mediciones eléctricas se hacen con amperímetros y voltímetros (véase la figura 28.22). El amperímetro mide la corriente eléctrica que pasa por sus terminales, y el voltímetro mide la diferencia de potencial aplicada a sus terminales.

Los mecanismos internos del amperímetro y el voltímetro son similares. En los instrumentos anteriores, de bobina móvil, el elemento sensible es una pequeña bobina de alambre suspendida delicadamente entre los polos de un imán, que está sometida a una deflexión o desviación cuando pasa por ella una corriente (se puede observar un esquema del mecanismo interno de esos instrumentos en la figura 30.18). Así, esos amperímetros y voltímetros responden a la corriente eléctrica que pasa por ellos. En un voltímetro digital moderno, un contador estable mide el tiempo mientras que una corriente calibrada carga un capacitor; el voltaje del capacitor se compara con el voltaje de entrada que se mide. Cuando los dos son iguales, el contador se detiene, la cuenta es proporcional al voltaje de entrada y se muestra una indicación digital. En un amperímetro moderno, la corriente pasa por un resistor interno conocido y produce una caída de voltaje que también se mide digitalmente.

**FIGURA 28.22** Dos multímetros que se pueden usar como amperímetro o como voltímetro. Se usan los contactos para seleccionar la función y la escala de medición.

**resistencia interna de un medidor**

La resistencia que presenta el medidor contra una corriente se llama **resistencia interna** del medidor. Como en el caso de una batería, se puede considerar que la resistencia interna está conectada en serie con el medidor. En consecuencia, la corriente que registra el amperímetro es igual a la que pasa por su resistencia interna, y el voltaje que registra el voltímetro es igual a la diferencia de potencial a través de su resistencia interna.

Los amperímetros y los voltímetros difieren en que *el amperímetro tiene baja resistencia interna y permite el paso de toda la corriente que entre a sus terminales, con poca oposición, mientras que el voltímetro tiene una resistencia interna muy grande y sólo toma una corriente extremadamente pequeña,* aunque sea grande la diferencia de potencial aplicada a sus terminales.

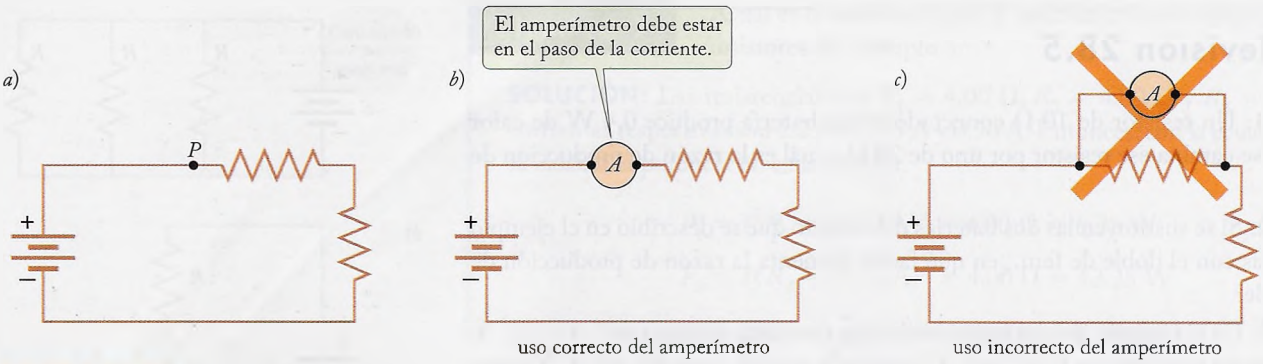



**FIGURA 28.23** *a)* Un circuito eléctrico. *b)* Conexión correcta del amperímetro. El símbolo del amperímetro es un círculo con una *A* y dos terminales. La corriente a medir entra por una de sus terminales y sale por la otra. *c)* Conexión incorrecta del amperímetro.

La figura 28.23*a* muestra un ejemplo de un circuito eléctrico. Para medir la corriente eléctrica que pasa, por ejemplo, por el punto *P* en el circuito, el técnico debe cortar el conductor e intercalar el amperímetro. La figura 28.23*b* muestra la forma correcta de conectarlo (en comparación, la figura 28.23*c* muestra una forma incorrecta). Como el amperímetro tiene una resistencia interna muy baja, su inserción en el circuito suele tener un efecto insignificante sobre la corriente. Sin embargo, si las resistencias del circuito son muy bajas, la inserción del amperímetro puede tener un efecto inhibidor importante sobre la corriente. Para tener una medición correcta de la corriente, el técnico debe seleccionar un amperímetro cuya resistencia interna sea mucho menor que las resistencias en el circuito.

Para medir la diferencia de potencial entre los puntos *P* y *P′* en un circuito, el técnico debe conectar las terminales del voltímetro a estos puntos. La figura 28.24*a* muestra la forma correcta de conectar el voltímetro (en comparación, la figura 28.24*b* muestra una forma incorrecta). Como el voltímetro tiene una resistencia interna muy grande, sólo toma una corriente muy pequeña, y en general es insignificante la alteración del flujo de la corriente a través de la resistencia *PP′*, y la alteración consiguiente de la diferencia de potencial entre *P* y *P′*. Sin embargo, si es grande la resistencia *PP′* a través de la cual se conecta el voltímetro, éste puede tomar una fracción importante de la corriente, con la consecuente disminución del potencial a través de esa resistencia. Para tener una medida exacta del potencial, el técnico debe seleccionar un voltímetro con una resistencia interna mucho mayor que la resistencia *PP′*.

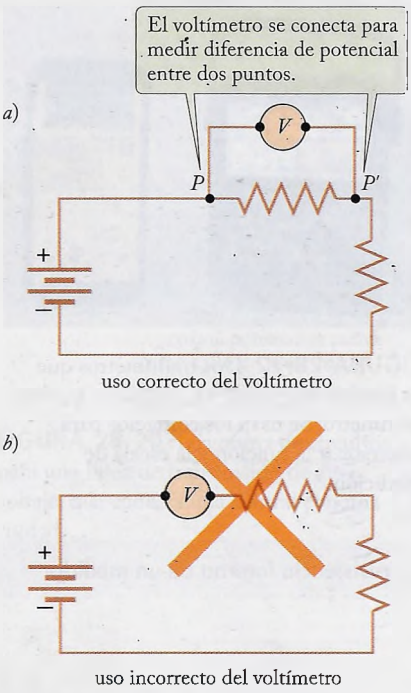



**FIGURA 28.24** *a)* Conexión correcta del voltímetro. El símbolo del voltímetro es un círculo con la letra *V*, con dos terminales. Una terminal se conecta con el punto *P* y la otra con el punto *P′*. *b)* Conexión incorrecta del voltímetro.

## El puente de Wheatstone

El puente de Wheatstone se usa para comparaciones precisas de una resistencia desconocida y referencias conocidas de resistencia. La figura 28.25 muestra un esquema de un puente de Wheatstone. La resistencia $R_x$ es la resistencia desconocida que se va a evaluar. El resistor $R_1$ es un resistor variable de referencia, de gran precisión, mientras que los resistores $R_2$ y $R_3$ son resistores fijos de referencia. En la práctica, el puente se "equilibra" variando la resistencia $R_1$ hasta que la corriente que pasa por el amperímetro llega a cero. En ese caso, una sola corriente pasa por $R_1$ y $R_2$ en la rama izquierda del puente; que sea por ejemplo $I_l$. De igual modo, una sola corriente $I_r$ pasa por $R_x$ y $R_3$ en la rama derecha. También, el potencial en los puntos *P* y *Q* debe ser el mismo, porque si no hay corriente por el amperímetro quiere decir que no hay caída de voltaje a través de él. De este modo se pueden igualar los cambios resistivos de potencial en las ramas izquierda y derecha, para las partes superior e inferior del puente:

$$I_l R_1 = I_r R_x \qquad \text{e} \qquad I_l R_2 = I_r R_x$$

Al dividir las dos ecuaciones para eliminar $I_l$ e $I_r$, se ve que la relación entre $R_1$ y $R_2$ debe ser igual que la relación de $R_x$ y $R_3$, y se puede despejar la resistencia desconocida:

$$R_x = \frac{R_3}{R_2} R_1 \tag{28.25}$$

Esta ecuación permite el cálculo de la resistencia desconocida. Una ventaja de esta técnica de puente es que no es necesario calibrar el amperímetro; sólo debe poder medir valores cero o nulos de la corriente, y eso se puede lograr con gran exactitud.

En esencia, el funcionamiento del puente de Wheatstone se funda en un ajuste de la relación de resistencias en el circuito. Con frecuencia el puente de Wheatstone se prepara con $R_3 = R_2$, para que se equilibre el puente cuando $R_1 = R_x$; en ese caso, los indicadores en la resistencia ajustable y calibrada indican el valor de la resistencia desconocida. Se pueden usar circuitos parecidos de puente para medir los valores de otros componentes de circuito, como capacitancias.

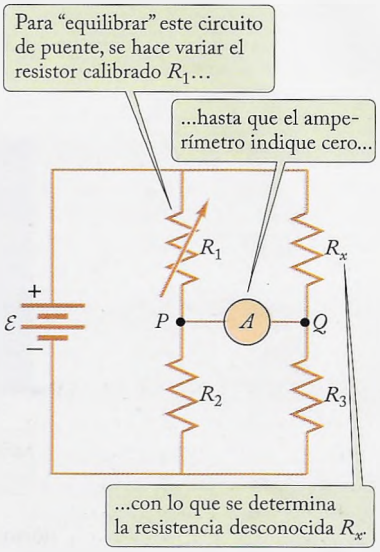



**FIGURA 28.25** Esquema de un puente de Wheatstone.

## Revisión 28.6

**PREGUNTA 1:** ¿Cuál es la diferencia principal entre un amperímetro y un voltímetro?

**PREGUNTA 2:** Exactamente ¿qué hay de incorrecto en la conexión del amperímetro de la figura 28.23*c* y del voltímetro en la figura 28.24*b*?

**PREGUNTA 3:** Para un uso incorrecto del amperímetro como el de la figura 28.23*c*, en comparación con la corriente original que pasa por el circuito sin amperímetro (figura 28.23*a*), el amperímetro de la figura 28.23*c* indicará una corriente

(A) mayor (B) igual (C) menor

# 28.7 EL CIRCUITO *RC*

En todo este capítulo sólo se han descrito corrientes constantes, independientes del tiempo. Sin embargo, *las reglas de Kirchhoff y los métodos para resolver circuitos que se han desarrollado en este capítulo también se aplican a corrientes dependientes del tiempo.* La única restricción es que las fem y las corrientes en el circuito no deben variar con demasiada rapidez. (Un criterio general para aplicar las reglas de Kirchhoff es que las corrientes y las fem no cambien apreciablemente en un intervalo de tiempo igual al tiempo que tarda una señal luminosa en recorrer el circuito.)

En el capítulo 32 se explicarán diversos circuitos con corrientes que dependen del tiempo. Aquí se examinará el caso sencillo de una corriente dependiente del tiempo en un circuito formado por un resistor $R$ y un capacitor $C$ conectados en serie y cargados por una batería. La figura 28.26 muestra un esquema de ese circuito *RC*. Se supondrá que el capacitor está descargado al principio, y que la batería se conecta repentinamente en el momento $t = 0$. Primero, la diferencia de potencial a través del capacitor es cero. Cuando se conecta la batería, pasa carga de sus terminales a las placas del capacitor. A medida que se acumula carga en las placas, la diferencia de potencial entre ellas aumenta en forma gradual. El flujo de carga se detendrá cuando la diferencia de potencial entre las placas sea igual a la fem de la batería. Esta descripción cualitativa del proceso de carga indica que al principio la corriente es grande, pero disminuye gradualmente hasta que al final tiende a cero.

