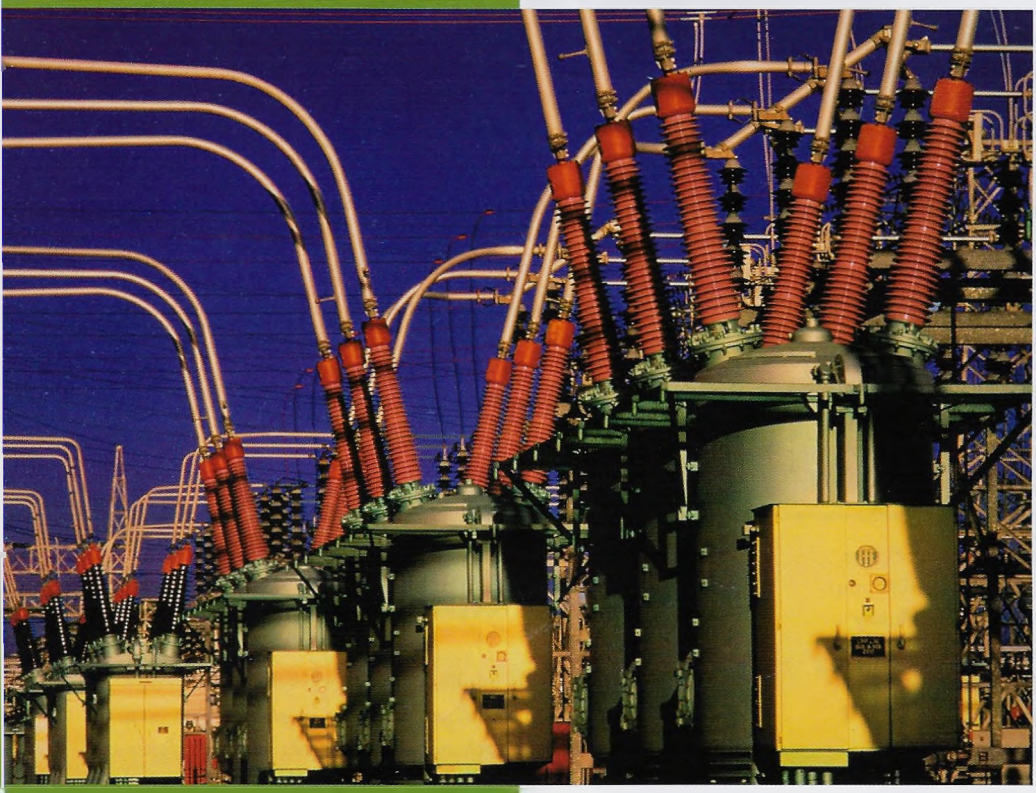
CAPÍTULO

32 Circuitos de corriente alterna



32.1 Circuito resistor

32.2 Circuito capacitor

32.3 Circuito inductor

32.4 Circuitos de oscilaciones libres *LC* y *RLC*

32.5 Circuitos en serie con fem alterna

32.6 El transformador

CONCEPTOS EN CONTEXTO

Conceptos en contexto

Las empresas de fuerza motriz prefieren corrientes alternas que corrientes directas debido a la facilidad con que es posible aumentar o disminuir las tensiones alternas mediante transformadores, como los que se muestran aquí. Los transformadores permiten aumentar a varios cientos de miles de voltios la salida de una planta de energía, transmitir la potencia a lo largo de una línea de alta tensión que minimiza las pérdidas por calentamiento Joule, y finalmente reducir la tensión a 230 voltios CA o 115 voltios CA al momento en que el consumidor los utilice en sistemas de iluminación y en aparatos.

A medida que se aprenda sobre circuitos CA, se considerarán cuestiones como las siguientes:

? Para la fem de "155 V CA" suministrada en las tomas de corriente domésticas normales, ¿cuáles son la fem máxima y mínima verdaderas? ¿Cuál es la relación entre la resistencia y la potencia media disipada en una lámpara (foco) o en algún otro dispositivo resistivo conectado a tales tomas de corriente? (Sección 32.1, páginas 1031 y 1033; Ejemplo 1, página 1034)

? ¿Cómo controla la energía suministrada a una lámpara un "reductor de luz"? (Ejemplo 5, página 1049)

? ¿Cómo un transformador aumenta o disminuye una fem alterna? ¿Y una corriente alterna? (Sección 32.6, página 1055 y Ejemplo 8, página 1056)

La corriente suministrada por las empresas de fuerza motriz a los hogares y a las fábricas es una corriente oscilatoria que depende del tiempo. Circula periódicamente de un lado a otro, en 60 ciclos por segundo. Esta corriente se denomina **alterna** o CA.

corriente alterna, o CA

En consecuencia, todos los aparatos conectados a tomas de corriente domésticas normales dependen de circuitos con corrientes oscilantes. Además, los aparatos electrónicos —radios, televisores, teléfonos celulares, computadoras— tienen que ver con una variedad de circuitos con corrientes oscilantes de alta frecuencia. Muchos de estos circuitos tienen una frecuencia de oscilación natural. Tales circuitos presentan el fenómeno de resonancia cuando la frecuencia natural equivale a la frecuencia de una señal aplicada al circuito. Por ejemplo, en algunos radios, la sintonización depende de un circuito oscilante cuya frecuencia de oscilación se ajusta por medio de un capacitor variable (conectado a la perilla o botón de sintonización) de modo que coincida con la frecuencia de la señal de radio.

En este capítulo se analizará cómo se comportan los resistores, los capacitores y los inductores en circuitos de corriente alterna (CA); es decir, en circuitos con corrientes oscilantes. Como se verá, el punto de partida para efectuar estos cálculos nuevamente es la ley de Kirchhoff.

32.1 CIRCUITO RESISTOR

Conceptos en contexto

En Estados Unidos de América, la fem alterna suministrada por las empresas de fuerza motriz a las tomas de corriente en hogares privados es una fem alterna con una amplitud $\mathcal{E}_{máx} = 163$ V y una frecuencia de 60 Hz. Las fórmulas matemáticas que describen esta fem alterna son semejantes a las que describen una partícula oscilatoria (véase la sección 15.1). La frecuencia angular es $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60$ radianes/s, y la dependencia de la fem con respecto al tiempo está dada por una función coseno

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \cos \omega t = 163 \text{ V} \times \cos(2\pi \times 60\, t) \tag{32.1}$$

La frecuencia angular $\omega = 2\pi \times 60 \text{ s}^{-1}$ asegura la periodicidad correcta de la función coseno; cada vez que el tiempo t avanza 1/60 segundos, el argumento del coseno aumenta por 2π; es decir, un ciclo. En la figura 32.1 se muestra una gráfica de la fem

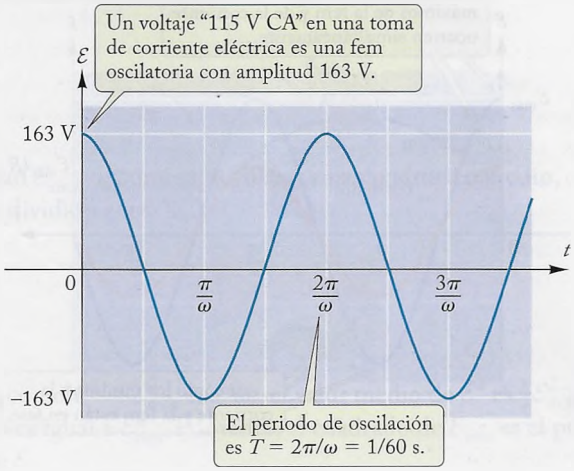


FIGURA 32.1 Fem suministrada por una toma de corriente como una función del tiempo.

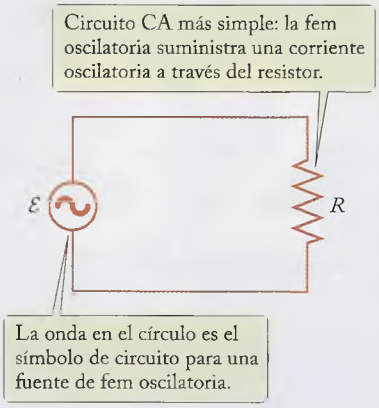


FIGURA 32.2 Resistor conectado a una fuente de fem alterna.

como una función del tiempo. Este tipo de voltaje suele denominarse "115 volts CA" por razones que serán explicadas en breve. En muchos países europeos, la amplitud del voltaje CA suministrado a las tomas de corriente domésticas es el doble; se denomina "230 volts CA". Es probable que un aparato diseñado para trabajar a 115 V se sobrecaliente y queme si se conecta a 230 V CA. Para evitar esto, las clavijas de contacto para aparatos de 115 V y para 230 V tienen formas distintas, de modo que no puedan enchufarse en el tipo erróneo de toma de corriente.

El circuito CA más simple posible consta de un resistor puro conectado a una fuente oscilatoria de fem. En el diagrama de circuito (véase la figura 32.2), la fuente oscilatoria de fem se simboliza por una línea ondulada encerrada en un círculo. Este circuito podría representar un calentador eléctrico o una lámpara incandescente conectada a una toma de corriente normal de pared (véase la figura 32.3).

Según la ley de Kirchhoff, la suma de las fems y de los cambios de potencial en los resistores alrededor de cualquier circuito debe ser cero. Aunque esta ley se desarrolla primero para circuitos CD, es igualmente válida para circuitos CA. Para el circuito que se muestra en la figura 32.2, se establece que, en cualquier instante,

$$\mathcal{E} - IR = 0 \tag{32.2}$$

de lo que se encuentra

corriente en un resistor

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}} \cos \omega t}{R} \tag{32.3}$$

Así, *la corriente oscila a la misma frecuencia ω que la fem*, pero mientras la amplitud de la fem es $\mathcal{E}_{\text{máx}}$, la amplitud de la corriente es $\mathcal{E}_{\text{máx}}/R$. En la figura 32.4 se comparan gráficas de la fem y la corriente. Los máximos y los mínimos de la corriente y la fem ocurren simultáneamente, y se dice que la corriente está en **fase** con la fem.

La potencia eléctrica instantánea disipada en el resistor es el producto de la corriente instantánea y la fem, así como en el caso del circuito CD [véase la ecuación (28.22)]:

$$P = \mathcal{E}I = \mathcal{E}_{\text{máx}} \cos \omega t \times \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}} \cos \omega t}{R} = \frac{\mathcal{E}^2_{\text{máx}} \cos^2 \omega t}{R} \tag{32.4}$$

Aunque tanto la corriente como la fem son negativas durante una mitad de cada ciclo, la potencia siempre es positiva, ya que la fem y la corriente se vuelven negativas simultáneamente (la fem y la corriente están en fase), de modo que su producto siempre es

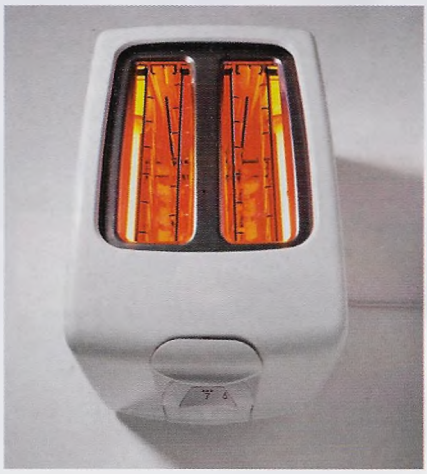


FIGURA 32.3 El alambre resistivo en este tostador de pan se vuelve rojo vivo cuando se conecta a una toma de corriente, o una fuente de fem.

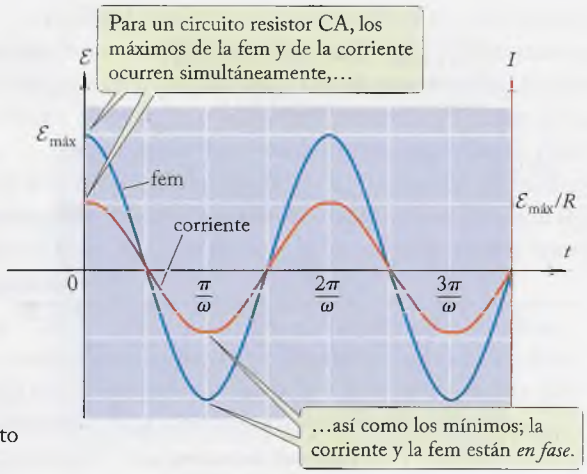


FIGURA 32.4 La fem (azul) y la corriente (rojo) en el circuito resistor como una función del tiempo.

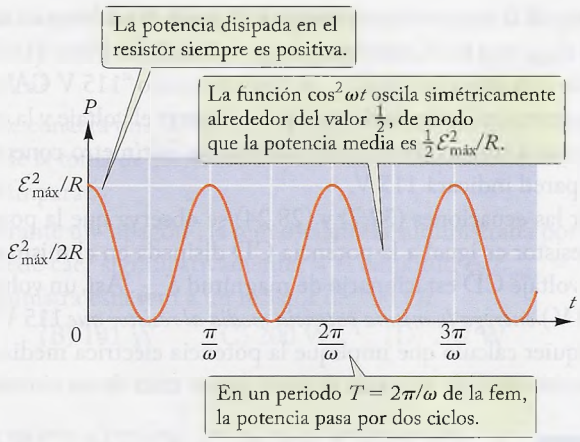


FIGURA 32.5 Potencia instantánea disipada en el resistor como una función del tiempo. Se observa que la frecuencia de oscilación de la potencia es el doble que para la fem.

positivo. Según la ecuación (32.4), la potencia oscila entre cero y un valor máximo de $\mathcal{E}^2_{\text{máx}}/R$. La figura 32.5 es una gráfica de estas oscilaciones.