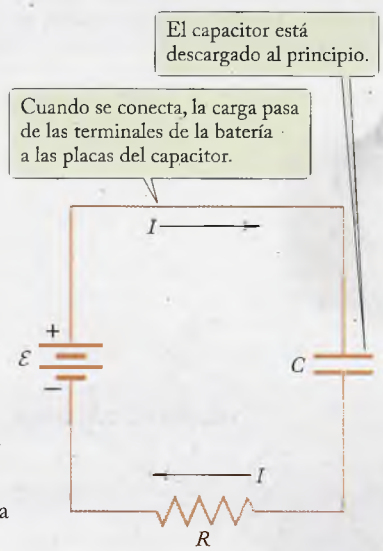



**FIGURA 28.26** Un circuito *RC* está formado por un resistor y un capacitor conectados en serie a una batería.

Para conocer el tratamiento matemático de la corriente en el circuito se usa la regla de voltaje de Kirchhoff: la suma de todas las fem y las caídas de voltaje en torno al circuito debe ser cero. La fem de la batería es $\mathcal{E}$. Si en algún instante la corriente es $I$, la caída de potencial a través del resistor es $\Delta V_R = -IR$. Y si la carga en las placas del capacitor en cierto instante tiene la magnitud $Q$, la caída de potencial a través de las placas es $\Delta V_C = -Q/C$. Por tanto,

$$\mathcal{E} - IR - \frac{Q}{C} = 0 \tag{28.26}$$

En el momento inicial, $Q = 0$ y entonces la ecuación (28.26) indica que la corriente inicial es $I = \mathcal{E}/R$. Al terminar el proceso de carga, $I = 0$ y de acuerdo con la ecuación (28.26), $Q = C\mathcal{E}$. Entonces, en el momento inicial, toda la caída de potencial está en el resistor, y al terminar el proceso de carga toda la caída de potencial está en el capacitor. En tiempos intermedios, el resistor y el capacitor contribuyen a la caída de potencial.

Para calcular la corriente y la carga en momentos intermedios, se formula la ecuación (28.26) usando $I = dQ/dt$:

$$\mathcal{E} - \frac{dQ}{dt}R - \frac{Q}{C} = 0 \tag{28.27}$$

Esta ecuación se puede resolver por integración directa si se ordena de modo que un lado sea proporcional a $dQ$ y el otro sea proporcional a $dt$, como sigue:

$$\frac{dQ}{Q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}dt$$

Ahora se integra cada lado, desde su valor inicial cero hasta el valor en cierto momento posterior $t$:

$$\int_0^Q \frac{dQ}{Q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \tag{28.28}$$

La integral del lado izquierdo es el logaritmo natural $\ln(Q' - C\mathcal{E})$, y la integral del lado derecho no es más que $t$. La evaluación de lo anterior en los límites, y aplicando $\ln A - \ln B = \ln(A/B)$, da como resultado

$$\ln\left(\frac{Q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC} \tag{28.29}$$

Si se saca la función exponencial de cada lado, recordando que $e^{\ln x} = x$ y que $e = 2.718\ldots$ es la base de los logaritmos naturales* (véase Ayuda matemática: La función exponencial, página 910), resulta

$$\left(\frac{Q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = e^{-t/(RC)} \tag{28.30}$$

o bien, despejando $Q$, finalmente

circuito $RC$ a la carga

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/(RC)}\right) \tag{28.31}$$

* No debe confundirse el número puro $e = 2.718$ con la carga elemental $e \approx 1.60 \times 10^{-19}$ C.

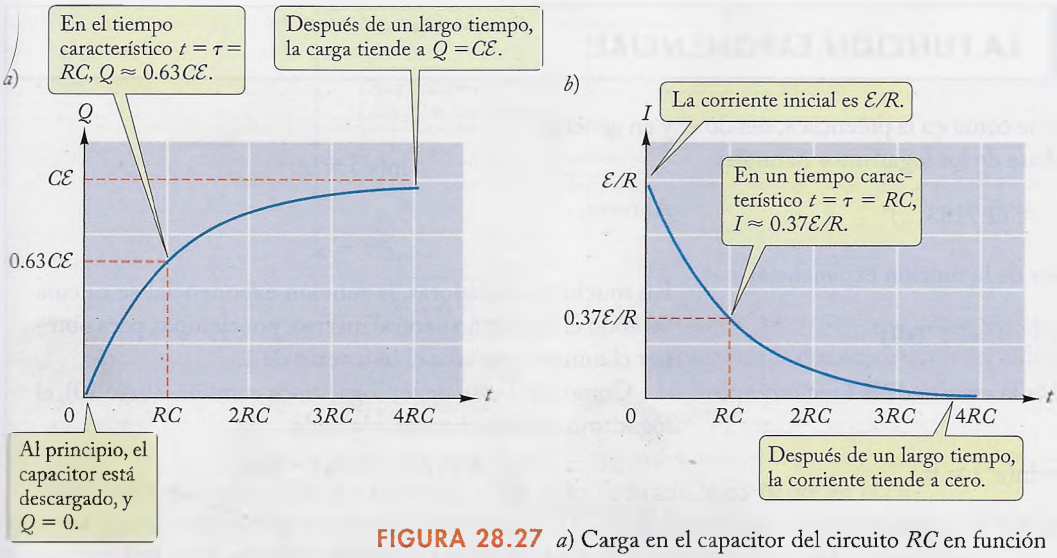



**FIGURA 28.27** *a*) Carga en el capacitor del circuito *RC* en función del tiempo. *b*) Corriente en el circuito *RC* en función del tiempo.

Este comportamiento de la carga del capacitor en función del tiempo se muestra en la figura 28.27*a*; como es de esperar, comienza en $Q = 0$ (en $t = 0$, $e^0 = 1$) y tiende a $Q = C\mathcal{E}$ cuando el proceso de carga va llegando a su terminación (para $t = \infty$, $e^{-\infty} = 0$).

La corriente en el circuito es la derivada de la carga con respecto al tiempo:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left[C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/(RC)}\right)\right] = C\mathcal{E}\frac{d}{dt}\left(-e^{-t/(RC)}\right) = \frac{C\mathcal{E}}{RC}e^{-t/(RC)} \quad (28.32)$$

o simplemente,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/(RC)} \quad (28.33)$$

**corriente en un circuito *RC***

Así, como se ve en la figura 28.27*b*, la corriente es una función del tiempo exponencialmente decreciente.

El producto *RC* que aparece en la exponencial tiene unidades de tiempo, y se representa por $\tau$:

$$\tau = RC \quad (28.34)$$

**tiempo característico (constante de tiempo *RC*)**

Este tiempo se llama **tiempo característico** del circuito *RC*; también se llama **constante de tiempo** *RC*. En la figura 28.27 se ve que la mayor parte de la carga se efectúa dentro del tiempo característico. Con más precisión; en el tiempo característico $t = \tau = RC$, la carga alcanza el valor

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-1}\right) = C\mathcal{E}\left(1 - \frac{1}{2.718}\right) = C\mathcal{E} \times 0.6321$$

esto es, *en el tiempo característico la carga llega a* ≈ 63% *de su valor final*. En términos del tiempo característico, la carga (28.31) y la corriente (28.33) se pueden escribir como sigue:

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{e} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau} \quad (28.35)$$

**circuito *RC***

## AYUDA MATEMÁTICA LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

La función $\exp(x)$ o $e^x$ se define como $e$ a la potencia $x$, siendo el número $e = 2.7183\ldots$ la base de los logaritmos naturales,

$$\exp(x) = e^x = (2.7183\ldots)^x$$

Por ejemplo, si $x = 2$, el valor de la función exponencial es

$$e^2 = (2.7183\ldots)^2 = 7.3891$$

El logaritmo natural, $\ln(x)$ es la inversa de la función exponencial. Es decir,

$$\ln(1) = \ln(e^0) = 0$$

$$\ln(e) = 1$$

$$\ln(e^2) = 2$$

$$\ln(e^3) = 3$$

y en general,

$$\ln(e^x) = x$$

Al revés,

$$e^{\ln x} = x$$

En muchas calculadoras, la función exponencial se calcula sacando el logaritmo natural inverso; por ejemplo, para obtener el número $e$ se saca el ln inverso de 1.

Como en el caso de los logaritmos comunes (base 10), el logaritmo natural obedece a la regla

$$\ln(y/x) = \ln(y) - \ln(x)$$

Por ejemplo,

$$\ln(1/2) = \ln(1) - \ln(2) = 0 - \ln 2 = -\ln 2$$

y

$$1/2 = e^{\ln(1/2)} = e^{-\ln 2}$$

## EJEMPLO 9

Suponiendo que la resistencia es $R = 8.0 \times 10^3\ \Omega$ en el circuito ilustrado en la figura 28.26, que la capacitancia es $C = 2.0\ \mu\text{F}$ y que la fem de la batería es $\mathcal{E} = 1.5$ V, ¿cuál es el valor inicial de la corriente en el instante de conectar la batería? ¿Cuál es el valor final de la carga del capacitor? ¿Cuál es la carga cuando $t = \tau$? ¿Cuando $t = 2\tau$? ¿Cuando $t = 5\tau$?

**SOLUCIÓN:** El valor inicial de la corriente es [véase el texto después de la ecuación (28.26)]

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{1.5\ \text{V}}{8.0 \times 10^3\ \Omega} = 1.9 \times 10^{-4}\ \text{A}$$

El valor final de la carga es

$$Q = C\mathcal{E} = 2.0 \times 10^{-6}\ \text{F} \times 1.5\ \text{V} = 3.0 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

Cuando el tiempo es $t = \tau = RC$, la carga es, de acuerdo con la ecuación (28.35),

$$Q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 3.0 \times 10^{-6}\ \text{C} \times \left(1 - \frac{1}{2.718}\right) = 1.9 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

en el momento $t = 2\tau = 2RC$, la carga es

$$Q = C\mathcal{E}(1 - e^{-2}) = 3.0 \times 10^{-6}\ \text{C} \times \left[1 - \frac{1}{(2.718)^2}\right] = 2.6 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

y cuando el tiempo es $t = 5\tau = 5RC$, la carga es

$$Q = C\mathcal{E}(1 - e^{-5}) = 3.0 \times 10^{-6}\ \text{C} \times \left[1 - \frac{1}{(2.718)^5}\right] = 3.0 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

Después de cinco constantes de tiempo, la carga se acercó a menos de 1% de su valor final.

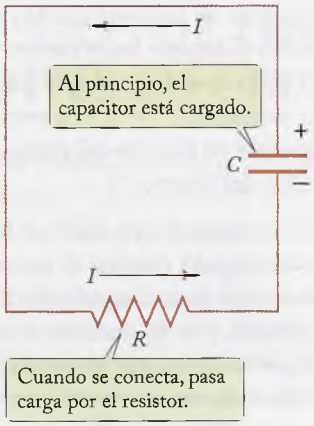



**FIGURA 28.28** Un circuito *RC* donde el capacitor se descarga a través del resistor. La flecha indica la dirección de la corriente.

Una vez terminado el proceso de carga, y que se ha detenido la corriente en el circuito, se puede desconectar la batería. Entonces la carga permanecerá en las placas del capacitor (excepto por una fuga lenta a través del capacitor o al aire). Sin embargo, se puede suponer que se conectan ahora las terminales del capacitor con las del resistor, como se ve en la figura 28.28. Entonces, el capacitor se descargará a través del resistor. La corriente será grande en el momento inicial, y en forma gradual se nivelará y tenderá a cero a medida que decrezca la diferencia de potencial a través del capacitor. Este circuito es más simple que el que se examinó arriba, al cargar el capacitor. Con un análisis similar, usando la regla de voltaje de Kirchhoff y con integración directa, se llega a fórmulas que describen la descarga del capacitor. En las ecuaciones interviene la misma función exponencial que en las ecuaciones (28.31) y (28.33), con el mismo tiempo característico, pero ahora la carga disminuye hasta cero en función del tiempo:

**circuito *RC* de descarga**

$$Q = C\mathcal{E}e^{-t/(RC)} \tag{28.36}$$

y

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}\,e^{-t/(RC)} \tag{28.37}$$

Ahora la corriente es la inversa de la razón de cambio, porque durante el proceso de descarga, una disminución de carga, es decir, una $dQ/dt$ negativa, da como resultado una corriente positiva, que se muestra en la figura 28.28. La figura 28.29 presenta gráficas de la carga en función del tiempo, y la corriente en función del tiempo, para el proceso de descarga.

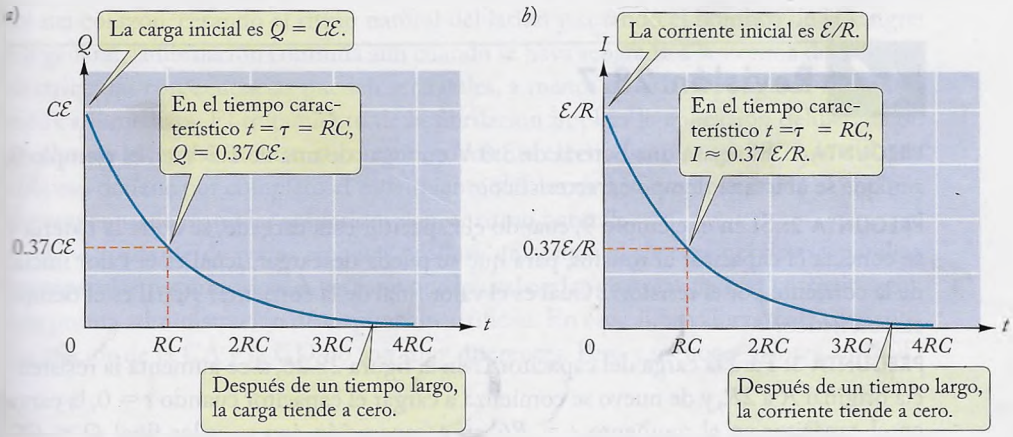



**FIGURA 28.29** *a*) Carga en un capacitor que se está descargando, en función del tiempo. *b*) Corriente en el circuito *RC* de descarga, en función del tiempo.

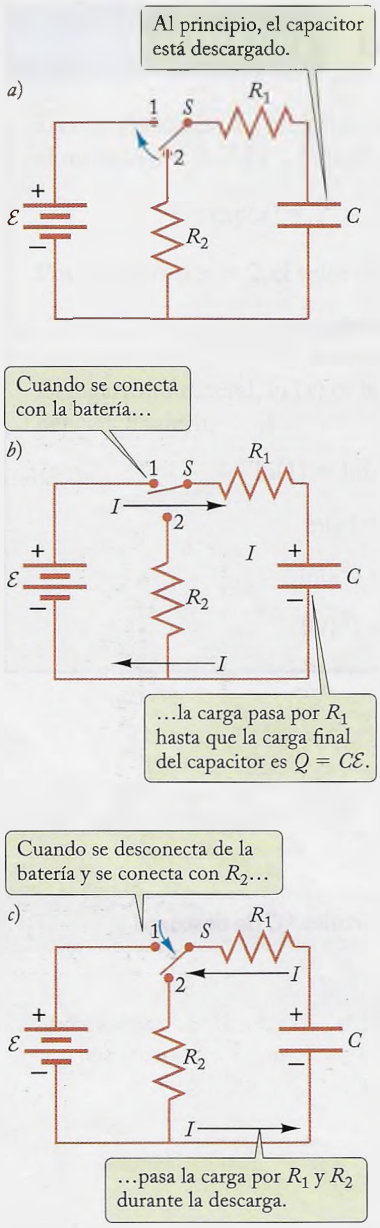



**FIGURA 28.30** Un circuito *RC* convertible.

**EJEMPLO 10** En el circuito de la figura 28.30*a*, el interruptor *S* ha estado en la posición 2 durante largo tiempo. *a*) Cuando $t = 0$, se cambia a la posición 1. ¿Cuál es la carga en el capacitor, en función del tiempo *t*? *b*) Mucho tiempo después, en algún momento $t' = 0$, el interruptor regresa a la posición 2. ¿Cuál es la carga en el capacitor en función del tiempo $t'$? ¿Cuál es el voltaje a través del resistor $R_2$ en función del tiempo $t'$?

**SOLUCIÓN:** *a*) Como el interruptor ha estado en la posición 2 durante mucho tiempo, el capacitor está descargado (porque si no, se descargaría a través de los resistores). Cuando el interruptor pasa a la posición 1, la corriente sólo pasa por el circuito exterior (figura 29.30*b*), por $R_1$, cuando el capacitor *C* se carga hasta su valor final $Q = C\mathcal{E}$ igual que en la descripción anterior de la carga de un circuito *RC*. Entonces, el tiempo característico relevante es $\tau = R_1C$, y la carga en el capacitor se define con la ecuación (28.31), con $R = R_1$:

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/(R_1C)}\right)$$

*b*) Mucho tiempo después, cuando $t >> R_1C$, el interruptor pasa a la posición 2. Sea el nuevo tiempo inicial $t' = 0$. El capacitor está cargado inicialmente con $Q = C\mathcal{E}$. Como la fem está ahora realmente desconectada, la descarga sólo se hace en la malla derecha (figura 28.30*c*) y la corriente pasa en dirección contraria a la de las manecillas del reloj por la combinación de resistores en serie, y ahora la resistencia equivalente es $R = R_1 + R_2$. Entonces, la carga en el capacitor será una función de $t'$ con la ecuación (28.36), la función de descarga, con $\tau = (R_1 + R_2)C$:

$$Q = C\mathcal{E}e^{-t'/[(R_1 + R_2)C]}$$

Como se dijo, la corriente tiene dirección contraria a la de las manecillas del reloj en la malla derecha, y su magnitud es [ecuación (28.37)]:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}e^{-t'/[(R_1 + R_2)C]}$$

y el voltaje a través de $R_2$ se calcula con la ley de Ohm:

$$\Delta V = IR_2 = \frac{\mathcal{E}R_2}{R_1 + R_2}e^{-t'/[(R_1 + R_2)C]}$$

## Revisión 28.7

**PREGUNTA 1:** Si se usa una batería de 3.0 V en lugar de una de 1.5 V en el ejemplo 9, ¿en qué se afecta el tiempo característico?

**PREGUNTA 2:** Si en el ejemplo 9, cuando el capacitor está cargado, se quita la batería y se conecta el capacitor al resistor, para que se pueda descargar, ¿cuál es el valor inicial de la corriente por el resistor? ¿Cuál es el valor final de la corriente? ¿Cuál es el tiempo característico?

**PREGUNTA 3:** Para la carga del capacitor *C* en la figura 28.26, si se aumenta la resistencia original *R* a 2*R*, y de nuevo se comienza a cargar el capacitor cuando $t = 0$, la carga en el capacitor en el momento $t = RC$ en comparación con su valor final $Q = C\mathcal{E}$, será:

(A) Menos que 63% de $C\mathcal{E}$ (B) ≈ 63% de $C\mathcal{E}$ (C) Más que 63% de $C\mathcal{E}$

# 28.8 LOS RIESGOS DE LAS CORRIENTES ELÉCTRICAS

Como aspecto colateral del tan difundido uso de la maquinaria y los aparatos eléctricos en fábricas y en hogares, en Estados Unidos mueren unas 1 000 personas cada año por electrocución accidental. Una cantidad mucho mayor sufre choques eléctricos no fatales. Por fortuna, la piel humana es un aislador bastante bueno y proporciona una barrera de protección contra corrientes eléctricas perjudiciales. La resistencia de un centímetro cuadrado de epidermis humana seca en contacto con un conductor puede llegar hasta a $10^5\ \Omega$. Sin embargo, la resistencia varía en una forma muy sensible de acuerdo con el espesor, la humedad y la temperatura de la piel, así como con la magnitud de la diferencia de potencial.*

La energía eléctrica suministrada a fábricas y hogares suele tener la forma de corriente alterna, o CA. Es una corriente oscilante, que invierte su dirección en forma periódica (el periodo normal de la corriente alterna que suministran las empresas eléctricas es $\frac{1}{60}$ de segundo). Como la mayor parte de los choques eléctricos implican corrientes alternas, la descripción que sigue, sobre los efectos de las corrientes sobre el cuerpo humano, se refiere más a las corrientes alternas.

En un choque eléctrico accidental típico, la corriente entra al cuerpo por las manos (en contacto con una terminal de la fuente de fem) y sale por los pies (en contacto con el piso, que forma la otra terminal de la fuente de fem en la mayor parte de los circuitos de CA). Así, el cuerpo tiene el papel de un resistor que cierra un circuito eléctrico (véase la figura 28.31).

El daño al organismo depende de la magnitud de la corriente que pase por él. Una corriente alterna de aproximadamente 0.001 A sólo produce una sensación de hormigueo apenas perceptible. Las corrientes mayores producen dolor y fuertes contracciones musculares. Si la víctima ha asido con la mano un conductor eléctrico, como un cable expuesto de corriente, la contracción muscular puede impedir que la víctima suelte el conductor. Una corriente hasta de 0.01 A aproximadamente permite a la víctima soltar el conductor. Las corrientes mayores inmovilizan la mano de la víctima en el conductor. A menos que el circuito se abra en unos pocos segundos, la piel en contacto con el conductor sufrirá quemaduras y se ampollará. Ese daño a la piel reduce en forma drástica la resistencia, por lo que la corriente puede tener un aumento fatal.

Una corriente alterna aproximadamente de 0.02 A que pase por el cuerpo, de las manos a los pies, produce una contracción de los músculos torácicos que impide la respiración, causando la muerte por asfixia si dura algunos minutos. Una corriente de 0.1 A aproximadamente, que sólo dure pocos segundos, induce la fibrilación de los músculos del corazón, cesando el ritmo natural del latido y cesando el bombeo de la sangre. En general, la fibrilación continúa aun cuando se haya separado a la víctima del circuito eléctrico; las consecuencias pueden ser fatales, a menos que se disponga de asistencia médica inmediata. El tratamiento de la fibrilación implica la aplicación deliberada de un choque eléctrico intenso al corazón, mediante electrodos recargados contra el pecho; eso detiene por completo el movimiento del corazón. Cuando termina el choque, el corazón suele reanudar sus latidos con su ritmo natural.

Una corriente de pocos amperes produce un ataque al sistema nervioso y paraliza los músculos respiratorios. A veces se pueden salvar las víctimas de esas corrientes con una pronta administración de respiración artificial. En esos altos valores de la corriente, los efectos de la CA y la CD no son muy diferentes. Pero a menores valores, una CD

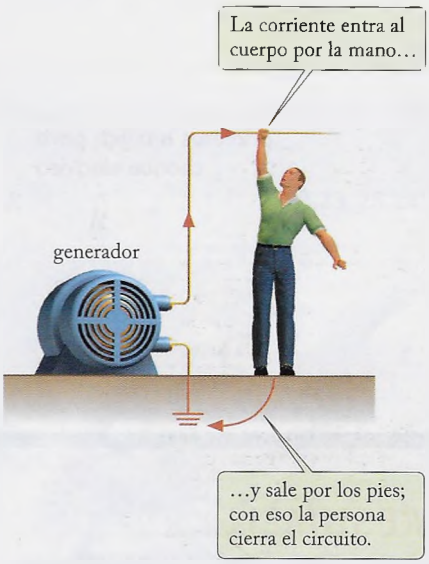



**FIGURA 28.31** Una persona cierra un circuito eléctrico. La corriente entra por la mano y sale por los pies.

* La variación de la resistencia en función de la diferencia de potencial implica que la piel no se apega a la ley de Ohm.

es menos riesgosa que una CA de magnitud comparable, porque la primera no produce las fuertes contracciones musculares que provoca la segunda.

En todo esto se ha supuesto que el paso de la corriente por el organismo es de las manos a los pies. Si la corriente entra por una pierna y sale por la otra, no hay órganos vitales en esa trayectoria y es menor el peligro de perder la vida. Sin embargo, una corriente intensa que pase por una pierna tiende a matar los tejidos por donde pasa, y en último término puede necesitar la escisión quirúrgica de grandes cantidades de tejido muerto, y hasta la amputación de la extremidad.

A igualdad de condiciones, un voltaje mayor causará mayor corriente. Por eso es obvio el riesgo que constituye el contacto con fuentes de alto voltaje. Pero bajo circunstancias excepcionales, hasta las fuentes de bajo voltaje pueden ser peligrosas. Se ha informado de varios casos de electrocución por contacto con fuentes de voltaje hasta de 12 V. Parece que en esos casos la muerte se debió a una respuesta excepcionalmente sensible del sistema nervioso; también se puede pensar que un factor principal fue una resistencia anormalmente baja de la piel. Así, lo aconsejable es ¡respetar incluso las fuentes de bajo voltaje!