Para la operación de la mayor parte de los aparatos que implican resistores, como calentadores eléctricos o lámparas, las oscilaciones de la potencia son irrelevantes. Sólo importa la **potencia media** disipada por el resistor, que indica la cantidad media de calor o luz que producen el calentador o las lámparas. Esta potencia media puede obtenerse promediando la cantidad $\cos^2\omega t$ en la ecuación (32.4) durante un ciclo de oscilación. Para evaluar esta cantidad, se observa que el promedio de $\cos^2\omega t$ es el mismo que el promedio del $\text{sen}^2\omega t$, ya que estas dos cantidades tienen el mismo número de ascensos y descensos en un ciclo. En consecuencia, utilizando barras superiores para indicar los promedios, se tiene

$$\overline{\cos^2\omega t} = \tfrac{1}{2}(\overline{\cos^2\omega t} + \overline{\cos^2\omega t}) = \tfrac{1}{2}(\overline{\cos^2\omega t} + \overline{\text{sen}^2\omega t}) \tag{32.5}$$

Pero $\cos^2\omega t + \text{sen}^2\omega t = 1$, y entonces la ecuación (32.5) indica que $\overline{\cos^2\omega t} = \frac{1}{2}$. Este hecho también resulta evidente a partir de la figura 32.5, donde se observa que $\cos^2\omega t$ oscila simétricamente alrededor del valor $\frac{1}{2}$. Entonces, la potencia media es

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{E}^2_{\text{máx}}}{2R} \tag{32.6}$$

Conceptos en contexto

Lo anterior suele escribirse en la forma

$$\bar{P} = \frac{\mathcal{E}^2_{\text{rms}}}{R} \tag{32.7}$$

potencia disipada por el resistor

donde la cantidad $\mathcal{E}_{\text{rms}}$, denominado **voltaje raíz cuadrático medio**, o voltaje rms, es el voltaje máximo dividido entre $\sqrt{2}$:

$$\mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \tag{32.8}$$

voltaje raíz cuadrático medio

Se observa que, como $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}^2_{\text{máx}}\cos^2\omega t$, el valor medio de $\mathcal{E}^2$ es $\frac{1}{2}\mathcal{E}^2_{\text{máx}}$ y, según la ecuación (32.8), esto es igual a $\mathcal{E}^2_{\text{rms}}$. Por tanto, el cuadrado de $\mathcal{E}_{\text{rms}}$ es el promedio, o media, del cuadrado de $\mathcal{E}$.

En la práctica de la ingeniería, un voltaje CA suele describirse en términos de $\mathcal{E}_{rms}$. Por ejemplo, si $\mathcal{E}_{máx} = 163$ V, entonces $\mathcal{E}_{rms} = 163/\sqrt{2}$ V = 115 V. Por tanto, un voltaje oscilatorio con este valor de $\mathcal{E}_{máx}$ se describe como "115 V CA". Los voltímetros y amperímetros normales están calibrados para mostrar el voltaje y la corriente eficaces cuando se conectan a un circuito CA. Entonces, un voltímetro conectado a una toma de corriente de pared indicará 115 V.

Al comparar las ecuaciones (32.7) y (28.24) se observa que la potencia media CA disipada en el resistor es igual a la potencia CD disipada en el mismo resistor cuando se conecta a un voltaje CD estacionario de magnitud $\mathcal{E}_{rms}$. Así, un voltaje de 115 V CA (*con* $\mathcal{E}_{máx} = 163$ V) *entrega la misma potencia media al resistor que* 115 V *CD*. Esto significa que en cualquier cálculo que implique la potencia eléctrica media disipada por los resistores en ese circuito CA, se puede deducir que se trata de un circuito de 115 V CD.

Conceptos en contexto

EJEMPLO 1 La potencia nominal de una lámpara incandescente de 115 V CA es 150 W. ¿Cuál es la resistencia de esta lámpara (cuando está a su temperatura de operación)?

SOLUCIÓN: Se tiene $\mathcal{E}_{rms} = 115$ V y $\bar{P} = 150$ W. Por tanto, con la ecuación (32.7) se obtiene

$$R = \frac{\mathcal{E}_{rms}^2}{\bar{P}} = \frac{(115\text{ V})^2}{150\text{ W}} = 88\ \Omega \tag{32.9}$$

Cuando varios aparatos se conectan en la misma toma de corriente en una casa, o en diferentes tomas de corriente que forman parte del mismo circuito en una casa, todos los aparatos están conectados en paralelo a través de la fem suministrada de 115 V CA. En tomas de corriente normales de pared para clavijas de contacto con tres orificios, como el que se ilustra en la figura 32.6, la ranura más pequeña está al potencial de 115 V CA, la más grande está a un potencial de cero y el orificio redondo también está al potencial cero. Las dos ranuras planas están conectadas a los dos alambres provenientes de la central de electricidad, y cuando el aparato se enchufa a la toma de corriente, la corriente circula hacia el aparato a través de una ranura y hacia fuera por la otra. El orificio circular está conectado a tierra, normalmente por medio de una placa para conexión a tierra o una barra enterrada fuera de la casa. En circunstancias normales, este orificio no conduce corriente. Entra en juego sólo cuando hay una falla en el aislamiento eléctrico del aparato; así, la ranura a tierra permite que las corrientes que se fugan circulen hacia tierra (en vez de hacerlo a través del cuerpo humano).

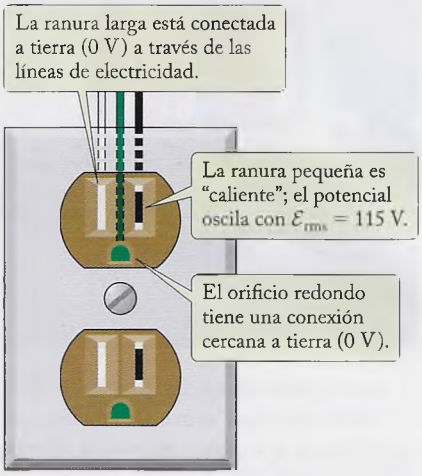


FIGURA 32.6 Toma de corriente normal para clavijas de contacto con tres orificios.

Se observa que los potenciales indicados en la figura 32.6 son potenciales de circuito abierto; es decir, son los potenciales existentes antes de que un aparato se conecte a la toma de corriente. Cuando un aparato que extrae una corriente bastante fuerte, como un calentador eléctrico o un aire acondicionado, se conecta a la toma de corriente, el potencial en la ranura plana pequeña puede disminuir varios volts, y el potencial en la ranura plana grande puede aumentar en la misma cantidad. Estos cambios en el potencial se deben a la resistencia de los alambres que conectan las tomas de corriente con la central de electricidad. Los alambres y los aparatos constituyen un circuito en serie, y la caída de potencial total de 115 V proporcionada por la central de electricidad se distribuye entre estos alambres y el aparato en proporción directa a sus resistencias, como requiere la ley de Ohm.

✔ Revisión 32.1

PREGUNTA 1: En Europa, las tomas de corriente entregan energía eléctrica a 230 V CA. ¿Cuál es $\mathcal{E}_{máx}$?

PREGUNTA 2: Una lámpara se conecta a una toma de corriente de CA que opera a 60 Hz. ¿Cuántos mínimos y cuántos máximos por segundo hay en la corriente eléctrica? ¿Y en la potencia eléctrica?

PREGUNTA 3: Si se conecta una lámpara, mediante dos alambres, a la ranura grande y al orificio redondo de la toma de corriente de pared normal que se ilustra en la figura 32.6. ¿Se enciende la lámpara?

PREGUNTA 4: Durante un "apagón", la fem oscilatoria suministrada por las empresas de fuerza motriz puede caer significativamente; si la amplitud es $\mathcal{E}_{\text{máx}} = 141$ V, ¿qué potencia media suministra esta fem a un resistor de 100 Ω?

(A) 100 W (B) 141 W (C) 200 W (D) 282 W

32.2 CIRCUITO CAPACITOR

Un capacitor conectado a una fuente alterna de fem se comporta de manera muy distinta a uno conectado a una fuente constante de fem, como una batería. Cuando el capacitor se conecta a la batería, hay una onda inicial, breve, de corriente que carga el capacitor. La corriente deposita carga positiva sobre una placa del capacitor y carga negativa en la otra, por lo que aumenta el voltaje a través del capacitor. Pero una vez que el voltaje a través del capacitor cargado corresponde con la fem, ya no circula ninguna corriente, y a partir de entonces el capacitor permanece en equilibrio.

En contraste, cuando un capacitor se conecta a una fuente alterna de fem, la corriente empieza a depositar cargas positivas en una placa y cargas negativas en la otra. Pero medio ciclo después la fem se invierte, así como la corriente. Entonces, la corriente elimina las cargas que depositó anteriormente y comienza a depositar cargas invertidas sobre las placas. Esta inversión de la corriente y de las cargas se repite cada medio ciclo. La corriente circula de un lado a otro a lo largo de los alambres desde la fem hasta las placas, y los signos de las cargas sobre las placas alternan con la misma frecuencia que la fem. Se observa que el capacitor permite esta circulación de un lado a otro de la corriente sobre los alambres conectados a sus placas, aun cuando ninguna corriente pueda cruzar el espacio que hay entre las placas.

En la figura 32.7 se muestra el diagrama de circuito para un capacitor conectado a la fuente oscilatoria de fem. Cuando la carga instantánea del capacitor es Q, el voltaje instantáneo a través del capacitor es Q/C, y entonces con la ley de Kirchhoff se obtiene

$$\mathcal{E} - \frac{Q}{C} = 0 \tag{32.10}$$

Con la expresión (32.1) para $\mathcal{E}$ dependiente del tiempo, se obtiene

$$Q = C\mathcal{E} = C\mathcal{E}_{\text{máx}} \cos \omega t \tag{32.11}$$

Se observa que las cargas sobre las placas del capacitor oscilan entre un valor positivo $C\mathcal{E}_{\text{máx}}$ y un valor negativo $-C\mathcal{E}_{\text{máx}}$; es decir, las cargas sobre las placas se invierten cada medio ciclo, en fase con la fuente oscilatoria de fem. La corriente en el circuito es la razón de cambio de la carga $I = dQ/dt$. Esto significa que es necesario evaluar la razón de cambio de cos ωt:

$$\frac{d}{dt} \cos \omega t = -\omega \operatorname{sen} \omega t$$

Por tanto

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega C\mathcal{E}_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t \tag{32.12}$$

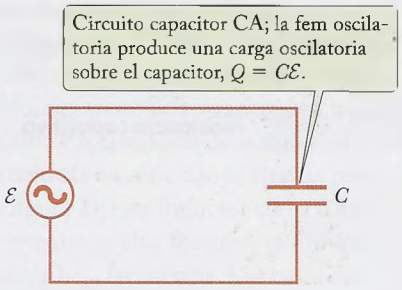


FIGURA 32.7 Capacitor conectado a una fuente de fem alterna.

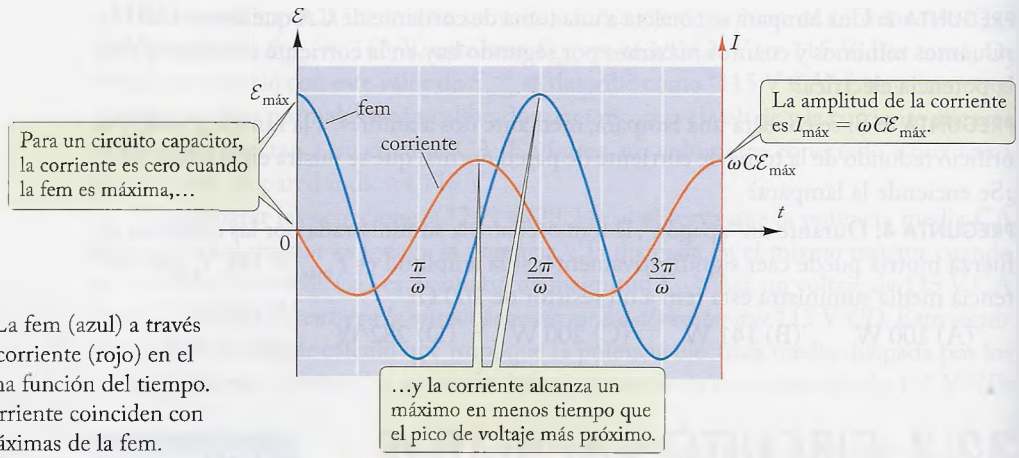


FIGURA 32.8 La fem (azul) a través del capacitor y la corriente (rojo) en el capacitor como una función del tiempo. Los ceros de la corriente coinciden con las magnitudes máximas de la fem.

Según esta ecuación, *la corriente oscila sinusoidalmente con una frecuencia ω y con una amplitud $\omega C\mathcal{E}_{máx}$*. En la figura 32.8 se muestran gráficas de la fem y la corriente. La ecuación (32.12) indica que la corriente tiene una magnitud mínima (0) cuando la magnitud de la fem es máxima ($\mathcal{E}_{máx}$) y que la corriente tiene una magnitud máxima ($\omega C\mathcal{E}_{máx}$) cuando la magnitud de la fem es mínima (0). Debido a lo anterior, se dice que la corriente y la fem están **fuera de fase** a 90°. Ya que la corriente en un circuito capacitivo alcanza un máximo en menos tiempo que el pico de voltaje más próximo, se dice que *la corriente se adelanta al voltaje* por 90°. El recurso mnemónico *ICE* (hielo) facilita recordar lo anterior: en un circuito capacitivo (C), la corriente I alcanza un máximo antes que el voltaje $\mathcal{E}$ (véase la figura 32.9). Es costumbre escribir la ecuación (32.12) como

corriente hacia el capacitor

$$I = -\frac{\mathcal{E}_{máx} \operatorname{sen} \omega t}{X_C} \tag{32.13}$$

donde

reactancia capacitiva

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{32.14}$$

se denomina **reactancia capacitiva** (o de capacidad). La cantidad X_C desempeña más o menos el mismo papel para un capacitor en un circuito CA como la resistencia R lo hace para un resistor [comparar las ecuaciones (32.3) y (32.13)]. Se observa, no obstante, que la reactancia depende no sólo de la capacitancia del capacitor, sino también de la frecuencia a que se opera el circuito, en tanto la resistencia de un resistor no depende de la frecuencia. La reactancia es grande si la frecuencia es baja y viceversa. La unidad de la reactancia es el ohm, así como para la resistencia.

Con base en la ecuación (32.12) o la ecuación (32.13) se observa que la corriente es pequeña si la frecuencia ω es baja. Esto era de esperarse, ya que significa que la respuesta del capacitor a una fem de baja frecuencia es casi la misma que su respuesta a una fem constante (CD). Como se vio en el análisis al principio de esta sección, para una fem constante, el capacitor bloquea el flujo de la corriente.

La potencia instantánea entregada al capacitor es, nuevamente, el producto de la corriente instantánea, ecuación (32.12), y la fem instantánea, ecuación (32.1):

$$P = \mathcal{E}I = -\omega C\mathcal{E}_{máx}^2 \cos \omega t \operatorname{sen} \omega t \tag{32.15}$$

FIGURA 32.9 La expresión mnemónica "*ICE*" para un circuito capacitor oscilante.

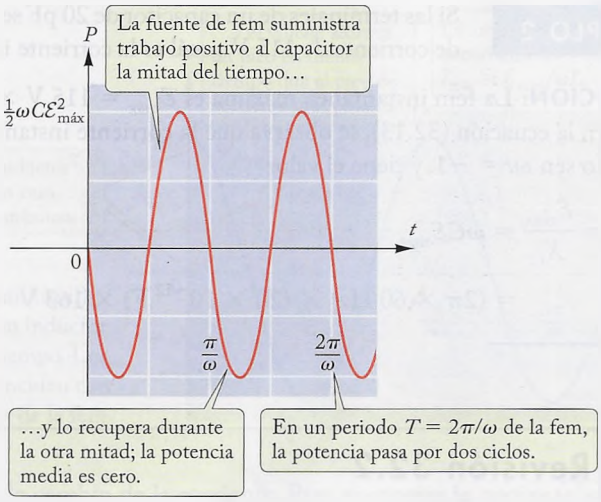


FIGURA 32.10 Potencia instantánea suministrada al capacitor como una función del tiempo.

La dependencia con respecto al tiempo de esta expresión está contenida en el factor cos ωt sen ωt. Según una identidad trigonométrica normal (véase el apéndice 3), esto es igual a $\frac{1}{2}$ sen $2\omega t$, que muestra que la potencia oscila a una frecuencia de 2ω. Pero la cuestión importante es que la potencia media entregada es cero: como se muestra en la figura 32.10, durante un ciclo, hay tanta potencia positiva como potencia negativa. La fuente de fem realiza trabajo sobre el capacitor durante partes del ciclo, pero el capacitor realiza trabajo sobre la fuente durante otras partes del ciclo, de modo que **la potencia media es cero**. El capacitor ideal no consume energía, ya que carece de medios para disipar energía eléctrica: sólo puede almacenar y devolver carga.

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA — CIRCUITOS DE FILTRO DE FRECUENCIA

El bloqueo selectivo de corrientes de baja frecuencia por un capacitor se aprovecha en sistemas de bocinas estereofónicas. Para asegurar que las ondas sonoras se difracten y expandan para llenar un recinto, los sistemas de bocinas dirigen señales de alta frecuencia hacia bocinas pequeñas ("tweeters", altavoces para altas frecuencias); entretanto, para obtener amplitudes idóneas, se dirigen señales de baja frecuencia hacia bocinas grandes ("woofers", altavoces para bajas frecuencias). Para lograr lo anterior, un capacitor se conecta en serie con el altavoz para altas frecuencias (véase la figura 1). El capacitor tiene una gran resistencia efectiva (una gran reactancia) cuando la frecuencia es baja. Así, el capacitor actúa como un filtro que bloquea corrientes de baja frecuencia aunque permite el paso de corrientes de alta frecuencia. Como se verá en la siguiente sección, el efecto de un inductor es el efecto opuesto al de un capacitor. El inductor tiene una gran resistencia efectiva si la frecuencia es alta. En el sistema de bocinas estereofónicas, un inductor se conecta en serie con el altavoz para bajas frecuencias (véase la figura 2); este inductor actúa como un filtro que bloquea corrientes a alta frecuencia aunque permite el paso de corrientes a baja frecuencia. Las combinaciones de capacitores e inductores se utilizan en muchos otros tipos de circuitos electrónicos que filtran frecuencias.

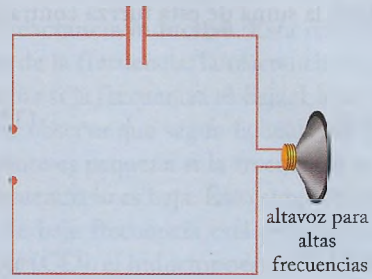


FIGURA 1 Capacitor conectado en serie con el altavoz para altas frecuencias.

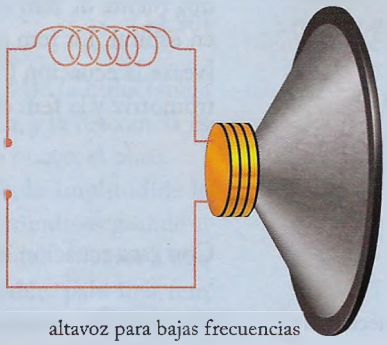


FIGURA 2 Inductor conectado en serie con el altavoz para bajas frecuencias.

EJEMPLO 2 Si las terminales de un capacitor de 20 pF se conectan a una toma de corriente de 115 V, ¿cuál es la corriente instantánea máxima?

SOLUCIÓN: La fem instantánea máxima es $\mathcal{E}_{máx} = 115\ \text{V} \times \sqrt{2} = 163\ \text{V}$. Con base en la ecuación (32.13), se observa que la corriente instantánea máxima ocurre cuando sen $\omega t = -1$, y tiene el valor

$$I_{máx} = \frac{\mathcal{E}_{máx}}{X_C} = \omega C \mathcal{E}_{máx}$$

$$= (2\pi \times 60\ \text{Hz}) \times (20 \times 10^{-12}\ \text{F}) \times 163\ \text{V} = 1.2 \times 10^{-6}\ \text{A}$$

Revisión 32.2

PREGUNTA 1: Un capacitor conectado a una CA, ¿cumple la ley de Ohm?

PREGUNTA 2: Para un capacitor con la fem y la corriente que se muestran en la figura 32.8, se requiere elaborar una gráfica de la energía eléctrica en el capacitor como una función del tiempo. En $t = 0$, la energía ¿es máxima o mínima?

PREGUNTA 3: Un capacitor tiene una reactancia capacitiva de $10^9\ \Omega$ a 60 Hz. ¿Cuál es la reactancia a 600 Hz? ¿Y a 6 000 Hz?

PREGUNTA 4: Según la ecuación (32.12), la corriente en el circuito capacitor se vuelve muy pequeña si la frecuencia es baja. ¿Cómo es posible este hecho?

PREGUNTA 5: Supóngase que un capacitor se enchufa primero en una toma de corriente de 60 Hz, 115 V de corriente. Si se mueve el capacitor a 60 Hz, 230 V, ¿por qué factor está relacionada la amplitud de la nueva corriente con la de la corriente anterior? ¿Mediante qué factor está relacionada la nueva potencia máxima con la anterior?

(A) 1, 4 (B) 1, 2 (C) 2, 4 (D) 2, 2 (E) 2, 1

32.3 CIRCUITO INDUCTOR

Un inductor ideal es una bobina de alambre sin resistencia. Así, es de esperar que cuando esta bobina se conecta a una fuente de fem, circule una gran corriente, ya que no hay resistencia que se oponga a la corriente. Sin embargo, para una fem alterna, la corriente en el inductor está limitada por la autoinductancia. Como se sabe por la sección 31.4, cualquier incremento de la corriente en el inductor genera una fuerza contraelectromotriz, que se opone al incremento en la corriente.

En la figura 32.11 se muestra el diagrama de circuito para un inductor conectado a una fuente de fem alterna. En este diagrama, el inductor está representado por la línea en espiral. La fem inducida en el inductor, o fuerza contraelectromotriz, es $-L\,dI/dt$ [véase la ecuación (31.21)]. Por la ley de Kirchhoff, la suma de esta fuerza contraelectromotriz y la fem de la fuente debe ser cero:

$$\mathcal{E} - L\frac{dI}{dt} = 0 \tag{32.16}$$

Con esta ecuación se obtiene

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{\mathcal{E}_{máx}\cos\omega t}{L} \tag{32.17}$$

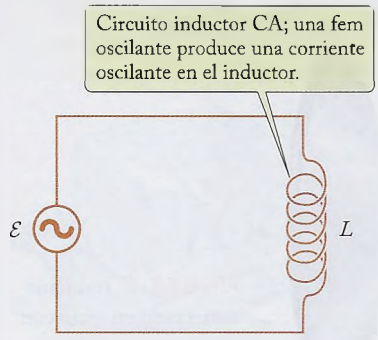


FIGURA 32.11 Inductor conectado a una fuente de fem alterna.

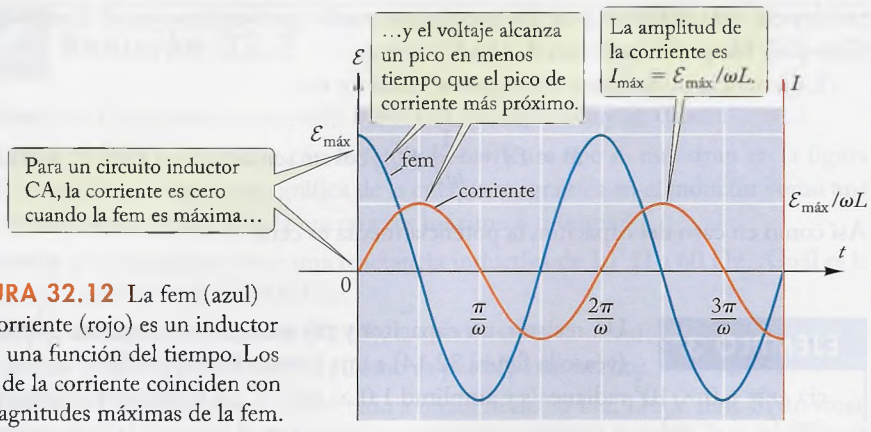


FIGURA 32.12 La fem (azul) y la corriente (rojo) es un inductor como una función del tiempo. Los ceros de la corriente coinciden con las magnitudes máximas de la fem.

Esto indica la razón de cambio de la corriente. Para encontrar la corriente, se observa que $\omega \cos \omega t$ es la razón de cambio de sen ωt:

$$\frac{d}{dt} \operatorname{sen} \omega t = \omega \cos \omega t$$

Así, la cantidad cos ωt que aparece en la ecuación (32.17) es la razón de cambio de $(1/\omega)$ sen ωt. Pero si las razones de cambio de dos cantidades son iguales, entonces las cantidades sólo pueden diferir por una constante. Una corriente constante es consistente con la ecuación (32.16), aunque no persiste si en el circuito hay alguna resistencia (pequeña). Si se ignora cualquier corriente constante, se encuentra que la corriente oscilante debe ser

$$I = \frac{\mathcal{E}_{máx} \operatorname{sen} \omega t}{\omega L} \tag{32.18}$$

La corriente oscila sinusoidalmente con una frecuencia ω y una amplitud $\mathcal{E}_{máx}/\omega L$. En la figura 32.12 se proporcionan gráficas de la corriente y la fem. De nuevo, al comparar estas dos gráficas se observa que la corriente está 90° fuera de fase con la fem: la corriente tiene magnitud mínima cuando la magnitud de la fem es máxima. Debido a que el voltaje en un circuito inductivo alcanza su pico antes del tiempo del pico de corriente más próximo, se dice que *el voltaje se adelanta a la corriente* por 90°. El recurso mnemónico $\mathcal{E}LI$ (Eli) facilita recordar lo anterior: en un circuito inductivo (L), el voltaje $\mathcal{E}$ llega a su pico antes que la corriente I (figura 32.13).

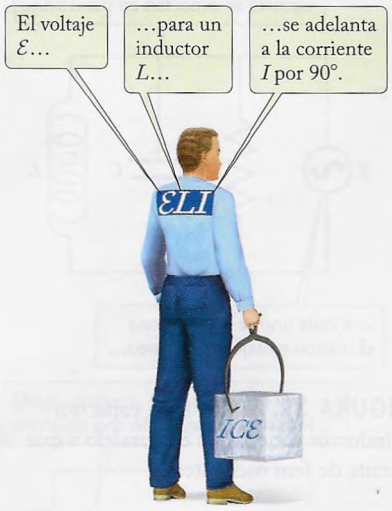


FIGURA 32.13 El recurso mnemónico "*ELI*, el hombre de hielo" para circuitos inductor y capacitor oscilantes.

La ecuación (32.18) puede escribirse como

corriente en un inductor

$$I = \frac{\mathcal{E}_{máx} \operatorname{sen} \omega t}{X_L} \tag{32.19}$$

donde

reactancia inductiva

$$X_L = \omega L \tag{32.20}$$

es la **reactancia inductiva**. Esta reactancia inductiva depende tanto de la inductancia como de la frecuencia: la reactancia es grande si la frecuencia es alta, y la reactancia es pequeña si la frecuencia es baja. La unidad de esta reactancia es, de nuevo, el ohm.

Se observa que según la ecuación (32.18) o la ecuación (32.19), la amplitud de la corriente es pequeña si la frecuencia es alta, y la amplitud de la corriente es grande si la frecuencia ω es baja. Esto simplemente significa que la respuesta del inductor a una fem de baja frecuencia está próxima a su respuesta a una fem estable: para una fem estable (CD), el inductor permite una corriente muy grande, ya que carece de resistencia. Como se mencionó en la sección La física en la práctica: Circuitos de filtro de

frecuencia, esta propiedad de los inductores puede aprovecharse en el diseño de un filtro para bloquear corrientes de alta frecuencia.

La potencia instantánea entregada al inductor es

$$P = \mathcal{E}I = \frac{1}{\omega L}\mathcal{E}_{\text{máx}}^2 \cos\omega t \operatorname{sen}\omega t \tag{32.21}$$

Así como en caso del capacitor, la potencia media es cero.

EJEMPLO 3 Un resistor, un capacitor y un inductor se conectan en paralelo (véase la figura 32.14) a una fuente de fem oscilante de frecuencia $\omega = 6.0 \times 10^3$ radianes/s y amplitud 1.0×10^{-3} V. La resistencia del resistor es 200 Ω. *a*) ¿Cuál es la corriente instantánea máxima en el resistor? *b*) Si se quiere que las corrientes instantáneas máximas en el capacitor y en el inductor sean iguales a las del resistor, ¿qué valores de la capacitancia y de la inductancia deben seleccionarse?

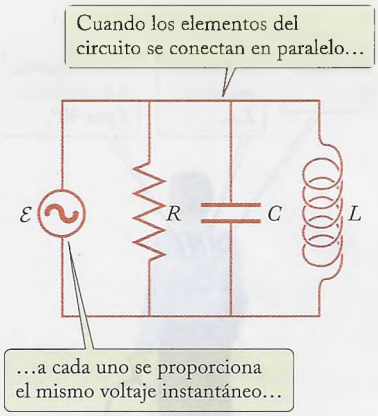


FIGURA 32.14 Resistor, capacitor e inductor conectados en paralelo a una fuente de fem oscilante.