**primeros auxilios para choque eléctrico**

*El auxilio a víctimas de choque eléctrico debe comenzar interrumpiendo la corriente. Cuando no hay interruptor, contacto o fusible para cortar la corriente, debe empujarse o jalarse la víctima para alejarla del conductor eléctrico, con ayuda de un material aislante, como un trozo de madera seca o una cuerda. El rescatista debe tener cuidado para evitar el contacto eléctrico. Si la víctima no respira, se debe administrar de inmediato respiración artificial. Si no hay latidos del corazón, personal adiestrado debe aplicar masaje cardiaco, hasta que la víctima se pueda tratar con desfibrilador.*

# RESUMEN

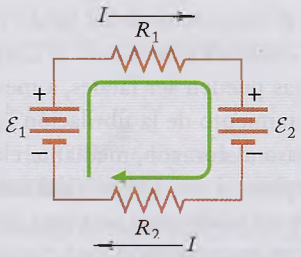
**TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS** Reglas de Kirchhoff y circuitos de varias mallas **(página 900)**

**LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA** Fusibles e interruptores automáticos **(página 903)**

**AYUDA MATEMÁTICA** La función exponencial **(página 910)**

**FUERZA ELECTROMOTRIZ (fem)** Energía por unidad de carga, o voltaje, suministrado por una fuente.

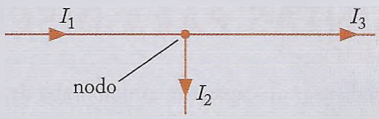
**REGLA DE VOLTAJE DE KIRCHHOFF** La suma de las fem y los cambios de potencial a través de resistores en torno a cualquier malla cerrada en un circuito debe ser igual a cero.



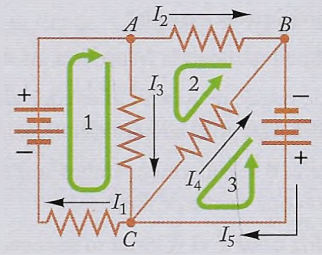

**CONVENCIONES DE SIGNO** Cuando se atraviesa una fuente de fem en dirección de avance (de terminales − a +), el voltaje es positivo, $+\mathcal{E}$; en dirección inversa (de terminales + a −), el voltaje es negativo, $-\mathcal{E}$. Al atravesar un resistor en la dirección de la corriente se produce una caída de voltaje (negativo, $-IR$); al hacerlo en dirección contraria a la de la corriente se produce un aumento de voltaje (positivo, $+IR$).

**REGLA DE CORRIENTE DE KIRCHHOFF** La corriente total que entra a cualquier nodo debe ser igual a la corriente que sale del nodo:

$$\sum I_{\text{ent}} = \sum I_{\text{sal}} \tag{28.12}$$




**ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE VARIAS MALLAS** Después de identificar todas las corrientes separadas, se aplican las reglas de voltaje y corriente de Kirchhoff hasta obtener suficientes ecuaciones para resolver las cantidades desconocidas que se requieran.



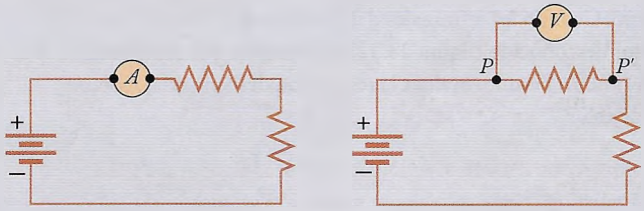

**POTENCIA ENTREGADA POR UNA FUENTE DE fem**

$$P = \mathcal{E}I \tag{28.22}$$

**POTENCIA DISIPADA POR UN RESISTOR (CALOR DE JOULE)** (De estas relaciones entre corriente, resistencia, diferencia de potencial y potencia, cuando se conocen dos de ellas, las otras dos se pueden calcular.)

$$P = \Delta V I = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \tag{28.23, 28.24}$$

**MEDICIONES ELÉCTRICAS** Los amperímetros miden corriente, tienen baja resistencia interna y se colocan en serie; los voltímetros miden voltaje, tienen alta resistencia interna y se conectan en paralelo.



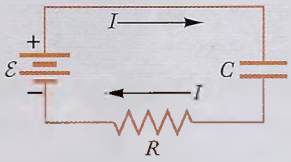

uso correcto del amperímetro — uso correcto del voltímetro

**TIEMPO CARACTERÍSTICO DE UN CIRCUITO *RC***

$$\tau = RC \tag{28.34}$$

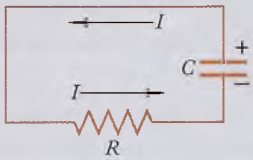
**CARGA EN UN CAPACITOR Y CORRIENTE EN UN CIRCUITO *RC***

Carga:




$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau} \tag{28.35}$$

Descarga:




$$Q = C\mathcal{E}e^{-t/\tau} \qquad I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau} \tag{28.36}$$

# PREGUNTAS PARA DISCUSIÓN

1. ¿Se puede usar un capacitor como bomba de electricidad en un circuito? ¿En qué forma diferiría esa bomba de una batería?
2. Una batería totalmente cargada ¿tiene la misma fem que una batería parcialmente cargada?
3. ¿Cómo se podría medir la resistencia interna de una batería?
4. La regla de voltaje de Kirchhoff es equivalente a la conservación de la energía en el circuito eléctrico. ¿Por qué?
5. ¿Qué pasaría si se conectaran ambos amperímetro y voltímetro en serie con una fuente de fem?
6. ¿Qué podría pasar si el voltímetro se conectara en forma incorrecta, como se ve en la figura 28.24*b*?
7. Un mecánico mide la resistencia interna de un acumulador de automóvil conectando un amperímetro robusto, para gran corriente (de resistencia casi cero) directamente a los polos del acumulador. La resistencia interna del acumulador es inversamente proporcional a la indicación del amperímetro, $R_1 \propto 1/I$. ¿Por qué?
8. Un **óhmetro** se compone de una fuente patrón de fem (una batería) conectada en serie a una resistencia patrón y un amperímetro. Cuando las terminales del óhmetro se conectan a un resistor desconocido (figura 28.32), la corriente que indica el amperímetro permite evaluar la resistencia desconocida, ¿cómo sucede esto?

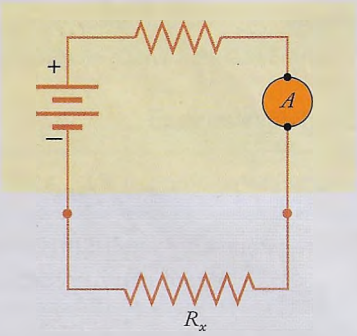



**FIGURA 28.32** Un óhmetro se compone de una batería, una resistencia de referencia y un amperímetro, encerrados en una caja (en color).

9. Si se conecta un voltímetro y un amperímetro a un resistor, al mismo tiempo, con sus indicaciones se puede evaluar la resistencia, usando $R = \Delta V/I$. La figura 28.33 muestra dos formas de conectar el amperímetro y el voltímetro a la resistencia, ¿por qué con ambos métodos se obtiene un valor de $R$ ligeramente distinto al valor real?

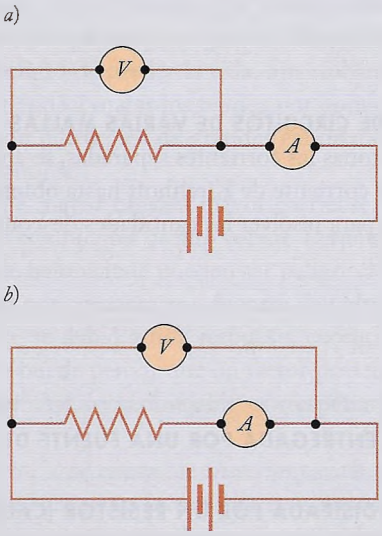



**FIGURA 28.33** Conexiones simultáneas de amperímetro y voltímetro.

10. Una persona dice que no paga su recibo de electricidad porque no está guardando electrones que la empresa eléctrica manda a su hogar; todo electrón que entra a su instalación, tarde o temprano sale y regresa a la central eléctrica. ¿Qué le contestaría usted?
11. Las espirales de calentamiento que tienen las estufas eléctricas *parecen* estar hechas de metal (figura 28.34). ¿Por qué no hacen cortocircuito cuando sobre ellas se pone una cacerola metálica?

**FIGURA 28.34** Estufa eléctrica con elemento calentador.

12. ¿Cuáles son las ventajas y las desventajas de las líneas de alto voltaje?
13. En muchos países europeos, la energía eléctrica llega a los hogares a 230 V, y no a 115 V, como se acostumbra en los países americanos. ¿Cuáles son las ventajas y las desventajas de los 230 V?

# PROBLEMAS

## 28.1 Fuerza electromotriz
## 28.2 Fuentes de fuerza electromotriz

1. Las baterías más pequeñas tienen 1.5 gramos de masa y almacenan $5.0 \times 10^{-6}$ kW · h, aproximadamente. Las baterías más grandes (a bordo de submarinos) tienen 270 toneladas métricas de masa y almacenan $5 \times 10^{3}$ kW · h de energía. ¿Cuál es la cantidad de energía almacenada por kilogramo de batería en cada caso?

2. Una pila de linterna tamaño D entrega 1.2 A · h a 1.5 V (esto es, suministra 1.2 A durante 1.0 h, o una corriente mayor o menor durante un tiempo correspondiente más corto o más largo). Un acumulador de automóvil entrega 55 A · h a 12 V. La pila de linterna es cilíndrica, de 3.3 cm de diámetro, 5.6 cm de longitud y 0.086 kg de masa. El acumulador de automóvil es rectangular, con dimensiones 30 cm × 17 cm × 23 cm y 23 kg de masa.
   *a)* ¿Cuál es la energía eléctrica disponible almacenada en cada batería?
   *b)* ¿Cuál es la cantidad de energía almacenada por centímetro cúbico en cada batería?
   *c)* ¿Cuál es la energía almacenada por kilogramo en cada batería?

3. Un acumulador de 12 V, de trabajo pesado para camión, tiene capacidad de 160 A · h, esto es, el acumulador suministra 1.0 A durante 160 h (o una corriente mayor durante un tiempo proporcionalmente menor). ¿Cuál es la cantidad de energía eléctrica que suministra ese acumulador?

4. Las baterías recargables de 1.2 V, de níquel-cadmio, tamaños AAA, AA, C y D, tienen capacidad de 0.22, 0.70, 2.2 y 4.4 A · h, respectivamente. ¿Cuánta carga, en coulombs, pasa por cada batería cuando se usa totalmente su capacidad? ¿Cuánta energía suministra cada una?

5. Una batería de 14.4 V de hidruro metálico para computadora portátil puede producir una corriente de 0.65 A durante 4.0 h. ¿Cuál es la energía total suministrada?

*6. El motor de arranque de un automóvil necesita un acumulador de 12 V y toma 80 A de corriente para funcionar.
   *a)* Si tarda 3.0 s para que el motor de gasolina arranque, ¿qué cantidad de energía eléctrica se ha tomado del acumulador?
   *b)* El automóvil tiene un generador que entrega 5.0 A al acumulador cuando está trabajando el motor de gasolina. ¿Cuánto tiempo debe trabajar ese motor para que el generador devuelva la energía en el acumulador a su valor original? Si toda la potencia entregada al acumulador se almacena.

## 28.3 Circuitos de una malla

7. En una linterna se conectan dos pilas de 1.5 V en serie. Un foco de 8.0 Ω cierra el circuito. ¿Cuál es la corriente en el circuito? ¿Cuánta energía eléctrica se entrega al foco en 1.0 h?

8. ¿Cuáles son las corrientes en el circuito de la figura 28.10, si se invierte la batería del lado derecho?

9. Dos focos pequeños se conectan en paralelo a una batería de 6.0 V. Si la resistencia de cada foco, a su temperatura de funcionamiento, es 2.0 Ω, ¿cuál es la corriente en el circuito? ¿Cuánta corriente pasa por cada foco?

10. Se va a usar un conjunto de celdas solares para cargar un acumulador de plomo-ácido, de 12 V. Si cada celda solar genera 0.60 V, ¿cuántas celdas se deben conectar en serie para cargar el acumulador?