SOLUCIÓN: *a*) En una conexión en paralelo, la fuente de fem suministra el mismo voltaje a través de cada uno de los elementos del circuito. Así, el voltaje instantáneo máximo por el resistor es 1.0×10^{-3} V, y la corriente instantánea máxima en el resistor es, por la ecuación (32.3),

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{R} = \frac{1.0 \times 10^{-3}\ \text{V}}{200\ \Omega} = 5.0 \times 10^{-6}\ \text{A}$$

b) Según las ecuaciones (32.13) y (32.19), si las corrientes instantáneas máximas en el capacitor y en el inductor deben corresponder a las del resistor, sus reactancias deben ser iguales a la de la resistencia:

$$X_C = X_L = 200\ \Omega$$

Así,

$$\frac{1}{\omega C} = 200\ \Omega \qquad \text{y} \qquad \omega L = 200\ \Omega$$

con lo que se obtiene

$$C = \frac{1}{6.0 \times 10^3\ \text{s}^{-1} \times 200\ \Omega} = 8.3 \times 10^{-7}\ \text{F}$$

y

$$L = \frac{200\ \Omega}{6.0 \times 10^3\ \text{s}^{-1}} = 3.3 \times 10^{-2}\ \text{H}$$

COMENTARIOS: Se observa que con esta elección de C y L, las corrientes máximas sólo son iguales a la frecuencia de 6.0×10^3 radianes/s. A cualquier otra frecuencia, esta elección de C y L no proporciona corrientes máximas iguales. Se observa también que las corrientes son iguales en amplitud cuando $X_L = X_C$, están 180° fuera de fase (la corriente en el capacitor se adelanta a la fem por 90° y la corriente en el inductor va retrasada 90° con respecto a la fem), de modo que la corriente instantánea neta en estas dos ramas es cero y la corriente neta es la del resistor. En la sección 32.5 se analiza con más detalle un comportamiento relacionado.

Revisión 32.3

PREGUNTA 1: Un inductor conectado a una CA, ¿cumple la ley de Ohm?

PREGUNTA 2: Para un inductor con la fem y la corriente que se muestran en la figura 32.12, se requiere elaborar una gráfica de la energía magnética en el inductor como una función del tiempo. En $t = 0$, la energía ¿es máxima o mínima?

PREGUNTA 3: Un inductor tiene una reactancia inductiva de $10^9\ \Omega$ a 60 Hz. ¿Cuál es la reactancia a 600 Hz? ¿Y a 6 000 Hz?

PREGUNTA 4: Según la ecuación (32.18), la corriente en el circuito inductor se vuelve muy grande si la frecuencia es alta. ¿Cómo es posible este hecho?

PREGUNTA 5: Un inductor está conectado a una fem de 60 Hz, 115 V fem. Si un trozo de hierro se inserta en el conductor, de modo que el valor de la inductancia aumenta por un factor de 10, ¿por medio de qué factor está relacionada la nueva amplitud de la corriente con la anterior? ¿Por medio de qué factor está relacionada la reactancia inductiva nueva con la anterior?

(A) 10, 10 (B) 10, 100 (C) $\frac{1}{10}$, 1 (D) $\frac{1}{10}$, 10 (E) $\frac{1}{10}$, 100

32.4 CIRCUITOS DE OSCILACIONES LIBRES *LC* Y *RLC*

En esta sección se analizará el comportamiento de los circuitos cuando *no está presente ninguna fuente externa de fem alterna*. Ya se ha estudiado la así denominada respuesta libre o respuesta natural para los circuitos *RC* y *LC* (secciones 28.7 y 31.6, respectivamente); se encontró que una función exponencial continua, con un tiempo característico $\tau = RC$ o L/R describe la respuesta para condiciones iniciales dadas. En esta sección se consideran los circuitos *LC* y *RLC*; se encontrará que estos circuitos tienen una tendencia natural a oscilar.

Un circuito *LC* consta de un conductor ideal y de un capacitor ideal conectados en serie (véase la figura 32.15). El circuito *carece de fuente de fem*; no obstante, a través de este circuito circula una corriente en el supuesto de que el capacitor esté *cargado inicialmente*. Así, la carga en una placa es positiva inicialmente y la de la otra placa es negativa. Alrededor del circuito comienza a circular una corriente desde la placa positiva hacia la placa negativa. Si el circuito no tiene inductancia, la corriente sólo neutraliza las cargas en las placas; es decir, el capacitor se descarga, de modo que éste sería el fin de la corriente. Pero el inductor hace una diferencia: se opone inicialmente a la acumulación de carga, pero una vez que la corriente se ha establecido, el inductor la mantiene en circulación durante un tiempo extra. Por tanto, fluye *más* carga de la necesaria para la neutralización de una placa del capacitor a la otra, y se acumulan cargas invertidas en las placas del capacitor. Cuando la corriente se detiene finalmente, el capacitor está cargado nuevamente, con cargas invertidas. Y luego empieza a fluir una corriente invertida, y así sucesivamente. Por tanto, la carga se mueve de un lado a otro por el circuito; debido a que esta agitación es como la del agua en un tanque, algunas veces un circuito *LC* se denomina "circuito tanque". Si no hay resistencia, estas oscilaciones del circuito *LC* continúan por siempre.

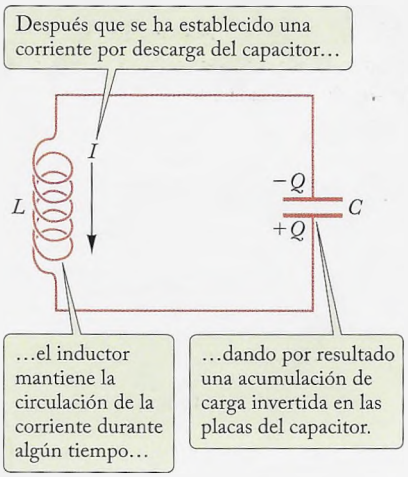


FIGURA 32.15 Inductor y capacitor conectados en serie.

El circuito *LC* es análogo al sistema masa-resorte de la sección 15.2. *El inductor es análogo a la masa: tiende a mantener constante la corriente y proporciona "inercia". El capacitor cargado es análogo al resorte estirado: tiende a acelerar la carga y proporciona una "fuerza de restitución".*

La ecuación de movimiento del circuito *LC* cumple la ley de Kirchhoff: la suma de las fems y las diferencias de voltaje a través del circuito debe ser cero. Si el circuito se

recorre en la dirección de la flecha en la figura 32.15, se encuentra que la fem inducida en el inductor (fuerza contraelectromotriz) es

$$-L\frac{dI}{dt}$$

y el voltaje a través del capacitor es

$$-Q/C$$

Por tanto

$$-L\frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \tag{32.22}$$

o bien, de manera equivalente,

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \tag{32.23}$$

Se observa que Q se identifica como positiva cuando la carga en la placa inferior es positiva, y que I se identifica como positiva cuando la carga en la placa inferior es creciente.

La ecuación (32.23) tiene exactamente la misma forma matemática que la ecuación de movimiento para el oscilador armónico simple [véase la ecuación (15.18)],

$$m\frac{dv}{dt} + kx = 0$$

Al comparar esto con la ecuación (32.23) se observa que Q desempeña el papel de x, mientras L sustituye a m, y $1/C$ remplaza a k. La corriente ($I = dQ/dt$) desempeña el papel de la velocidad ($v = dx/dt$). Por tanto, la solución de la ecuación (32.23) puede encontrarse al recordar la solución para el oscilador armónico simple [véase la ecuación (15.22)],

$$x = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$$

Con las sustituciones anteriores para x, m y k, de inmediato se obtiene

$$Q = Q_{\text{máx}}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\,t\right) \tag{32.24}$$

donde $Q_{\text{máx}}$ es la cantidad de carga sobre la placa positiva en el instante $t = 0$. De manera semejante, con base en la ecuación para el oscilador armónico simple,

$$v = \frac{dx}{dt} = -\sqrt{\frac{k}{m}}\,A\,\text{sen}\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$$

se encuentra que la corriente en el circuito LC debe ser

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_{\text{máx}}}{\sqrt{LC}}\,\text{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\,t\right) \tag{32.25}$$

Según las ecuaciones (32.24) y (32.25), la carga y la corriente oscilan con una frecuencia natural, denominada **frecuencia de resonancia** ω_0:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{32.26}$$

frecuencia de resonancia ω_0

La ecuación (32.25) también indica que la corriente oscila con amplitud

$$I_{\text{máx}} = \frac{Q_{\text{máx}}}{\sqrt{LC}} = \omega_0 Q_{\text{máx}}$$

La figura 32.16 es una gráfica de la carga y la corriente en un circuito *LC* que oscila según las ecuaciones (32.24) y (32.25).

La energía total almacenada en el circuito *LC* es la suma de las energías eléctrica y magnética [véanse las ecuaciones (26.27) y (31.26)]:

$$U = \frac{1}{2C}Q^2 + \frac{1}{2}LI^2 \tag{32.27}$$

Al sustituir Q de la ecuación (32.24) e I de la ecuación (32.25), puede verse que la energía total permanece constante, igual a la energía inicial almacenada en el capacitor, aunque la energía total oscila de un lado a otro entre energía eléctrica y energía magnética:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2C}Q_{\text{máx}}^2\cos^2\omega_0 t + \frac{1}{2}L\frac{Q_{\text{máx}}^2}{LC}\operatorname{sen}^2\omega_0 t \\ &= \frac{1}{2C}Q_{\text{máx}}^2(\cos^2\omega_0 t + \operatorname{sen}^2\omega_0 t) \\ &= \frac{1}{2C}Q_{\text{máx}}^2 \end{aligned} \tag{32.28}$$

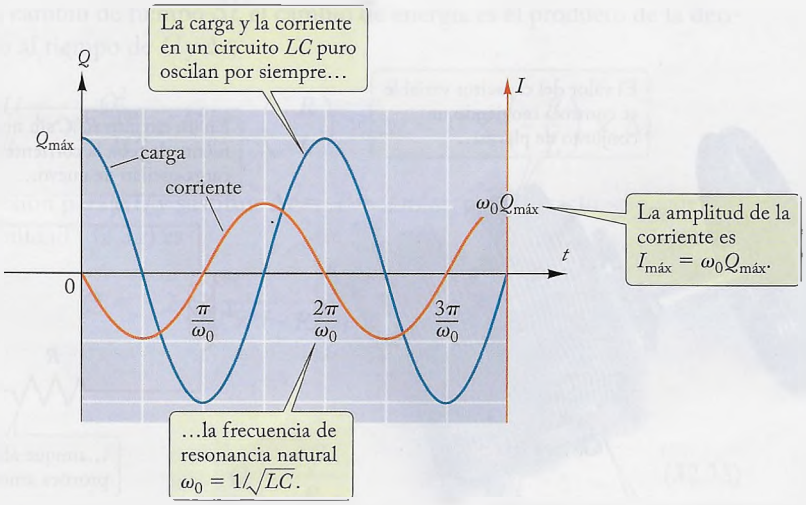


FIGURA 32.16 Carga (azul) sobre el capacitor, y corriente (rojo) en el inductor como una función del tiempo.

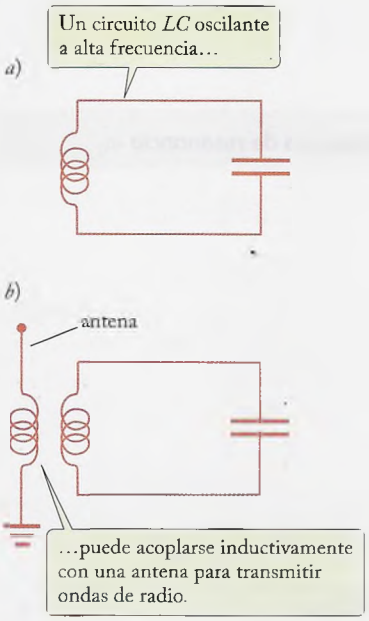


FIGURA 32.17 *a)* Un circuito *LC* en un radio. *b)* El circuito *LC* está acoplado con la antena por medio de la inductancia mutua de los dos inductores.

EJEMPLO 4 Un transmisor de radio primitivo, como los que se usaban en los primeros días de la "telegrafía inalámbrica", consta de un circuito *LC* que oscila a alta frecuencia (véase la figura 32.17*a*). El circuito está acoplado inductivamente con una antena (véase la figura 32.17*b*), de modo que la corriente oscilante en el circuito induce una corriente oscilante sobre la antena; la segunda corriente emite después ondas de radio (véase el capítulo 33). Si la inductancia en el circuito en la figura 32.17*a* es 20 μH, ¿qué capacitancia se requiere si se desea producir oscilaciones de una frecuencia igual a 1.5×10^6 Hz?

SOLUCIÓN: La frecuencia angular es $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \times 1.5 \times 10^6\ \text{s}^{-1}$. Por tanto, con base en la ecuación (32.26),

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 1.5 \times 10^6\ \text{s}^{-1})^2 \times 20 \times 10^{-6}\ \text{H}}$$

$$= 5.6 \times 10^{-10}\ \text{F} = 560\ \text{pF}$$

Un receptor de radio utiliza un circuito bastante semejante al de la figura 32.17*b* para detectar señales de radio que llegan a la antena. Cuando una onda de radio —que consta de campos magnético y eléctrico oscilantes— llega a la antena, hace que una corriente oscilante circule a lo largo de la antena, lo cual induce una corriente en el circuito *LC*. La corriente en el circuito se acumula hasta un valor relativamente grande si la frecuencia de la fuerza impulsora proporcionada por la antena es igual a la frecuencia natural del circuito. Para alcanzar esta condición de resonancia, la frecuencia natural del circuito debe sintonizarse con la frecuencia de la onda de radio, lo cual se hace ajustando el valor de la capacitancia. El capacitor en el circuito del radio es variable, y su capacitancia debe ser controlada con una perilla de sintonización (véase la figura 32.18). Cuando se manipula esta perilla se hace que uno de los conjuntos de placas del capacitor se mueva en forma paralela al otro, cambiando así la cantidad de traslape entre las placas y el área efectiva del capacitor.