11. Para el circuito de la figura 28.35, cuando disminuye la resistencia $R_2$, ¿aumentan o disminuyen las corrientes en $R_1$ y $R_3$?

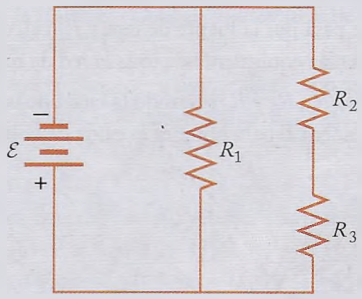



**FIGURA 28.35** Una fuente de fem y tres resistores.

12. Para reducir la resistencia interna efectiva de un amperímetro, se conecta un resistor en paralelo con las terminales (figura 28.36). Si la resistencia de este resistor en paralelo, o resistor *en derivación*, es 1/10 de la resistencia del amperímetro, ¿en qué factor reduce esa derivación la resistencia equivalente del amperímetro modificado? ¿Cómo se debe calibrar lo que marque la aguja del amperímetro?

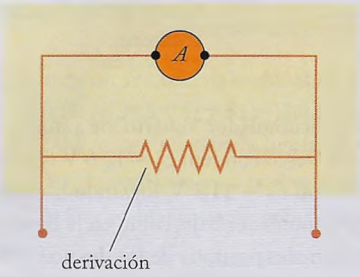



**FIGURA 28.36** Un amperímetro con un resistor en paralelo, o *en derivación*.

13. Un voltímetro tiene resistencia interna de $5.0 \times 10^{4}$ Ω, y se conecta a los postes de una batería de 12 V, de resistencia interna 0.020 Ω.
   *a)* ¿Cuál es la corriente que pasa por la batería?
   *b)* ¿Cuál es la caída de voltaje a través de la resistencia interna de la batería?

14. Una batería tiene 9.00 V de fem cuando no pasa corriente. Cuando se conecta a un resistor de 47.0 Ω, pasa una corriente de 0.187 A. ¿Cuál es la resistencia interna de la batería?

15. En una serie de luces decorativas, 25 focos idénticos miniatura se conectan en serie con una toma de 115 V, y por el circuito pasa una corriente de 0.074 A. ¿Cuál es la caída de voltaje y la resistencia de cada foco? Un foco se quema. ¿Cuál es el potencial a través de ese foco, cuya resistencia entonces es infinita? Para algunos focos, ese alto voltaje causa un corto automático en las terminales del filamento quemado y se reduce la resistencia a cero; entonces "cuando uno se quema, el resto queda prendido". Ahora ¿cuál es el potencial a través de cada uno de los demás focos?

16. Cuando se conecta una batería a un resistor de 22.0 Ω, la caída de voltaje a través del resistor es 5.74 V; cuando se conecta a un resistor de 47.0 Ω, la caída de voltaje es 6.19 V. ¿Cuál es la fem de la fuente? ¿Cuál es la resistencia interna de la batería?

17. En la figura 28.37, $\mathcal{E} = 12$ V, $R_1 = 3.0\ \Omega$, $R_2 = 8.0\ \Omega$, $R_3 = 3.0\ \Omega$ y $R_4 = 5.0\ \Omega$. Se hará el cálculo de las corrientes en el circuito con el análisis de una malla, como sigue:
    *a*) La corriente que pasa por la fuente de fem y $R_1$ calculando primero la resistencia equivalente de toda la red de resistores.
    *b*) Las corrientes por $R_2$, $R_3$ y $R_4$ restando la caída de voltaje a través de $R_1$ de la fem $\mathcal{E}$ para obtener la caída de voltaje a través de $R_2$.

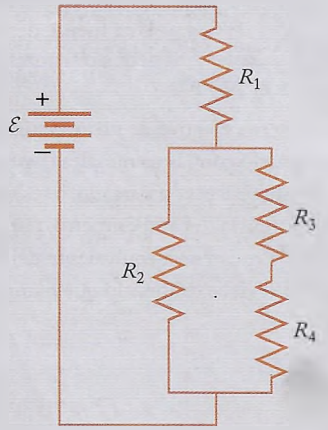



**FIGURA 28.37** Una fuente de fem y cuatro resistores.

18. Para tratar de cargar un acumulador "muerto" de automóvil, se conecta un acumulador fresco con fem $\mathcal{E}_1 = 12.6$ V con un acumulador "bajo" con fem $\mathcal{E}_2 = 11.1$ V, forzando la carga en sentido inverso por el acumulador bajo, como en la figura 28.10 (se observa que las terminales positivas de los dos acumuladores se conectan, así como sus terminales negativas). Si la resistencia de los conductores y la resistencia interna de los acumuladores suman un total de 0.12 Ω, y las fem permanecen constantes, ¿cuánta corriente pasa? ¿Cuánta energía se entrega al acumulador bajo en los primeros 30 segundos? Si, por error, se conecta la terminal positiva de cada acumulador con la terminal negativa del otro, lo cual es un arreglo peligroso, ¿cuánta corriente pasa?

19. Para medir la fem y la resistencia interna de una batería, una persona la conecta en serie con un amperímetro (sin resistencia) y con un resistor variable. Cuando el resistor variable se ajusta a 1.0 Ω, la corriente en el circuito es 0.40 A, y cuando se ajusta a 2.0 Ω, la corriente es 0.22A. ¿Qué fem y qué resistencia interna de la batería se pueden deducir con estos datos? (Sugerencia: Trace un diagrama eléctrico que incluya la resistencia interna de la batería. ¿Cuál es la resistencia total cuando el resistor variable se pone en 1.0 Ω? ¿Y cuando se pone en 2.0 Ω?)

20. Se conectan cuatro resistores en paralelo con una fuente de voltaje, como muestra la figura 28.38. El resistor de 25 Ω conduce 5.0 A de corriente. ¿Cuál es la corriente total que suministra la batería a los resistores?

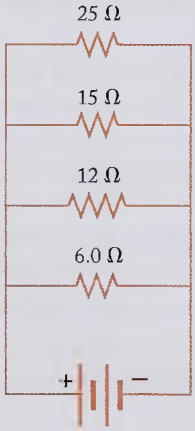



**FIGURA 28.38** Una fuente de fem y cuatro resistores.

21. ¿Cuánta corriente pasa por el resistor de 200 Ω en el circuito de la figura 28.39?

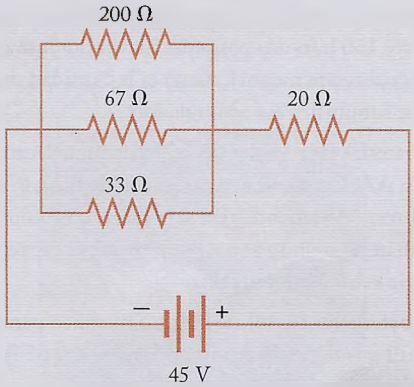



**FIGURA 28.39** Una fuente de fem y cuatro resistores.

*22. Se conectan cuatro resistores, con $R_1 = 25\ \Omega$, $R_2 = 15\ \Omega$, $R_3 = 40\ \Omega$ y $R_4 = 20\ \Omega$, a una batería de 12 V, como muestra la figura 28,40.
    *a*) ¿Cuál es la resistencia combinada de los cuatro resistores?
    *b*) ¿Cuál es la corriente en cada resistor?

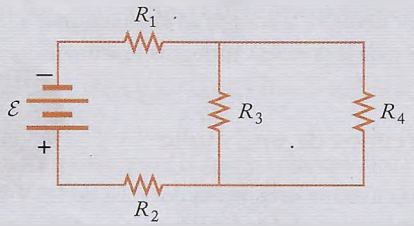



**FIGURA 28.40** Una fuente de fem y cuatro resistores.

## 28.4 Circuitos de varias mallas

23. Se conectan cuatro alambres a un nodo. Tres de ellos conducen corrientes de 10.0 A, 8.5 A y 12.5 A, hacia el nodo. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la corriente en el cuarto alambre?

24. En el circuito de la figura 28.41, $\mathcal{E}_1 = 6.0$ V, $\mathcal{E}_2 = 4.0$ V, $R_1 = 3.0\ \Omega$ y $R_2 = 5.0\ \Omega$. ¿Cuál es la corriente en $R_1$? ¿Y en $R_2$? ¿Cuál es la corriente que pasa por la fuente $\mathcal{E}_1$?

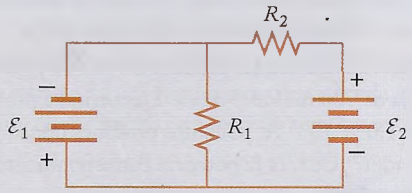



**FIGURA 28.41** Dos fuentes de fem y dos resistores.

25. Para el circuito de la figura 28.41, si $\mathcal{E}_1 = 6.0$ V y $\mathcal{E}_2 = 10$ V, ¿cuál debe ser el valor de la resistencia $R_2$, si la corriente que pasa por esta resistencia debe ser 2.0 A?

26. Para el circuito de la figura 28.42, si $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 4.0$ V, $R_1 = R_2 = 2.0\ \Omega$, y $R_3 = 1.0\ \Omega$, ¿cuál es la corriente en cada fuente? (Sugerencia: Aplíquese la simetría.)

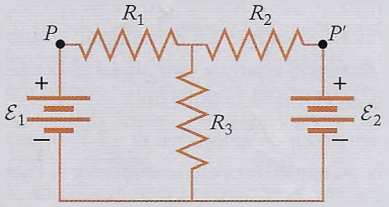



**FIGURA 28.42** Dos fuentes de fem y tres resistores.

27. En el circuito de la figura 28.43, $R_1 = R_2 = 2.0\ \Omega$, $R_3 = R_4 = 4.0\ \Omega$ y $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 10$ V. Se desconoce el valor de $R_5$. ¿Cuál es la corriente que pasa por cada resistor? (Sugerencia: Use la simetría.)

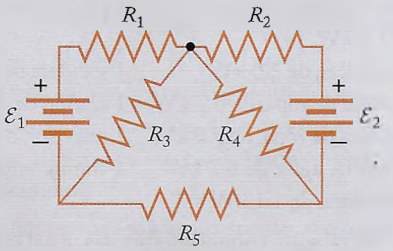



**FIGURA 28.43** Dos fuentes de fem y cinco resistores.

28. ¿Cuáles son las corrientes en el circuito de la figura 28.17*a*, si se invierte la batería del lado izquierdo?

*29. Cuando se aplica la regla de voltaje de Kirchhoff para obtener las ecuaciones para un circuito, se tienen varias opciones para escoger las mallas. En la figura 28.17*b* se indica una opción posible, con la que se obtuvieron las ecuaciones (28.14) y (28.15). Si en su lugar se escoge la opción de la figura 28.44, ¿cuáles son las dos ecuaciones de circuito en este caso? ¿Cómo puede demostrarse que las nuevas ecuaciones de circuito conducen al mismo resultado que las anteriores?

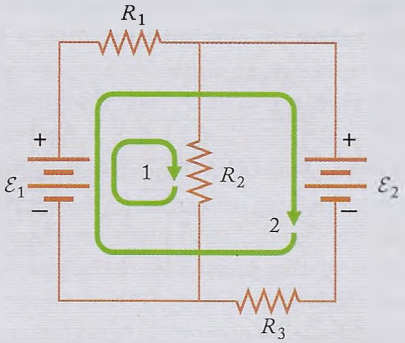



**FIGURA 28.44** Otra opción para mallas de voltaje.

*30. Para el circuito de la figura 28.42, si $\mathcal{E}_1 = 5.0$ V, $\mathcal{E}_2 = 3.0$ V, $R_1 = 4.0\ \Omega$, $R_2 = 3.0\ \Omega$ y $R_3 = 2.0\ \Omega$, ¿cuál es la corriente en cada resistor? ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos $P$ y $P'$?

*31. En el circuito de la figura 28.17, con las resistencias y fem del ejemplo 5, se sustituye la fem $\mathcal{E}_1 = 12.0$ V por una fem mayor. ¿Qué valor debe tener $\mathcal{E}_1$ para que la corriente $I_3$ cargue la batería $\mathcal{E}_2$?