Si se agrega un resistor a un circuito *LC* (de nuevo sin ninguna fem alterna externa), se obtiene el circuito *RLC* que se muestra en la figura 32.19. Este circuito puede analizarse rápidamente aplicando la ley del voltaje de Kirchhoff; basta sumar la caída de voltaje *IR* a través del resistor al resultado previo (31.23):

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0 \tag{32.29}$$

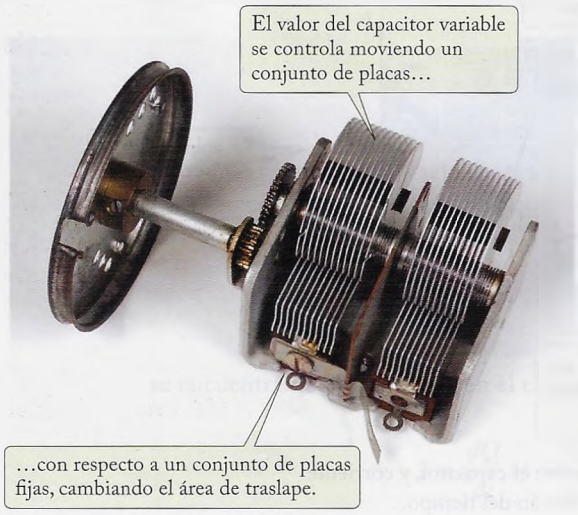


FIGURA 32.18 Capacitor ajustable para un radio. El capacitor consta de dos conjuntos de placas paralelas semicirculares. La perilla de sintonización controla la cantidad de traslape de las placas.

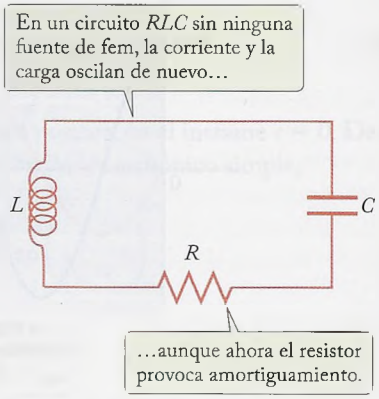


FIGURA 32.19 Resistor, inductor y capacitor conectados en serie.

Con $I = dQ/dt$, esta ecuación describe un **oscilador armónico amortiguado**. En este sistema, la carga y la corriente tienden a oscilar como lo hacen en un circuito *LC* de oscilaciones libres, aunque la frecuencia de las oscilaciones decrece con el tiempo, en forma equivalente al oscilador mecánico con fricción que se analizó en la sección 15.5. Para el circuito *RLC*, la disminución se debe a la "fricción" eléctrica: debido a que la corriente circula por el resistor, el calentamiento Joule resultante representa algo de pérdida de energía, o amortiguamiento, durante cada ciclo de oscilación. Si la resistencia es pequeña, estas pérdidas son pequeñas, y la amplitud de oscilación disminuye lentamente, como se muestra en la figura 32.20*a*; se dice que el circuito está *subamortiguado*. Si la resistencia es demasiado grande, la corriente cae a cero antes de que pueda ocurrir alguna oscilación, como en la figura 32.20*b*; se dice que el circuito está *sobreamortiguado* (véase la figura 32.20*b*). La ecuación (32.29) puede resolverse aplicando técnicas normales para ecuaciones diferenciales, pero no se hará aquí; sólo se analizará el comportamiento de la solución. La solución de la ecuación (32.29) es una función oscilante multiplicada por una función exponencial del tiempo que decae:

oscilador armónico amortiguado

$$Q = Q_{\text{máx}} e^{-Rt/2L} \cos \omega_d t \tag{32.30}$$

donde la frecuencia de las oscilaciones amortiguadas ω_d es algo menor que la frecuencia natural no amortiguada ω_0, y está dada por $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - R^2/4L^2}$. Para valores suficientemente pequeños de la resistencia R (caso no amortiguado), la frecuencia de oscilación ω_d es casi igual a la frecuencia natural $\omega_d \approx \omega_0$. Éste es el caso que se muestra en la figura 32.20*a*.

Como se mencionó en la sección 15.5, el **factor de calidad**, o Q, es una medida de cuán libremente oscila un sistema, y está definido por

$$Q = -2\pi \frac{U}{\Delta U} \tag{32.31}$$

donde U es la energía almacenada y ΔU es el cambio en energía por ciclo. Inicialmente, la energía eléctrica almacenada es $Q_{\text{máx}}^2/2C$. Por la ecuación (32.30), la energía eléctrica al cabo de un tiempo t tiene una amplitud

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C}(e^{-Rt/2L})^2 = \frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C} e^{-Rt/L} \tag{32.32}$$

Para un pequeño cambio de tiempo Δt, el cambio de energía es el producto de la derivada con respecto al tiempo de U y Δt,

$$\Delta U = \frac{dU}{dt}\Delta t = \frac{Q_{\text{máx}}^2}{2C} e^{-Rt/L} \times \left(-\frac{R}{L}\right) \times \Delta t = U \times \left(-\frac{R}{L}\right) \times \Delta t$$

Al usar esta expresión para ΔU y sustituir $\Delta t = T \approx 2\pi/\omega_0$ para un ciclo, se encuentra que el factor de calidad (32.31) es

$$Q = -2\pi \frac{U}{U \times (-R/L) \times (2\pi/\omega_0)}$$

o simplemente

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \tag{32.33}$$

factor de calidad Q

Así, una resistencia pequeña da por resultado un Q grande.

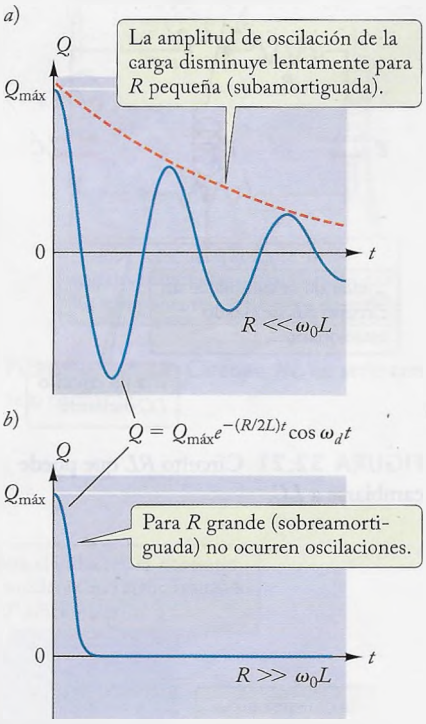


FIGURA 32.20 *a*) Oscilación decreciente de la carga en el capacitor en un circuito en serie subamortiguado *RLC*. *b*) Decaimiento de la carga en el capacitor en un circuito *RLC* sobreamortiguado.

Con base en la ecuación (32.30), la amplitud de las oscilaciones de carga cae a $1/e$ de su valor inicial cuando $t = 2L/R$. Si $T \approx 2\pi/\omega_0$ es el periodo de oscilación, el número de oscilaciones en el tiempo t es

$$N = \frac{t}{T} = \frac{2L/R}{2\pi/\omega_0} = \frac{Q}{\pi} \tag{32.34}$$

Así, como ya se mencionó en la sección 15.5, el factor de calidad es una medida de cuántas oscilaciones ocurren antes de que la amplitud del sistema disminuya perceptiblemente. En circuitos eléctricos simples es común un Q aproximado de 100; aplicando técnicas especiales (por ejemplo, componentes superconductores), se han alcanzado Q del orden de 10^9.

Revisión 32.4

PREGUNTA 1: Considérese el circuito LC que se ilustra en la figura 32.15. Si se incrementa la separación entre las placas, ¿qué ocurre a la frecuencia natural?

PREGUNTA 2: El circuito que se ilustra en la figura 32.17*a* tiene un capacitor de 560 pF y una frecuencia natural de 1.5×10^6 Hz. Si este capacitor se sustituye por dos capacitores de 560 pF cada uno conectados en paralelo, ¿en qué factor cambia la frecuencia natural?

PREGUNTA 3: En un circuito RLC que oscila en resonancia, la reactancia inductiva es 500 Ω y la resistencia es 10 Ω. ¿Cuál es el Q del circuito? ¿Luego de aproximadamente cuántas oscilaciones la amplitud de las oscilaciones de carga cae a $1/e$ de su valor inicial?

PREGUNTA 4: En el circuito de la figura 32.21, el interruptor ha estado en la posición 1 durante bastante tiempo e inicialmente el capacitor está descargado. En $t = 0$, el interruptor se cambia a la posición 2. ¿Cuál es $Q_{máx}$, la carga máxima sobre el capacitor? ¿Qué función describe la dependencia con respecto al tiempo de la carga sobre el capacitor, $Q/Q_{máx}$?

(A) $\dfrac{\mathcal{E}\sqrt{LC}}{R}$, $\cos\omega t$ (B) $\dfrac{\mathcal{E}\sqrt{LC}}{R}$, $\operatorname{sen}\omega t$

(C) $\dfrac{\mathcal{E}}{R\sqrt{LC}}$, $\cos\omega t$ (D) $\dfrac{\mathcal{E}}{R\sqrt{LC}}$, $\operatorname{sen}\omega t$

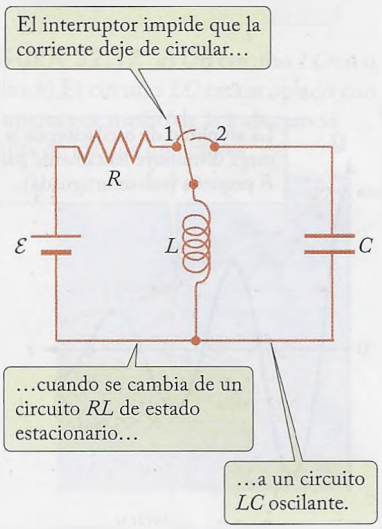


FIGURA 32.21 Circuito RL que puede cambiarse a LC.

32.5 CIRCUITOS EN SERIE CON FEM ALTERNA

A continuación se considerarán las oscilaciones en un circuito que tiene más de un componente R, L o C conectado en serie a una fuente externa de fem alterna; por ejemplo, el circuito RL que se muestra en la figura 32.22. Estas oscilaciones producidas por una fem aplicada se denominan oscilaciones inducidas u **oscilaciones forzadas**. En contraste con las oscilaciones libres, que se presentan a la frecuencia de resonancia natural [véase la ecuación (32.26)], las oscilaciones forzadas lo hacen a la frecuencia de la fem aplicada. Será de utilidad recordar que en un circuito en serie la corriente es la misma en todas partes. La suma de los voltajes instantáneos a través de los componentes, por la ley del voltaje de Kirchhoff, debe ser igual a la fem aplicada $\mathcal{E}$:

oscilaciones forzadas

$$\mathcal{E} = V_R + V_L \tag{32.35}$$

donde V_R y V_L son los voltajes instantáneos que pasan por el resistor y por el inductor, respectivamente. Pero como se vio antes, los voltajes a través del resistor y el inductor tienen fases distintas; el voltaje resistivo está en fase con la corriente, mientras que el voltaje inductivo se adelanta a la corriente por 90°. Así, es necesario saber cómo sumar voltajes oscilantes con fases diferentes. Para el circuito en cuestión, a la corriente puede asignarse una fase de referencia igual a 0°:

$$I = I_{\text{máx}} \cos \omega t \tag{32.36}$$

de modo que los voltajes que deben sumarse son

$$V_R = V_{\text{máx},R} \cos \omega t \quad \text{y} \quad V_L = V_{\text{máx},L} \cos(\omega t + 90°) \tag{32.37}$$

Estos voltajes pueden sumarse usando identidades trigonométricas, pero se hace engorroso para circuitos más complicados. Una forma más simple de sumar funciones sinusoidales depende de una construcción geométrica denominada **fasor**, que es un vector que gira en dos dimensiones (ambas dimensiones son ficticias; no guardan ninguna relación con las dimensiones x y y del espacio real). Para comprender este método, primero se observa, a partir de la figura 32.23, que *una función oscilante*, como $V_R = V_{\text{máx},R} \cos \omega t$, *puede representarse como el componente x de un vector rotatorio*. El vector rotatorio que se muestra tiene una longitud igual a la amplitud $V_{\text{máx},R}$ del voltaje oscilante a través del resistor, y en cualquier instante forma un ángulo ωt con respecto al eje x, donde ω es la frecuencia de la fem aplicada. Como resulta evidente en la figura 32.23, el componente x es entonces el valor instantáneo V_R, que varía desde $+V_{\text{máx},R}$ hasta $-V_{\text{máx},R}$ a medida que gira el vector (a medida que ocurren las oscilaciones).

fasor

De manera semejante, el voltaje oscilante V_L puede representarse por el componente x del fasor que se muestra en la figura 32.24; la única diferencia es que este vector forma un ángulo adicional de 90° con respecto al eje x. Debido a que V_R y V_L oscilan a la misma frecuencia, siempre tienen el mismo ángulo relativo de 90° entre ellos, como ya se vio en la forma funcional de la ecuación (32.37).

Para sumar los dos voltajes es necesario sumar los componentes x de los dos fasores de voltaje, como se muestra en la figura 32.24. Esto puede hacerse fácilmente si primero se efectúa la suma vectorial de los dos fasores, y *luego* se toma el componente x de la suma. En la figura 32.25*a* se muestran dos fasores; para simplificar las cosas los fasores se muestran en el instante $t = 0$. En la figura 32.25*b* se muestra la suma vectorial, que se lleva a cabo colocando la cola de un fasor en la punta del otro. Así, con base en

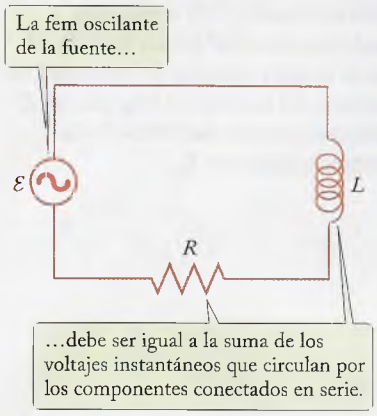


FIGURA 32.22 Circuito *RL* en serie con fem oscilante.

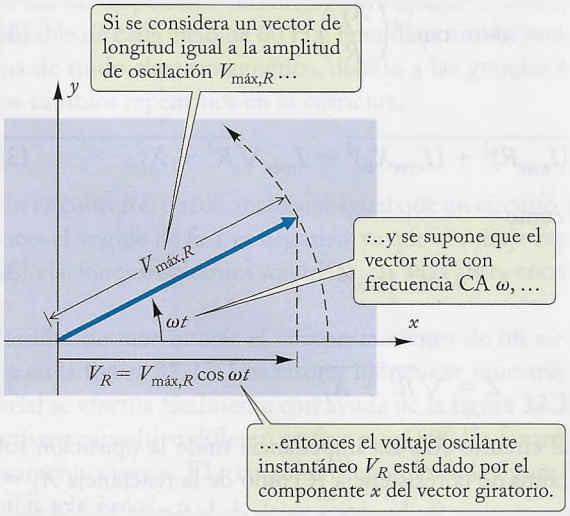


FIGURA 32.23 Fasor que representa el voltaje en un resistor.