*32. Dos baterías con sus resistencias internas se conectan en el circuito de la figura 28.45. Si $R_1 = 0.50\ \Omega$, $R_2 = 0.20\ \Omega$, $\mathcal{E} = 12.0$ V, $\mathcal{E}' = 6.0$ V, $R_i = 0.025\ \Omega$ y $R_i' = 0.020\ \Omega$, calcúlense las corrientes en las resistencias $R_1$ y $R_2$.

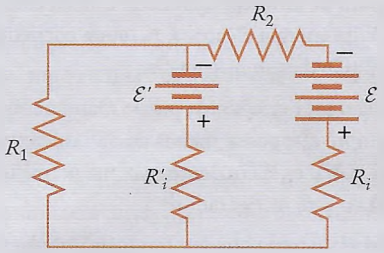



**FIGURA 28.45** Baterías con resistencias internas $R_i$ y $R_i'$.

**33. Cinco resistores, con resistencias $R_1 = 2.0\ \Omega$, $R_2 = 4.0\ \Omega$, $R_3 = 6.0\ \Omega$, $R_4 = 2.0\ \Omega$ y $R_5 = 3.0\ \Omega$ se conectan con una batería de 12.0 V, como muestra la figura 28.46.

*a*) ¿Cuánta corriente pasa por cada resistor?

*b*) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos $P$ y $P'$?

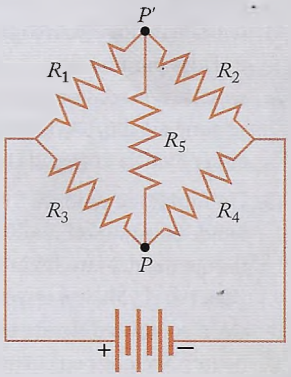



**FIGURA 28.46** Una fuente de fem y cinco resistores.

**34. Dos baterías, con $\mathcal{E}_1 = 6.0$ V y $\mathcal{E}_2 = 3.0$ V, se conectan con tres resistores de $R_1 = 6.0\ \Omega$, $R_2 = 4.0\ \Omega$ y $R_3 = 2.0\ \Omega$, como se muestra en la figura 28.47. ¿Cuál es la corriente por cada resistor, y la corriente por cada batería?

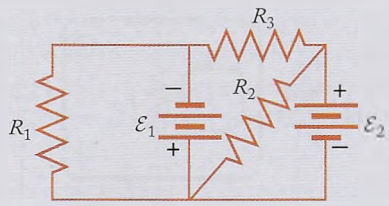



**FIGURA 28.47** Dos fuentes de fem y tres resistores.

## 28.5 Energía en los circuitos; calor de Joule

35. Una calculadora electrónica funciona con una batería de 3.0 V. La calculadora usa una corriente de $2.0 \times 10^{-4}$ A. ¿Qué potencia consume?

36. Un calentador eléctrico para agua tiene 7.5 Ω de resistencia y usa una corriente de 15 A cuando se conecta con la fuente de voltaje. ¿Cuánto cuesta su funcionamiento durante 4.0 h, si la compañía eléctrica cobra 15¢ por kilowatt-hora?

37. ¿Cuánto cuesta el funcionamiento de un foco de 100 watts durante 24 horas? El precio de la energía eléctrica es 15¢ por kilowatt-hora.

38. Un aparato de aire acondicionado trabaja con 115 V y usa 1 500 W de energía eléctrica. ¿Cuánta corriente pasa por el aparato? ¿Cuál es su resistencia?

39. Un refrigerador criogénico puede mantener una temperatura baja siempre que pasen menos de 350 microwatts de calor a su interior. ¿Cuál es la corriente máxima permitida para un resistor de 25 Ω en este refrigerador?

40. Los láseres de mesa pueden producir impulsos cortos de 1.0 terawatts ($1.0 \times 10^{12}$ W) de potencia. Si se desea manejar la misma potencia con una fuente de fem de 115 V, ¿qué corriente debe pasar? ¿Qué resistencia se debe usar? Los pulsos del láser son cortos, de unos 15 femtosegundos ($1.5 \times 10^{-14}$ s) de duración. ¿Cuál es la energía por pulso? Si cada segundo se pueden producir 20 pulsos, ¿cuál es la potencia promedio? ¿Qué corriente debe pasar por una fuente de 115 V para producir esta potencia media?

41. Un calentador eléctrico tiene dos posiciones, bajo y alto, controladas por un selector. Cuando se pone en bajo, se conectan en serie dos resistores eléctricos y se emiten 275 watts; cuando se pone en alto, los dos resistores se conectan en paralelo. ¿Cuál es la potencia entregada entonces?

42. Un fotodiodo produce 0.50 A de corriente por watt de luz que incide en su superficie. En la luz solar, inciden 0.10 W. Las dos terminales del fotodiodo se conectan a un resistor de 5.0 Ω. ¿Cuál es el voltaje a través del resistor? ¿Cuál es la relación entre la potencia disipada en el resistor y la potencia de la luz incidente? No tenga en cuenta la resistencia interna del fotodiodo.

43. Un motor eléctrico pequeño, que trabaja con 115 V, produce 0.75 hp de potencia mecánica. Sin tener en cuenta las pérdidas por fricción dentro del motor, ¿qué corriente necesita ese motor?

44. La razón de flujo de agua en las Cataratas del Niágara es 2 800 $m^3/s$; esa agua cae una distancia vertical de 51 m. Por la noche, la mitad del agua se desvía a una central hidroeléctrica. Si la planta convierte toda la energía potencial gravitacional de esa agua desviada en energía eléctrica, ¿de cuánto es la potencia eléctrica en kilowatts? Si esa corriente se alimenta a una línea de transmisión de 240 kV, ¿cuál es la corriente?

45. Un ciclotrón acelerador produce un haz de protones con una energía de 700 millones de eV. La corriente promedio de este haz es $1.0 \times 10^{-6}$ A. ¿Cuántos protones por segundo entrega el acelerador? ¿Cuál es la potencia correspondiente que entrega el acelerador?

46. Un tostador eléctrico usa 1 200 W a 115 V. ¿Cuánta corriente pasa por el tostador? ¿Cuál es la resistencia en sus elementos calentadores?

47. Los bancos de acumuladores de un submarino almacenan $5.0 \times 10^3$ kW · h de energía. Si el submarino tiene un motor eléctrico que produce 1 000 hp, ¿cuánto tiempo puede trabajar con esas baterías?

48. Al encender el motor de gasolina, el motor de arranque de un automóvil toma 80 A a 12 V, durante 2.5 segundos. ¿Cuál es la potencia eléctrica que usa el motor de arranque? ¿A cuántos caballos de fuerza equivale eso? ¿Cuál es la energía eléctrica consumida en el intervalo indicado?

49. Un acumulador de automóvil de 12 V almacena $2.5 \times 10^6$ J de energía. ¿Cuánto dura ese acumulador si entrega 1.0 A a un resistor?

50. Los electrodomésticos de un hogar tienen las siguientes capacidades:

| | |
|---|---|
| 40 focos de 75 W cada uno | 2 aparatos de aire acondicionado de 1.2 kW cada uno |
| 1 estufa de 9.0 kW | 2 ventiladores de 0.2 kW cada uno |
| 1 horno de microondas, de 1.4 kW | 1 plancha eléctrica, de 1.1 kW |
| 1 lavavajillas, de 1.0 kW | 1 secadora de cabello, de 1.4 kW |
| 1 lavadora de ropa, de 0.7 kW | 1 equipo de sonido, de 250 W |
| 1 secadora de ropa, de 5.0 kW | 1 televisor, de 200 W |
| 1 bomba de agua, de 0.7 kW | 1 computadora, de 150 W |
| 1 aspiradora, de 1.1 kW. | |

Si todos trabajan a un mismo tiempo, ¿cuál es la potencia total requerida? Si el suministro eléctrico es de 115 V, ¿cuál es la corriente?

51. El cable de aluminio de una línea de transmisión de alto voltaje conduce 600 A de corriente. El cable tiene 60 km de longitud, y su diámetro es 2.5 cm. ¿Cuál es la potencia que se pierde como calentamiento Joule en ese cable?

*52. Un resistor $R$, conectado a una fuente de fem $\mathcal{E}$, disipa la potencia $P$. El voltaje aumenta 25%. ¿Cómo debe cambiarse la resistencia para que la potencia disipada por el resistor permanezca igual?

*53. Un resistor $R$, conectado a una fuente de fem $\mathcal{E}$, disipa una potencia $P$. Entonces, se aumenta 20% la resistencia. ¿Cómo debe cambiarse la fem para que la potencia disipada por el resistor permanezca igual?

*54. Para calentar a 1.00°C 1.00 g de agua (densidad 1.00 g/cm$^3$) se requieren 4.18 joules. ¿Cuánto tarda en calentarse 50.0°C un litro de agua con un elemento calentador de 2.00 Ω de resistencia, con una corriente de 32.0 A?

*55. Una secadora de cabello para viajero trabaja con 115 V y también a 230 V. Un selector en la secadora ajusta el voltaje que recibe. En cada voltaje, la secadora entrega 1 000 W de calor. ¿Cuál debe ser la resistencia de los calentadores para cada voltaje? Para esa secadora, diseñe un circuito formado por dos calentadores idénticos conectados a un selector y a un contacto eléctrico.

*56. Un cepillo de dientes eléctrico consume 7.00 watts. Si se usa durante 4.0 minutos al día, y si la energía eléctrica cuesta 15¢ por kilowatt-hora, ¿cuánto se paga por usar el cepillo de dientes durante un año?

*57. En un pequeño generador electrostático, una banda de hule transporta carga desde tierra hasta un colector esférico, a $2.0 \times 10^5$ V. La rapidez con la que la banda transporta la carga es $2.5 \times 10^{-6}$ C/s. ¿Cuál es la rapidez con la que trabaja la banda en contra de las fuerzas electrostáticas?

*58. Un tablero solar (un ensamble de celdas solares) mide 58 cm × 53 cm. Cuando está de cara al Sol, el tablero genera 2.7 A a 14 V. La luz solar deposita $1.0 \times 10^3$ W/m$^2$ de energía a una superficie que le haga frente. ¿Cuál es la eficiencia de ese tablero, es decir, qué fracción de la energía de la luz solar se convierte en energía eléctrica?

*59. Una batería de fem $\mathcal{E}$ y resistencia interna $R_i$ se conecta a un circuito externo de resistencia $R$. En función de $\mathcal{E}$, $R_i$ y $R$, ¿cuál es la potencia que entrega la batería al circuito externo? ¿Cómo puede demostrarse que esa potencia es máxima cuando $R = R_i$?

*60. Una batería de 3.0 V con 2.5 Ω de resistencia interna se conecta a un foco de 6.0 Ω de resistencia. ¿Cuál es el voltaje entregado al foco? ¿Cuánta potencia eléctrica se suministra al foco? ¿Cuánta potencia eléctrica se desperdicia en la resistencia interna?

*61. Supóngase que una batería de 12 V tiene 0.40 Ω de resistencia interna.

*a*) Si esta batería suministra una corriente constante de 1.0 A a un circuito externo hasta que se descarga por completo, ¿qué fracción de la energía almacenada inicial se desperdicia en la resistencia interna?

*b*) ¿Y si la batería suministra una corriente constante de 10.0 A? ¿Es más eficiente usar la batería con poca o con mucha corriente?

*62. Dos elementos calentadores tienen resistencias de 12.0 Ω y 6.0 Ω, respectivamente.

*a*) ¿Cuánto calor de Joule se genera en cada uno si se conectan en paralelo a una fuente de fem de 115 V?

*b*) ¿Cuánto se genera si se conectan en serie?

*63. Un cable de 40 m conecta un pararrayos de una torre a tierra, es de cobre y tiene 7.0 mm de diámetro. Si durante un rayo el cable conduce una corriente de $1.0 \times 10^4$ A.

*a*) ¿Cuál es la caída de potencial a lo largo del cable?

*b*) ¿Cuál es la rapidez con que se produce calor de Joule?

*64. La corriente máxima recomendada para el alambre de cobre núm. 10, de 0.259 cm de diámetro, es 30 A. Para ese alambre, con esa corriente, ¿cuál es la razón de producción de calor de Joule por metro de alambre? ¿Cuál es la caída de potencial por metro de alambre?

*65. Un gran electroimán toma 200 A de corriente a 400 V. Las bobinas del electroimán están enfriadas por agua que pasa por ellas. El agua entra al electroimán a 20°C, absorbe el calor de Joule y sale a mayor temperatura. Si la temperatura de salida del agua no debe ser mayor de 80°C, ¿cuál debe ser el flujo mínimo (en litros por minuto) por el electroimán? Véase el problema 54.

## 28.6 Mediciones eléctricas

66. La mayor parte de los amperímetros tienen diferentes terminales para medir corrientes grandes y pequeñas. Esas terminales tienen valores distintos de resistencia interna. Para un multímetro digital ordinario, la resistencia interna es 11 Ω cuando mide 40 mA, pero sólo 0.030 Ω para medir 3.0 A. ¿Cuál es la potencia disipada internamente en cada caso? ¿Cuál sería la potencia disipada internamente si las conexiones para 40 mA se usaran por accidente para medir una corriente de 3.0 A?

67. Para el puente de Wheatstone de la figura 28.25, $R_2 = 1.0$ kΩ y $R_3 = 2.0$ kΩ. Si el amperímetro indica cero cuando $R_1$ se ajusta al valor de 350 Ω, ¿cuál es el valor de la resistencia desconocida $R_x$?

*68. Un voltímetro tiene 5 000 Ω de resistencia interna y se conecta a los polos de una batería cuya resistencia interna es 0.20 Ω. El voltímetro indica 1.4993 volts. ¿Cuál es la fem real de la batería, a corriente cero?

*69. Un circuito está formado por un resistor de 3.000 Ω conectado a una batería sin resistencia. Para medir la corriente en este circuito se intercala un amperímetro con resistencia interna de $2.0 \times 10^{-3}$ Ω. Entonces, el amperímetro indica 3.955 A. ¿Cuál fue la corriente en el circuito antes de intercalar el amperímetro?

*70. Un voltímetro indica 11.9 V al conectarlo con los polos de una batería. La resistencia interna de la batería es 0.020 Ω. ¿Cuál debe ser el valor mínimo de la resistencia interna del voltímetro para que la indicación del instrumento coincida con la fem de la batería con una precisión mejor que 1.0%?

*71. En los laboratorios se suele determinar la resistencia con una **medición con cuatro conductores**. Dos alambres conducen una corriente conocida hacia y desde el espécimen que se mide, y otros dos alambres conectan el espécimen con un voltímetro, para que la resistencia de los alambres no contribuya a la caída del voltaje que se mide. Para un espécimen de 5.0 Ω, supóngase que se usa mejor una medición con dos conductores; esto es, se incluye la resistencia de los alambres de conexión. ¿Qué resistencia total se mide si los alambres son de cobre, de 0.25 mm de diámetro con 3.0 m de longitud total? ¿Y si el alambre fuera de constantán? (Los alambres de constantán se usan con frecuencia como aislamiento térmico.)

## 28.7 El circuito *RC*

72. Para una demostración de laboratorio, se desea formar un circuito *RC* con un tiempo característico de 15 s. Se tiene disponible un capacitor de 20 $\mu$F. ¿Qué resistencia se necesita?

73. En el circuito de la figura 28.48, ¿cuánto tiempo pasa, después de cerrado el interruptor, para cargar el capacitor a 63% de su voltaje final?

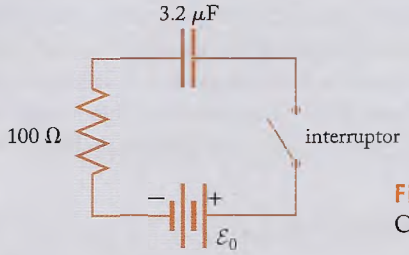



**FIGURA 28.48** Carga de un capacitor.

74. Un capacitor se carga a través de un resistor de 75 Ω, y tarda 2.7 ms para llegar a 63% de su valor final. ¿Cuál es su capacitancia?

75. ¿Cuánto tarda un capacitor de 4.0 $\mu$F en decaer hasta el 37% de su carga inicial, cuando se descarga a través de un resistor de 100 Ω?

76. Un circuito *RC* está formado por una resistencia *R*, una capacitancia *C* y una batería, todos conectados en serie. ¿En qué momento la corriente tiene 1/10 de su valor inicial (máximo)? ¿En qué momento la corriente tiene 1/100 de su valor inicial?

77. Se conectan dos capacitores, de 2.0 $\mu$F y 4.0 $\mu$F, y un resistor de $8.0 \times 10^3$ Ω a una batería, como se ve en la figura 28.49. ¿Cuál es el tiempo característico de este circuito?

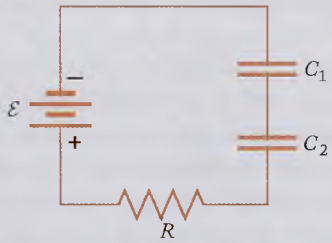



**FIGURA 28.49** Carga de dos capacitores.

78. Para el caso de un capacitor que se carga [ecuación (28.31)], ¿qué porcentaje del valor final tiene la carga después de dos constantes de tiempo? ¿Y después de tres? ¿Y después de cinco?

79. Para el circuito de la figura 28.50, el interruptor *S* ha estado en la posición 2 durante largo tiempo. Cuando $t = 0$ se mueve a la posición 1. *a*) Escríbase la ecuación de la carga *Q* en el capacitor en función del tiempo *t*. *b*). Determínese el voltaje a través del resistor $R_1$ en función del tiempo *t*.

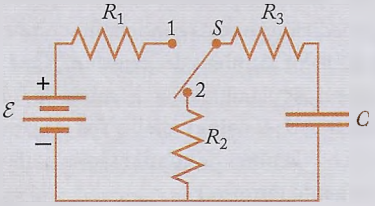



**FIGURA 28.50** Un circuito *RC* seleccionable.

*80. Para el circuito de la figura 28.50, el selector ha estado en la posición 1 durante largo tiempo, y cuando $t = 0$ se mueve a la posición 2, ¿cuál es la corriente en el resistor $R_2$ en función del tiempo? ¿Cuánta potencia se disipa en el resistor $R_2$ en función del tiempo? ¿Cuánta energía total se disipa en el resistor $R_2$ cuando $0 \leq t \leq \infty$?

*81. En muchos circuitos *RC*, la carga en el capacitor puede escribirse en la forma $Q = A + Be^{-t/\tau}$, donde *A*, *B* y $\tau$ se pueden determinar por inspección del circuito. Si se evalúa esta ecuación cuando $t = 0$, se ve que la carga inicial es igual a $A + B$, y si se evalúa cuando $t = \infty$, se ve que la carga final es igual a *A*. Véase el circuito de la figura 28.51.

*a*) Si el interruptor ha estado en la posición 1 durante largo tiempo, cuando $t = 0$ se mueve a la posición 2, ¿cuál es *Q* en función del tiempo; esto es, cuánto valen *A*, *B* y $\tau$ para este caso?

*b*) Ahora, el interruptor ha estado en la posición 2 durante largo tiempo; se pone en cero el cronómetro y cuando $t = 0$, se pone en marcha y además se mueve el selector a la posición 1. ¿Cuánto vale *Q* en función del tiempo para este caso?

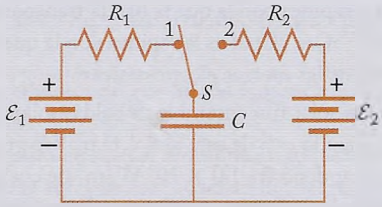



**FIGURA 28.51** Un circuito seleccionable *RC* con dos fuentes de fem.

*82. Un capacitor con $C = 0.25$ $\mu$F está inicialmente cargado a un potencial de 6.0 V. A continuación se conecta con un resistor y se deja descargar. Después de un tiempo de $5.0 \times 10^{-3}$ s, el potencial a través del capacitor ha bajado a 1.2 V. ¿Qué valor se puede deducir para esa resistencia?

*83. Para el circuito *RC* descrito en el ejemplo 9, el valor final (asintótico) de la carga en el capacitor es $\mathcal{E}C$. ¿En qué momento (tiempo) la carga en el capacitor es la mitad de ese valor final? ¿En qué momento la energía eléctrica en el capacitor es la mitad de su valor final?

*84. La ecuación (28.27) es una ecuación diferencial para la carga. Sustitúyase la ecuación (28.31) en esa ecuación, y compruébese en forma explícita que es una solución.

**85. Las ecuaciones (28.31) y (28.33) describen la carga y la corriente en un circuito *RC* con una batería. Con esas ecuaciones deduzca la energía total disipada como calor de Joule en el resistor, en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = \infty$, y deduzca la energía total que la batería debe suministrar en este intervalo.

**86. Un circuito *RC*, con $R = 6.0 \times 10^5$ Ω y $C = 9.0$ $\mu$F, se conecta a una batería de 5.0 V hasta que el capacitor está totalmente cargado. Entonces repentinamente se cambia la batería por otra nueva de 3.0 V, de polaridad opuesta. ¿En qué momento (tiempo) después del reemplazo, el voltaje a través del capacitor será cero? ¿Cuál será la corriente en el resistor en ese momento? (Sugerencia: Véase el problema 81.)

# PROBLEMAS DE REPASO

87. La figura 28.52 muestra la trayectoria de la corriente eléctrica a través del cuerpo humano cuando la mano derecha tiene buen contacto con un conductor de alto voltaje, que puede ser un cable vivo, y el pie derecho hace buen contacto con tierra. Los números indican las resistencias de las partes del cuerpo, en ohms (supóngase que la corriente perfora la piel y entonces la resistencia de la piel es cero).

*a)* ¿Cuál es la resistencia neta del cuerpo?

*b)* ¿Cuál es la corriente, si el potencial en la mano es 600 kV?

*c)* ¿Cuáles serían la resistencia y la corriente si en lugar de contactos en la mano y en el pie, el contacto con el cable fuera en el hombro, y con tierra a la mitad del muslo?

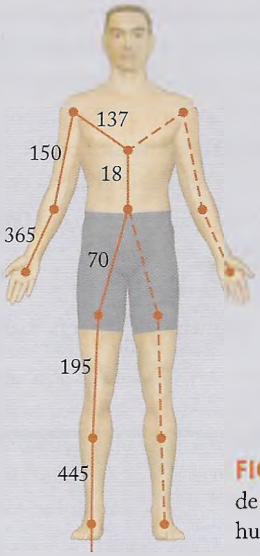



**FIGURA 28.52** Resistencias de segmentos del cuerpo humano.

88. Dos alambres de igual longitud e igual diámetro se conectan en paralelo con una fuente de fem. Un alambre es de cobre y el otro de aluminio. ¿Cuál es la relación de los calores de Joule que producen esos dos alambres?

89. Cuando se conectan en paralelo a una fuente de 115 V, dos focos producen 75 W y 130 W, respectivamente. ¿Qué potencias producen si están conectados en serie con la misma fuente? Ahora, ¿cuál de los focos produce la mayor potencia? Supóngase que la resistencia de cada foco es constante.

*90. Calcúlense las corrientes en los dos resistores del circuito que muestra la figura 28.53. Las resistencias son $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 8.0\ \Omega$; las fem son $\mathcal{E}_1 = 10$ V y $\mathcal{E}_2 = 12$ V. ¿Cuál es la potencia suministrada por la batería de 12 V?

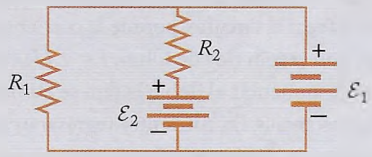



**FIGURA 28.53** Dos fuentes de fem y dos resistores.

*91. Dos baterías de fem $\mathcal{E}$ y de resistencias internas $R_i$ y $R_i'$, respectivamente, se conectan en paralelo. La combinación se conecta con una resistencia externa $R$. ¿Cuál es la corriente a través de cada batería?

*92. Dos baterías y tres resistores se conectan como se ve en la figura 28.54. Si $R_1 = 0.25\ \Omega$, $R_2 = 0.20\ \Omega$, $R_3 = 0.50\ \Omega$, $\mathcal{E}_1 = 6.0$ V y $\mathcal{E}_2 = 12.0$ V, ¿cuáles son las corrientes en los resistores $R_1$ y $R_3$?