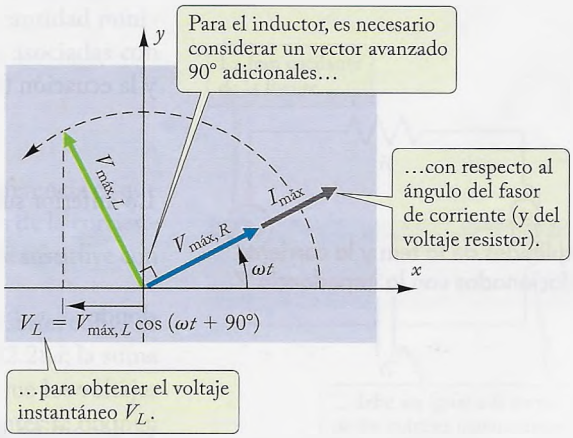


FIGURA 32.24 Tres fasores que representan la corriente en serie, el voltaje a través del inductor y el voltaje en el resistor. En comparación con la corriente y el voltaje del resistor, la fase del voltaje del inductor se adelanta 90°.

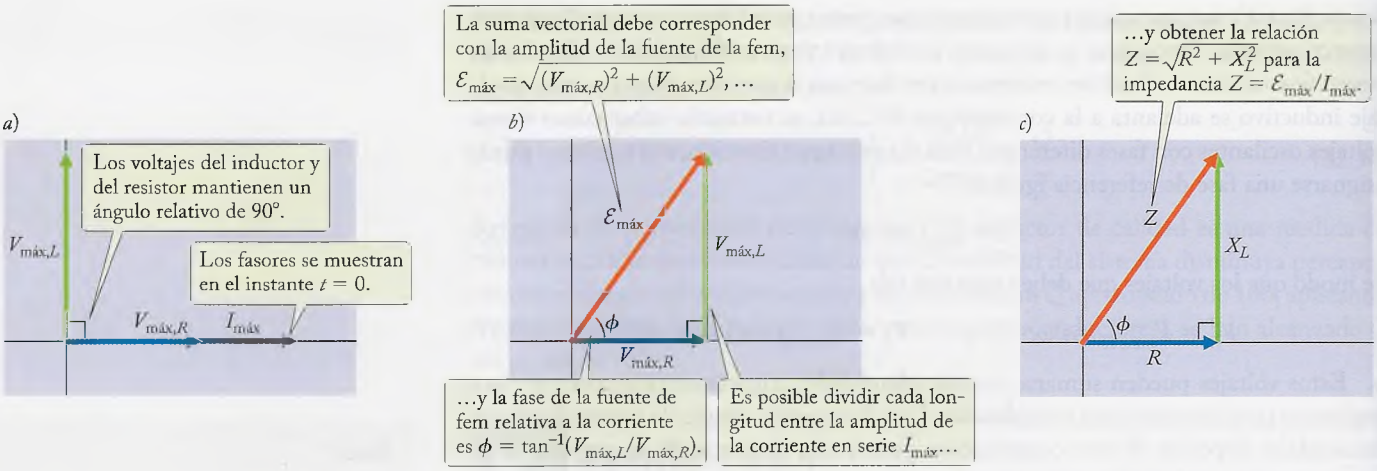


FIGURA 32.25 Suma de voltajes oscilantes usando fasores. *a)* Los fasores para los voltajes del resistor (azul) y el inductor (verde). *b)* El voltaje total $\mathcal{E}$ puede representarse por un fasor (rojo), que es la suma vectorial de los fasores del resistor y del inductor. *c)* Impedancia Z relacionada con la resistencia R y la reactancia inductiva X_L.

el triángulo rectángulo, la amplitud de la suma es $\sqrt{(V_{máx,R})^2 + (V_{máx,L})^2}$, y esto debe corresponder con la amplitud de la fem aplicada:

$$\mathcal{E}_{máx} = \sqrt{(V_{máx,R})^2 + (V_{máx,L})^2} \tag{32.38}$$

También se observa que la fem aplicada tiene una fase (con respecto a la corriente I y V_R) de

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{V_{máx,L}}{V_{máx,R}}\right) \tag{32.39}$$

El voltaje de fuente instantáneo es el componente x de la suma vectorial:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx}\cos(\omega t + \phi) \tag{32.40}$$

En un circuito RL, el voltaje de la fuente sigue adelantándose a la corriente, aunque por un ángulo menor que 90°.

Será útil recordar por las secciones 32.1 a 32.3 que las amplitudes de la corriente y el voltaje a través de cada componente individual del circuito están relacionadas según

$$V_{máx,R} = I_{máx}R \quad \text{y} \quad V_{máx,L} = I_{máx}X_L \tag{32.41}$$

Así, la ecuación (32.39) puede volver a escribirse como

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right) \tag{32.42}$$

y la ecuación (32.38), como

$$\mathcal{E}_{máx} = \sqrt{(I_{máx}R)^2 + (I_{máx}X_L)^2} = I_{máx}\sqrt{R^2 + X_L^2} \tag{32.43}$$

Lo anterior suele expresarse como

amplitudes de la fem y la corriente relacionadas con la impedancia Z

$$\mathcal{E}_{máx} = I_{máx}Z \tag{32.44}$$

donde

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \tag{32.45}$$

se denomina **impedancia** del circuito RL. La impedancia mide la oposición total al flujo de la corriente alterna tanto de la resistencia R como de la reactancia $X_L = \omega L$. La relación (32.45) puede reconstruirse fácilmente a partir de la figura 32.25*b* al dividir la magnitud de cada fasor entre la amplitud de la corriente común $I_{máx}$. Así se obtiene la geometría de la figura 32.25*c*.

EJEMPLO 5 Un reductor de luz es una aplicación de un circuito RL en serie (véase la figura 32.26). Para facilitar las cosas, se tiene que la resistencia de la lámpara es constante, por ejemplo, $R = 100\ \Omega$. Para un reductor, la lámpara se conecta en serie con una inductancia variable L. El circuito se conecta a una fuente normal de 115 V CA que oscila a 60 Hz. ¿Qué intervalo de L se requiere si se desea variar la potencia media de 30 W a 100 W?

SOLUCIÓN: La corriente en el circuito está dada por la ecuación (32.44),

$$I_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

Por tanto, la potencia media disipada en el resistor es

$$\bar{P} = \frac{1}{2} I_{\text{máx}}^2 R = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}^2 R}{R^2 + (\omega L)^2}$$

Reagrupando para despejar la inductancia L se obtiene

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}^2 R}{2\bar{P}} - R^2}$$

Al insertar los valores para $\omega = 2\pi f = 377\ \text{s}^{-1}$, $\mathcal{E}_{\text{máx}} = \sqrt{2}\mathcal{E}_{\text{rms}} = 163$ V, $R = 100\ \Omega$, y $\bar{P} = 100$ W, se obtiene

$$L = \frac{1}{377\ \text{s}^{-1}} \sqrt{\frac{(163\ \text{V})^2 \times 100\ \Omega}{2 \times 100\ \text{W}} - (100\ \Omega)^2} = 0.15\ \text{H}$$

Con $\bar{P} = 30$ W, el mismo cálculo produce $L = 0.49$ H.

Así, un inductor variable con un intervalo $L = 0.15$-0.49 H limita la potencia entregada a la lámpara hasta el intervalo deseado.

COMENTARIOS: En lugar de lo anterior, se podría reducir una lámpara con un resistor variable, aunque esto agregaría calentamiento Joule innecesario. La ventaja de usar un componente de circuito reactivo para reducir la corriente consiste en que no desperdicia energía; en un inductor o un capacitor ideal no se disipa potencia. Muchos reductores caseros normales operan según un principio bastante distinto: se usa un dispositivo conductor para apagar la fem aplicada durante una fracción variable de cada ciclo de 60 Hz; tales dispositivos suelen emitir una cantidad mínima de ruido electromagnético, debido a las grandes fems inducidas asociadas con los cambios repentinos en la corriente.

Conceptos en contexto

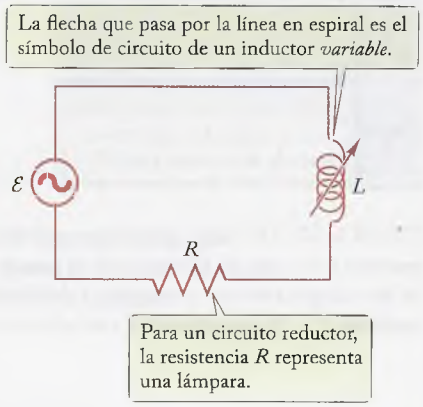


FIGURA 32.26 Circuito RL reductor de luz con inductancia variable.

Un circuito RC puede analizarse igual que un circuito RL; la única diferencia es que entonces el ángulo de fase es negativo, ya que el voltaje capacitivo va atrás de la corriente. Las relaciones resultantes son idénticas a las antes encontradas si X_L se sustituye con $-X_C$.

Resulta de más interés el comportamiento de un circuito RLC en serie, como se ilustra en la figura 32.27. Los fasores idóneos se muestran en la figura 32.28*a*; la suma vectorial se efectúa fácilmente con ayuda de la figura 32.28*b*. Debido a que los voltajes inductivo y capacitivo difieren en fase por 180°, los fasores correspondientes se oponen directamente entre sí. El triángulo rectángulo en la figura 32.28*b* proporciona de inmediato las relaciones

$$\mathcal{E}_{\text{máx}} = \sqrt{(V_{\text{máx},R})^2 + (V_{\text{máx},L} - V_{\text{máx},C})^2} \tag{32.46}$$

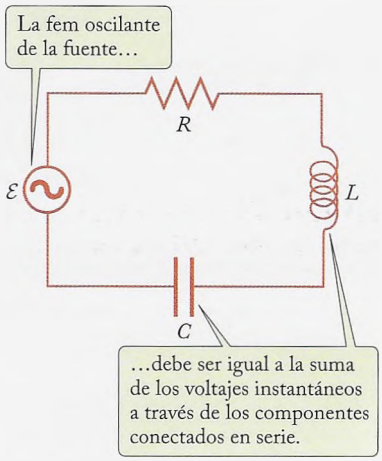


FIGURA 32.27 Circuito RLC en serie con fem oscilante.

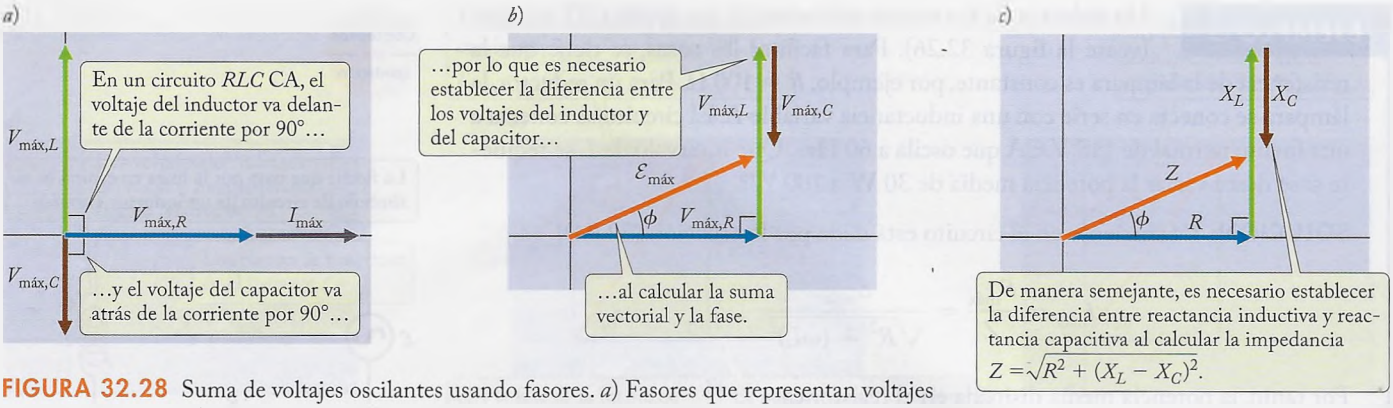


FIGURA 32.28 Suma de voltajes oscilantes usando fasores. *a)* Fasores que representan voltajes resistivo y reactivo. *b)* El voltaje de la fuente $\mathcal{E}$ está representado por un fasor que es la suma vectorial de los voltajes resistivo y reactivo. *c)* Al dividir cada amplitud de voltaje en *b)* entre la amplitud de la corriente $I_{máx}$, la impedancia Z está relacionada con la resistencia R y con las reactancias X_L y X_C.

y

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{V_{máx,L} - V_{máx,C}}{V_{máx,R}}\right) \tag{32.47}$$

Como antes, si cada voltaje de las ecuaciones (32.46) y (32.47) se divide entre la amplitud del voltaje, se obtiene la impedancia $Z = \mathcal{E}_{máx}/I_{máx}$ del circuito,

impedancia Z de un circuito RLC

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{32.48}$$

y la fase de la fuente de la fem,

fase ϕ de un circuito RLC

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \tag{32.49}$$

Se observa que para el circuito RLC en serie, la fase es positiva si domina la reactancia inductiva (a alta frecuencia, ya que $X_L = \omega L$), y es negativa si domina la reactancia capacitiva [a baja frecuencia, ya que $X_C = 1/(\omega C)$].

Si $X_L = \omega L$ y $X_C = 1/(\omega C)$ se sustituyen en la ecuación (32.48), es posible analizar el comportamiento de la impedancia Z para diferentes frecuencias de la fem aplicada:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{32.50}$$

Así, para valores dados de R, L y C, la impedancia varía con la frecuencia y su valor mínimo se obtiene cuando el término entre paréntesis es cero; es decir, cuando las dos reactancias se cancelan. Por tanto, el valor mínimo

$$Z_0 = R \tag{32.51}$$

ocurre a una frecuencia particular ω_0 cuando

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

o bien,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{32.52}$$

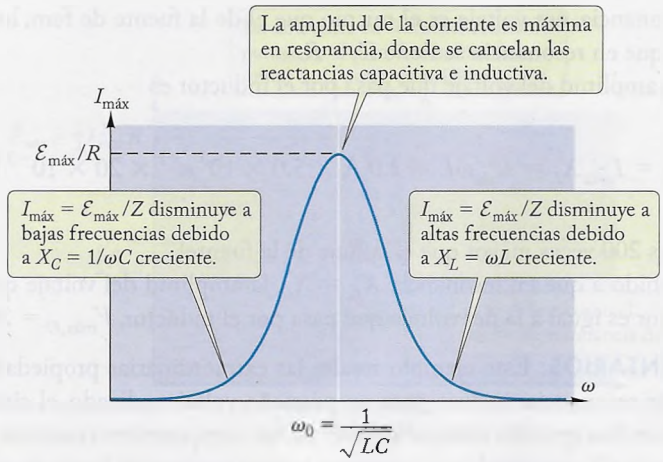


FIGURA 32.29 La corriente en un circuito *RLC* en serie como una función de la frecuencia de la fem oscilante.