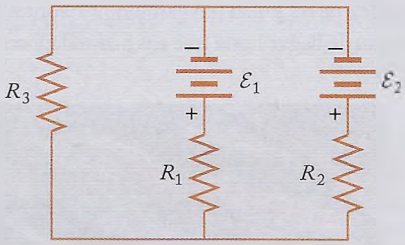



**FIGURA 28.54** Dos fuentes de fem y tres resistores.

*93. Cuatro resistores, con $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 8.0\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ y $R_4 = 10\ \Omega$, se conectan con dos baterías de $\mathcal{E}_1 = 12$ V y $\mathcal{E}_2 = 16$ V, como muestra la figura 28.55. ¿Cuáles son las corrientes en las baterías y la potencia que suministran?

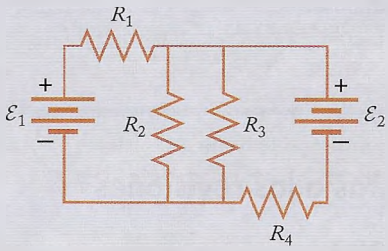



**FIGURA 28.55** Dos fuentes de fem y cuatro resistores.

*94. Una batería de 12 V con 0.20 Ω de resistencia interna se carga con una fuente externa de fem que entrega 6.0 A.

*a)* ¿Cuál debe ser la fem mínima de la fuente externa?

*b)* ¿Cuál es la razón con que se desprende calor en la resistencia interna de la batería?

95. Un ingeniero desea diseñar una línea de transmisión a alto voltaje, de 100 km de longitud. El cable de aluminio que se usa debe tener una resistencia máxima de 6.0 Ω.

*a)* ¿Qué diámetro de cable se requiere?

*b)* Para un cable de ese diámetro que conduce 750 A, ¿cuál es la potencia disipada como calentamiento Joule?

96. Se desea diseñar un calentador de agua para usarlo en una casa. El calentador va a trabajar a 115 V, y va a calentar 150 litros de agua, de una temperatura inicial de 10°C hasta una temperatura final de 60°C. Si el calentador no debe tardar más de 1.0 h para llegar a esta temperatura final, ¿qué potencia eléctrica requiere? ¿Cuál debe ser la resistencia de ese calentador?

Supóngase que no se saca agua del calentador durante el calentamiento, y que el calentador está bien aislado, y que no libera calor al ambiente. Véase el problema 54.

*97. Un automóvil eléctrico (figura 28.56) tiene un motor eléctrico abastecido con un banco de dieciséis acumuladores de 12 V conectados en serie. Cuando está totalmente cargado, cada acumulador almacena $2.2 \times 10^6$ J de energía.

*a*) ¿Cuánta corriente requiere el motor cuando produce 12 hp? No tenga en cuenta las pérdidas por fricción.

*b*) Con el motor entregando 12 hp, el automóvil tiene una rapidez de 65 km/h (en camino horizontal). ¿A qué distancia puede llegar hasta que sus acumuladores se descarguen?

**FIGURA 28.56** Un automóvil eléctrico operado con acumuladores.

*98. Una secadora de ropa eléctrica trabaja con un voltaje de 230 V y toma 20 A de corriente. ¿Cuánto tarda en secar una carga de ropa? La ropa pesa 6.0 kg cuando está mojada, y 3.7 kg cuando está seca. Supóngase que toda la energía eléctrica que toma la secadora se usa para evaporar el agua (el calor de evaporación del agua es $2.26 \times 10^6$ J/kg).

*99. El cable que conecta el motor eléctrico de arranque de un automóvil, con su acumulador de 12.0 V, es de cobre y tiene 0.50 cm de diámetro. Si el motor de arranque toma 500 A (estando parado), ¿cuál es la rapidez de producción de calor de Joule en el cable? ¿Qué fracción de la potencia suministrada por el acumulador representa ese calentamiento Joule?

100. Los capacitores ideales tienen resistencia interna infinita entre sus placas, es decir, el material entre las placas es un aislador perfecto. Sin embargo, los capacitores reales tienen una resistencia interna finita, por lo que la carga se fugará gradualmente de una placa a la otra, y el capacitor se descargará paulatinamente al dejarlo abandonado. Si un capacitor de 8.0 $\mu$F tiene una resistencia interna de $5.0 \times 10^8\ \Omega$, ¿cuánto tarda en fugarse la mitad de su carga?

101. Un capacitor con $C = 20\ \mu$F y un resistor con $R = 100\ \Omega$ se conectan repentinamente en serie a una batería de $\mathcal{E} = 6.0$ V.

*a*) ¿Cuál es la carga en el capacitor cuando $t = 0$? ¿Y cuando $t = 0.0010$ s? ¿Y cuando $t = 0.0020$ s?

*b*) ¿Cuál es el valor final de la carga?

*c*) ¿Cuál es la rapidez de aumento de la carga cuando $t = 0$?

## Respuestas a las revisiones

### Revisión 28.1

1. La energía se disipa como calor en el alambre.
2. No, los electrones atraviesan la batería en dirección contraria a la corriente (de la terminal + a la terminal −), por lo que ganan energía potencial.
3. (A) La misma energía. Una batería tiene cierta cantidad de energía química almacenada; en el ejemplo 1, la cantidad es 5 400 J. Si la corriente aumenta al doble quiere decir que la batería suministrará la misma energía en la mitad del tiempo.
4. La energía es química en la batería; el capacitor (dos conductores con cargas opuestas) almacena energía potencial eléctrica en forma de arreglo de cargas.
5. (B) Fuerza electromotriz. Los dos arreglos almacenan la misma energía total de las dos baterías, en forma de energía química. Para las baterías conectadas en serie, la energía potencial de una carga aumenta para cada batería que atraviesa (como en el caso de las celdas de un acumulador de automóvil), mientras que para el arreglo en paralelo, una carga puede atravesar sólo una u otra batería. Así, la fem del arreglo en serie es el doble del par en paralelo.

### Revisión 28.2

1. Las baterías, tanto cargadas como descargadas, tienen carga neta cero. Lo que es diferente es el arreglo de las cargas, y por consiguiente la energía almacenada del sistema.
2. Una batería almacena energía en forma de arreglo y tipo de enlaces químicos; es decir, en forma de energía química.
3. Como una batería, el combustible de una celda de combustible, almacena energía por el arreglo y el tipo de enlaces químicos; es decir, en forma de energía química.

### Revisión 28.3

1. Al aumentar al doble la fem de cada batería aumentará al doble cada corriente en el circuito, porque la corriente tiene una relación lineal con la fem (ley de Ohm, $I = \mathcal{E}/R$). De igual modo, si después de aumentar al doble la fem se aumentan al doble todas las resistencias, las corrientes regresarán a sus valores originales, porque la corriente es inversamente proporcional a la resistencia.

2. Al invertir los potenciales de las baterías también se invertirán todas las direcciones en el circuito, pero no cambiarán las magnitudes de las corrientes. Si se invierten todos o algunos de los resistores no cambia nada, porque siguen ofreciendo la misma oposición al flujo de la corriente; la orientación de un resistor no importa.
3. Se pueden determinar las direcciones de la corriente si se tiene en cuenta la regla de voltaje de Kirchhoff para las mallas derecha y externa. Para las tres mallas de la derecha se ve que la corriente debe pasar hacia abajo, por el resistor central en cada circuito. Partiendo de las fuentes de fem de la malla externa, se ve que en el primero y segundo circuitos las corrientes en torno al perímetro deben tener dirección contraria a la de las manecillas del reloj. En el tercer circuito, los potenciales balanceados dan como resultado corriente cero en el resistor inferior; eso implica que la corriente hacia abajo por el resistor central debe regresar hacia arriba, por la fuente de fem de la derecha.
4. (C) Mucho menos que $\mathcal{E}$. Como la misma corriente $I$ pasa por la resistencia interna y el alambre, y como $R_i$ es mucho mayor que $R$, el voltaje entre terminales $IR$ será mucho menor que la caída de voltaje $IR_i$ a través de la resistencia interna.

## Revisión 28.4

1. En la figura 28.16 se ve que bastan tres mallas cerradas para que todas las partes del circuito estén incluidas por lo menos en una de las mallas. Sin embargo, basta con cualquiera de esas tres mallas; no es necesario seleccionar las tres que se muestran. También se ve que se pueden identificar cinco corrientes separadas; esto es, son cinco incógnitas. Como hay tres ecuaciones de voltaje, se necesitan dos ecuaciones más; así, deben evaluarse dos de los tres nodos.
2. Para ese circuito, bastan dos mallas cualesquiera para incluir todas las partes del circuito.
3. (A) $-I_3R_3 - I_1R_1 + \mathcal{E}_1 = 0$. Se comienza en el punto $A$ y se avanza en sentido de las manecillas del reloj, para pasar por $R_3$ y $R_1$ en la misma dirección que la elegida para cada corriente, y entonces cada una produce caída de voltaje y debe tener signo menos. Al continuar, se pasa por la fuente de fem en dirección de avance (terminal − a +), así que el cambio de potencial es un aumento y se escribe como positivo.

## Revisión 28.5

1. Como $P = (\Delta V)^2/R$, al aumentar la resistencia al doble bajará la potencia a la mitad, y la razón de producción de calor será 0.2 W.
2. Al aumentar al doble cada fem aumentará la razón de producción de calor de Joule en un factor de 4, porque la potencia es $P = (\Delta V)^2/R$.
3. La ciudad no consume carga ni corriente eléctrica; la carga atraviesa la ciudad y regresa a la planta generadora, y la corriente es el flujo de esa carga. La ciudad sí consume energía eléctrica; recibe la carga con una energía potencial alta y la regresa con baja energía potencial.
4. (E) $\frac{1}{9}$. La potencia que disipa un resistor, $P = (\Delta V)^2/R$, es proporcional al cuadrado del potencial a través del resistor. La fem total $\mathcal{E}$ aparece a través de cada uno de los resistores en paralelo, de la figura 28.21*a*, pero para los tres resistores en serie de la figura 28.21*b*, la diferencia de potencial a través de cada uno sólo es $\frac{1}{3}\mathcal{E}$. Entonces, la potencia por resistor en la figura 28.21*b* es $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ de la figura 28.21*a*.

## Revisión 28.6

1. Un amperímetro tiene baja resistencia interna y mide la corriente que pasa por él con (idealmente) cero caída de voltaje; un voltímetro tiene una resistencia interna muy alta y mide la diferencia de potencial entre sus terminales sin (idealmente) tomar una corriente apreciable.
2. En la figura 28.23*c*, el amperímetro no está en serie con la resistencia, y entonces no mide la corriente que pasa por la resistencia (la corriente que se va a medir debe pasar por el amperímetro). En la figura 28.24*b*, el voltímetro no está conectado con las dos terminales del resistor, así que no medirá la diferencia de potencial a través del resistor (la diferencia de potencial que se mide debe aplicarse a las terminales del voltímetro).
3. (A) Mayor. Como un amperímetro tiene baja resistencia interna, al conectarlo en paralelo con uno de los resistores, como en la figura 28.23*c*, bajará la resistencia total del circuito; casi toda la mayor corriente que resulta pasará por el amperímetro de baja resistencia.

## Revisión 28.7

1. El tiempo característico depende sólo del producto de los valores de $R$ y $C$, y no de la fem de la fuente de voltaje.
2. De acuerdo con la ecuación (28.37), la corriente inicial es $I = \mathcal{E}/R = (1.5\ \text{V})/(8.0 \times 10^3\ \Omega) = 1.9 \times 10^{-4}$ A, y la corriente final es cero, como el caso de la carga. El tiempo característico es $\tau = RC = 8.0 \times 10^3\ \Omega \times 2.0 \times 10^{-6}\ \text{F} = 1.6 \times 10^{-2}$ s.
3. (A) Menos que 63% de $C\mathcal{E}$. Al aumentar al doble la resistencia, a $2R$, aumenta al doble la constante de tiempo, por lo que ahora la carga tarda un tiempo $t = 2RC$ para llegar a ≈63% de su valor final. Así, a la mitad de este tiempo $t = RC$, la carga en el capacitor será apreciablemente menor que 63% de su valor final.