Esto se denomina *frecuencia de resonancia* y es la misma que la frecuencia de resonancia natural de las oscilaciones libres de un circuito *LC* que se analizaron en la sección previa. Debido a que la impedancia es un mínimo en resonancia, tanto la amplitud de la corriente

$$I_{máx} = \frac{\mathcal{E}_{máx}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{máx}}{\sqrt{R^2 + [\omega L - (1/\omega C)]^2}} \tag{32.53}$$

amplitud de la corriente en un circuito *RLC*

como la potencia media $\bar{P} = \frac{1}{2}I_{máx}^2 R$ son máximas en resonancia. La figura 32.29 es una gráfica de la amplitud de la corriente (32.53) como una función de la frecuencia. Se observa el pico característico de esta curva de resonancia. La corriente es grande en ω_0 aunque tiende a cero para frecuencias pequeñas y grandes. Este comportamiento es lo que permite la selección de una frecuencia particular mediante el circuito de sintonización de un radio, como se vio en la sección previa.

EJEMPLO 6 Un circuito *RLC* en serie tiene un voltaje CA aplicado de amplitud $\mathcal{E}_{máx} = 1.0$ V, que oscila a una frecuencia igual a la frecuencia de resonancia del circuito. Si $R = 0.50\ \Omega$, $L = 20$ mH y $C = 2.0\ \mu$F, ¿cuál es la frecuencia de resonancia (en hertz)? ¿Cuál es la amplitud de la corriente? ¿Cuál es la amplitud del voltaje que pasa por el resistor? ¿Y por el inductor? ¿Y por el capacitor?

SOLUCIÓN: La frecuencia de resonancia angular está dada por la ecuación (32.52):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{20 \times 10^{-3}\ \text{H} \times 2.0 \times 10^{-6}\ \text{F}}} = 5.0 \times 10^3 \text{ radianes/s}$$

La frecuencia de resonancia en hertz es

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{5.0 \times 10^3 \text{ radianes/s}}{2\pi \text{ radianes/ciclo}} = 800 \text{ ciclos/s} = 800 \text{ Hz}$$

En resonancia, $X_L = X_C$ y $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$, de modo que la amplitud de la corriente es

$$I_{máx} = \frac{\mathcal{E}_{máx}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{máx}}{R} = \frac{1.0\ \text{V}}{0.50\ \Omega} = 2.0\ \text{A}$$

La amplitud del voltaje que pasa por el resistor es

$$V_{máx,R} = I_{máx}R = 2.0\ \text{A} \times 0.50\ \Omega = 1.0\ \text{V}$$

En resonancia, ese voltaje es el mismo que el de la fuente de fem, lo cual así debe ser, ya que en resonancia se tiene $Z = R$.

La amplitud del voltaje que pasa por el inductor es

$$V_{\text{máx},L} = I_{\text{máx}}X_L = I_{\text{máx}}\omega L = 2.0\ \text{A} \times 5.0 \times 10^3\ \text{s}^{-1} \times 20 \times 10^{-3}\ \text{H} = 200\ \text{V}$$

¡Esto es 200 veces mayor que el voltaje de la fuente!

Debido a que en resonancia $X_L = X_C$, la amplitud del voltaje que pasa por el capacitor es igual a la del voltaje que pasa por el inductor, $V_{\text{máx},C} = 200$ V.

COMENTARIOS: Este ejemplo resalta las extraordinarias propiedades de un circuito de resonancia: incluso para un pequeño voltaje aplicado, el circuito es capaz de desarrollar grandes voltajes a través de los componentes reactivos: el inductor y el capacitor. En realidad, esto no ocurre instantáneamente; luego de conectar la fem externa, se requieren varios ciclos para que la amplitud alcance los valores calculados anteriormente (el proceso inverso de las oscilaciones decadentes de la sección previa). A partir de entonces, la amplitud mantiene estos valores estables.

En la sección 32.4 se analizó el factor de calidad, o Q de un circuito resonante en términos de oscilaciones decadentes libres. Para las oscilaciones forzadas que se analizan aquí es posible usar la misma definición del Q. La energía almacenada en el circuito es la energía magnética cuando la corriente es máxima, $\frac{1}{2}LI^2_{\text{máx}}$. La energía disipada por ciclo es la potencia media multiplicada por el tiempo de un ciclo $P \times T = (I^2_{\text{máx}}R/2) \times (2\pi/\omega_0)$. Así, el Q es

$$Q = -2\pi\frac{U}{\Delta U} = -2\pi\frac{\frac{1}{2}LI^2_{\text{máx}}}{(-I^2_{\text{máx}}R/2) \times (2\pi/\omega_0)} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

como ya se había obtenido en la ecuación (32.33). Para oscilaciones forzadas, es posible ver que el Q también mide en qué factor aumenta la amplitud del voltaje reactivo en resonancia en comparación con el voltaje aplicado:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{I_{\text{máx}}X_L}{I_{\text{máx}}R} = \frac{V_{\text{máx},L}}{V_{\text{máx},R}} \tag{32.54}$$

o bien, ya que en resonancia se tiene $V_{\text{máx},R} = \mathcal{E}_{\text{máx}}$,

$$V_{\text{máx},L} = Q\mathcal{E}_{\text{máx}}$$

Por tanto, el circuito resonante multiplica el mismo voltaje por un factor de Q.

El Q es también una medida de la claridad del pico de resonancia; se suele graficar la potencia disipada como una función de la frecuencia, como en la figura 32.30. Si $\Delta\omega$ es todo el ancho del pico de potencia a la mitad del valor máximo, es posible demostrar (problema 54) que el valor anterior del Q es equivalente a

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \tag{32.55}$$

Así, un circuito con un factor de calidad mayor posee una curva de resonancia estrecha ($\Delta\omega$ pequeño; véase la figura 32.30) y un circuito con un factor de calidad bajo posee una curva de resonancia ancha (véase también la figura 15.22).

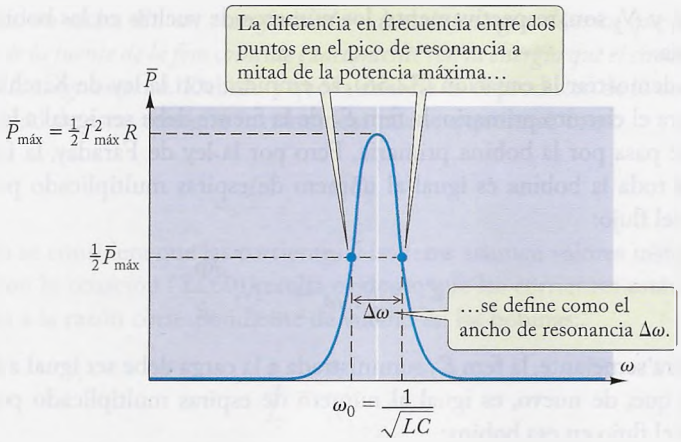


FIGURA 32.30 La potencia media en un circuito *RLC* en serie como una función de la frecuencia de la fem oscilante.

Revisión 32.5

PREGUNTA 1: Un circuito CA consta de una fem de amplitud fija, un resistor y otro componente. Cuando aumenta la frecuencia, también lo hace la corriente. ¿Cuál es el otro componente?

PREGUNTA 2: Una fem CA de amplitud 1.0 V se aplica a un circuito *RLC* en serie. Se hace variar la frecuencia y se observa que la corriente tiene un valor máximo de 0.20 A cuando la reactancia inductiva es $X_L = 50\ \Omega$. ¿Cuál es el valor de R? ¿Cuál es el factor de calidad del circuito?

PREGUNTA 3: ¿Cuál es el Q del circuito *RLC* del ejemplo 6?

PREGUNTA 4: Un circuito *RLC* en serie se conecta a una fem de amplitud 2.0 V. A la frecuencia de resonancia, la amplitud del voltaje que pasa por el inductor es 50 V. ¿Cuál es la amplitud del voltaje a través del resistor?

(A) 102 V (B) 98 V (C) 52 V (D) 48 V (E) 2.0 V

32.6 EL TRANSFORMADOR

Un transformador consta de dos bobinas dispuestas de modo que (casi) todas las líneas de campo magnético generadas por una de las bobinas se entrecruzan con las otras. Esto puede lograrse al devanar ambas bobinas sobre un núcleo común de hierro (véase la figura 32.31). Como se vio en la sección 30.4, el hierro incrementa la intensidad del campo magnético en su interior en un gran factor. Debido a que el campo es mucho más intenso en el hierro que en el exterior, la mayor parte de las líneas de campo deben permanecer en el interior del hierro; esto significa que *el hierro tiende a mantener juntas las líneas de campo y actúa como un conducto para las líneas de campo de una bobina a la otra.*

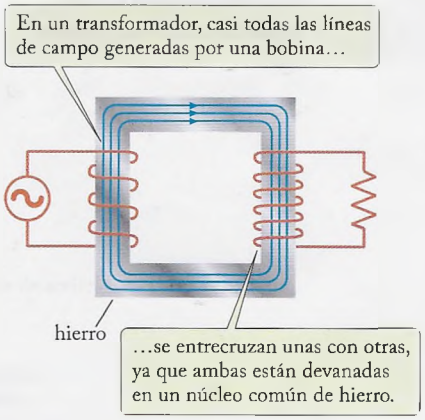


FIGURA 32.31 Transformador.

Cada bobina forma parte de un circuito eléctrico por separado (véase la figura 32.32). El circuito **primario** posee una fuente de fem alterna, y el **secundario** cuenta con una lámpara, o calentador eléctrico, o alguna otra "carga" que consume energía eléctrica. La corriente alterna en el circuito primario induce una fem alterna en el circuito secundario. Se demostrará que la fem $\mathcal{E}_2$ producida en el circuito secundario está relacionada como sigue con la fem $\mathcal{E}_1$ en el circuito primario:

circuitos primario y secundario

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \frac{N_2}{N_1} \tag{32.56}$$

fems en un transformador

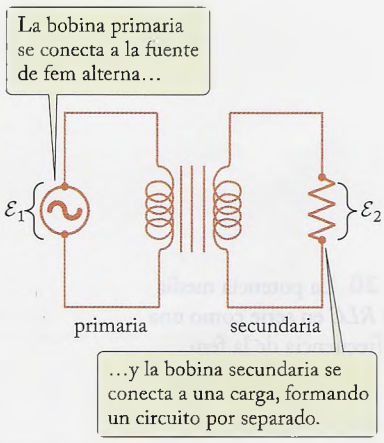


FIGURA 32.32 Diagrama del circuito de un transformador. Las líneas paralelas representan un núcleo de hierro sólido.

donde N_1 y N_2 son, respectivamente, los números de vueltas en las bobinas primaria y secundaria.

Para demostrar la ecuación (32.56), se empieza con la ley de Kirchhoff, ya que es válida para el circuito primario; la fem $\mathcal{E}_1$ de la fuente debe ser igual a la fem inducida $\mathcal{E}_{1,\text{ind}}$ que pasa por la bobina primaria. Pero por la ley de Faraday, la fem inducida a través de toda la bobina es igual al número de espiras multiplicado por la razón de cambio del flujo:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_{1,\text{ind}} = -N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \tag{32.57}$$

De manera semejante, la fem $\mathcal{E}_2$ suministrada a la carga debe ser igual a la fem inducida $\mathcal{E}_{2,\text{ind}}$ que, de nuevo, es igual al número de espiras multiplicado por la razón de cambio del flujo en esa bobina:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{2,\text{ind}} = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} \tag{32.58}$$

Debido a que por ambas bobinas pasa el mismo número de líneas de campo magnético, se sabe que

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{d\Phi_2}{dt} \tag{32.59}$$

Así, la razón de las ecuaciones (32.58) y (32.57) es

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} \tag{32.60}$$

que es equivalente a la ecuación (32.56).

transformador de subida y transformador de bajada

Si $N_2 > N_1$, se tiene un **transformador de subida**, y si $N_2 < N_1$, se tiene un **transformador de bajada**.

EJEMPLO 7 Los timbres y campanillas de puerta suelen diseñarse para 12 volts CA y son activados por pequeños transformadores que bajan 115 volts a 12 volts CA. Si cada uno de estos transformadores tiene un devanado primario con 1 500 vueltas, ¿cuántas vueltas hay en el devanado secundario?

SOLUCIÓN: La ecuación (32.56) es válida para los voltajes instantáneos. Así, también es válida para los voltajes rms. Con los valores numéricos idóneos, la ecuación (32.56) proporciona

$$N_2 = N_1 \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = 1\,500 \text{ vueltas} \times \frac{12 \text{ V}}{115 \text{ V}} = 157 \text{ vueltas}$$

Mientras el circuito secundario esté abierto y no transporte corriente ($I_2 = 0$), *un transformador ideal no consume energía eléctrica*. En estas condiciones, el circuito primario sólo consta de la fuente de fem y un inductor: se trata de un circuito L puro. En este circuito, el promedio de la energía entregada por la fuente de la fem al inductor es cero (véase la sección 32.3).

Si el circuito secundario está cerrado; es decir, si está conectado a alguna carga externa, entonces circula una corriente ($I_2 \neq 0$). Esta corriente contribuye al flujo magnético en el transformador e induce una corriente en el circuito primario. Así, la corriente en éste es diferente a la de un circuito L puro, y el promedio de la energía *no*

es cero durante un ciclo. *En un transformador ideal, la energía eléctrica que el circuito primario toma de la fuente de la fem coincide exactamente con la energía que el circuito secundario entrega a la carga externa.* Debido a que la energía es el producto de la corriente y la fem, la igualdad de estas energías instantáneas puede expresarse como

$$I_1\mathcal{E}_1 = I_2\mathcal{E}_2 \tag{32.61}$$

donde también se considera que las corrientes y las fems asumen valores instantáneos. Al comparar con la ecuación (32.60) resulta evidente que las corrientes están en proporción inversa a la razón correspondiente de vueltas en las bobinas:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{32.62}$$

Los transformadores de calidad se acercan bastante a la condición ideal (32.61) de conservación de energía eléctrica: alrededor de 99% de la energía suministrada a las terminales de entrada está presente en las terminales de salida; toda la diferencia se pierde esencialmente como calor en el núcleo de hierro y en los devanados. Esta elevada eficacia se alcanza evitando pérdidas por corrientes parásitas (véase la sección 31.3) por medio de un núcleo de hierro construido con capas delgadas separadas con algún aislante. Para los enormes transformadores en plantas de energía (fotografía al inicio del capítulo), aún la pérdida de una pequeña fracción de la potencia transmitida requiere el uso de enfriamiento especial para alejar el calor residual. Los transformadores de las plantas de energía suelen estar inmersos en aceite, y la circulación de este líquido lleva el calor a grandes superficies metálicas; estos tubos radiadores se enfrían con aire mediante disposiciones de ventiladores (véase la figura 32.33).

Conceptos en contexto

Los transformadores son muy importantes en la tecnología de la electricidad. Como se vio en el ejemplo 8 del capítulo 28, las líneas de transmisión de energía eléctrica operan de manera mucho más eficiente a alto voltaje, ya que así se reducen las pérdidas por calentamiento Joule provocadas por la resistencia de los cables. Para aprovechar esta

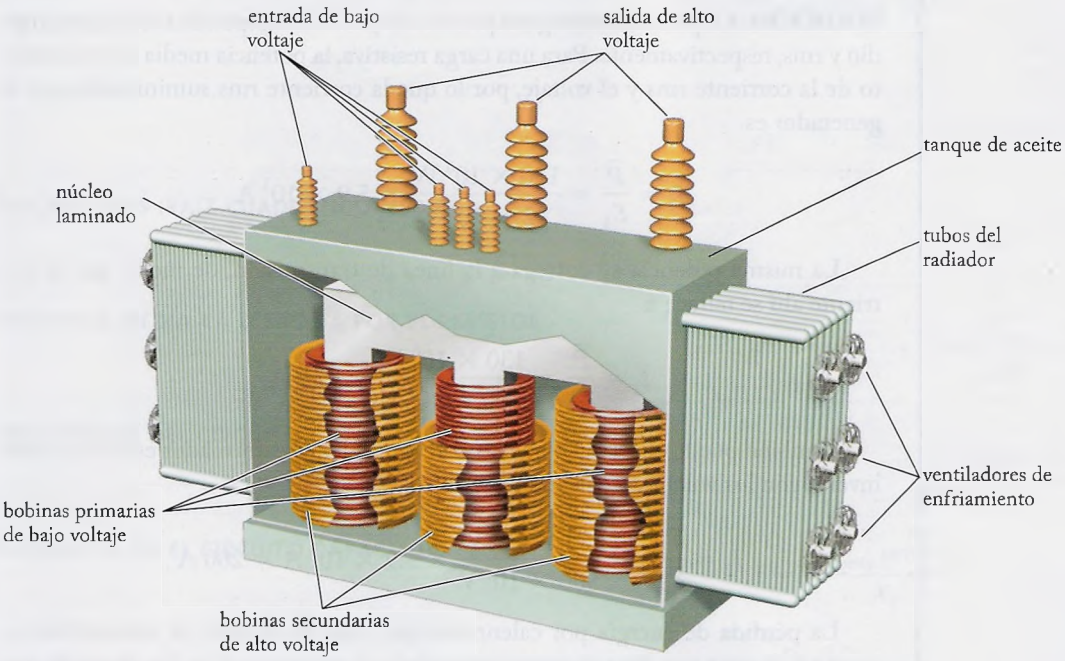


FIGURA 32.33 Un gran transformador en una planta de energía.

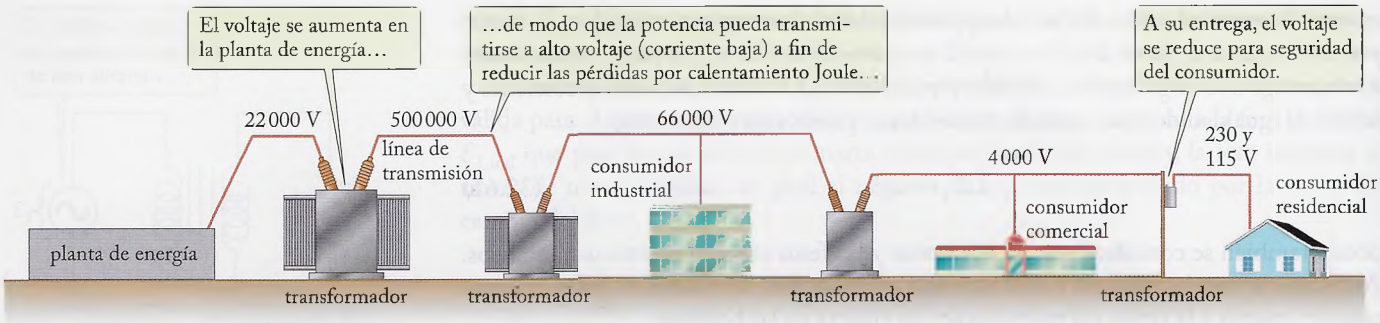


FIGURA 32.34 Transformaciones comunes de voltaje durante la transmisión de potencia eléctrica. Los pequeños transformadores usados para reducir la potencia a 115 V para uso residencial suelen sujetarse a postes de teléfono.

alta eficiencia, se fabrican líneas de energía que pueden operar a varios cientos de kilovolts. El voltaje debe aumentarse a este valor en la planta de energía, y por razones de seguridad, debe bajarse antes de llegar al consumidor (véase la figura 32.34). Para estas operaciones, en ambos extremos se requieren grandes bancos de transformadores. Los transformadores también se utilizan en muchos dispositivos eléctricos y electrónicos, como los tubos de TV y las máquinas de rayos X, que requieren altos voltajes para acelerar haces de electrones.

Conceptos en contexto

EJEMPLO 8 Un solo generador de una gran planta de energía suministra una potencia eléctrica de 30 MW a 22 kilovolts CA. Para su transmisión, esta potencia se aumenta a 500 kV mediante un transformador. ¿Cuál es la corriente rms entregada por el generador? ¿Cuál es la corriente rms en la línea de transmisión? ¿En qué factor se reduce la pérdida de energía (efecto Joule) de la línea de transmisión usando un transformador? Si el transformador no desperdicia potencia, y las cargas son puramente resistivas.

SOLUCIÓN: La potencia entregada por el voltaje CA corresponde a los valores medio y rms, respectivamente. Para una carga resistiva, la potencia media es el producto de la corriente rms y el voltaje, por lo que la corriente rms suministrada por el generador es

$$I_1 = \frac{\overline{P}}{\mathcal{E}_1} = \frac{130 \times 10^6\ \text{W}}{22 \times 10^3\ \text{V}} = 5.9 \times 10^3\ \text{A}$$

La misma potencia se entrega a la línea de transmisión, de modo que la corriente ahí se reduce a

$$I_2 = \frac{\overline{P}}{\mathcal{E}_2} = \frac{130 \times 10^6\ \text{W}}{500 \times 10^3\ \text{V}} = 260\ \text{A}$$

También puede observarse que las corrientes del transformador están en razón inversa con los voltajes [ecuación (32.61)]:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} I_1 = \frac{22 \times 10^3\ \text{V}}{500 \times 10^3\ \text{V}} \times 5.9 \times 10^3\ \text{A} = 260\ \text{A}$$

La pérdida de energía por calentamiento Joule en la línea de transmisión es igual a I^2R; para una línea de transmisión dada, la resistencia R es fija, de modo que la pérdida de energía se reduce por el cuadrado de la razón de la corriente,

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{(5.9 \times 10^3\ \text{A})^2}{(260\ \text{A})^2} = 5.2 \times 10^2$$

Las pérdidas de energía se reducen por más de un factor de 500. Para una línea de transmisión de 2.0 Ω, ésta es la diferencia entre la pérdida de más de la mitad de la potencia ($I_1^2 R = (5.9 \times 10^3\ \text{A})^2 \times 2.0\ \Omega = 70$ MW, o 54%) y una pérdida casi insignificante (0.1%). Si la potencia fuese transmitida a un voltaje aún menor, como en el ejemplo 8 del capítulo 28, la pérdida de energía sería mucho mayor.

Revisión 32.6

PREGUNTA 1: Si se quiere usar un transformador para aumentar 115 V CA a 230 V CA, ¿cuál es el factor en que debe diferir el número de bobinas en el secundario respecto a las bobinas que hay en el primario?

PREGUNTA 2: Si el transformador descrito en el ejemplo 7 entrega potencia a un timbre de puerta, ¿es mayor la corriente en el primario o en el secundario?

PREGUNTA 3: Si se tienen dos transformadores: uno con una razón de vueltas de 2 y otro con una razón de vueltas de 5. Cada uno puede usarse para aumentar o disminuir un voltaje. Los dos deben conectarse uno después del otro. ¿Cuáles son los valores posibles para la razón de voltajes de entrada a voltajes de salida para el par?

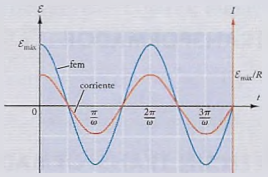
(A) 10, 0.1 (B) 10, 5, 2.5 (C) 25, 4 (D) 10, 5, 2, 0.1 (E) 10, 2.5, 0.4, 0.1

RESUMEN

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA Circuitos de filtro de frecuencia **(página 1037)**

CORRIENTE EN EL CIRCUITO RESISTOR

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}} \cos \omega t}{R} \qquad (32.3)$$



VOLTAJE RMS (RAÍZ CUADRÁTICO MEDIO)

$$\mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \qquad (32.8)$$

POTENCIA MEDIA CA DISIPADA POR EL RESISTOR

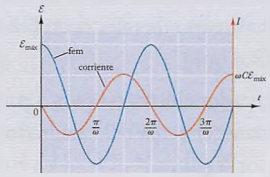
$$\overline{P} = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}^2}{2R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}^2}{R} \qquad (32.6, 32.7)$$

REACTANCIA DEL CIRCUITO CAPACITOR

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad (32.14)$$

CORRIENTE EN EL CIRCUITO CAPACITOR

$$I = -\frac{\mathcal{E}_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t}{X_C} \qquad (32.13)$$

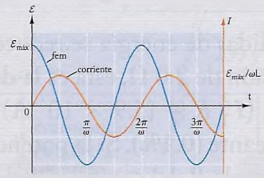


REACTANCIA DEL CIRCUITO INDUCTOR

$$X_L = \omega L \tag{32.20}$$

CORRIENTE EN EL CIRCUITO INDUCTOR

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t}{X_L} \tag{32.19}$$



FRECUENCIA NATURAL DEL CIRCUITO *LC*; FRECUENCIA DE RESONANCIA

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{32.26}$$

OSCILACIONES QUE DECAEN LENTAMENTE EN UN CIRCUITO *RLC* (oscilador armónico amortiguado)

$$Q = Q_{\text{máx}} e^{-Rt/2L} \cos \omega_d t \tag{32.30}$$

Q DEL CIRCUITO *RLC*

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

IMPEDANCIA EN UN CIRCUITO *RLC* EN SERIE

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{32.48}$$

IMPEDANCIA RELACIONADA CON LAS AMPLITUDES DE LA FEM Y LA CORRIENTE

$$Z = \frac{\mathcal{E}_{\text{máx}}}{I_{\text{máx}}} \tag{32.44}$$

ÁNGULO DE FASE DE LA FEM CON RESPECTO A LA CORRIENTE EN UN CIRCUITO *RLC* EN SERIE

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) \tag{32.49}$$

AMPLITUDES DEL VOLTAJE EN UN CIRCUITO *RLC* EN SERIE $V_{\text{máx},R} = I_{\text{máx}} R \quad V_{\text{máx},L} = I_{\text{máx}} X_L \quad V_{\text{máx},C} = I_{\text{máx}} X_C$ (32.41)

FEM DE UN TRANSFORMADOR

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 \frac{N_2}{N_1} \tag{32.56}$$

CORRIENTES EN UN TRANSFORMADOR

$$I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2} \tag{32.62}$$

PREGUNTAS PARA DISCUSIÓN

1. En casi todos los países europeos, el voltaje disponible en las tomas de corriente caseras es 230 V CA. ¿Cuál es la amplitud real de oscilación de este voltaje?
2. El centelleo de 120 Hz (dos picos de intensidad por ciclo de CA) puede percibirse en un tubo de luz fluorescente (al recorrer rápidamente la vista a través del tubo), aunque no es posible percibir ninguno de tales centelleos en un tubo de luz incandescente. ¿Por qué?
3. Un calentador eléctrico opera a partir de 60 Hz, 115 V CA. Al permanecer cerca del calentador, ¿por qué no se sienten 120 pulsos por segundo?
4. Algunos motores eléctricos operan sólo con CD, y otros, sólo con CA. ¿Cuál es la diferencia entre estos motores?
5. Si en una toma de corriente de 115 V se conecta un capacitor, ¿circula corriente a través de los alambres de conexión? ¿Y a través del espacio entre las placas del capacitor? ¿La toma de corriente entrega potencia eléctrica instantánea? ¿Y potencia eléctrica media?
6. Algunas veces se dice que un capacitor a frecuencias altas se convierte en un cortocircuito, y que un inductor se convierte en un circuito abierto a altas frecuencias. ¿Por qué?
7. ¿Es posible quemar un fusible al conectar un capacitor muy grande en una toma de corriente normal de 115 V?

8. ¿Cómo se puede usar un circuito *LC* para medir la capacitancia de un capacitor?
9. En un circuito *RLC* en serie, el voltaje a través del capacitor, ¿alguna vez puede ser más grande que $\mathcal{E}_{máx}$? ¿Y a través del inductor? ¿Y a través del resistor? (Sugerencia: Se deberá analizar el diagrama del fasor.)
10. Se requiere graficar de manera aproximada el ángulo de fase ϕ definido por la ecuación (32.49) como una función de ω. ¿Cuál es el ángulo de fase en resonancia?
11. Si se usa un voltímetro CA para medir la fem inducida y el voltaje a través del inductor, el capacitor y el resistor en un circuito *RLC* en serie, se encuentra que la fem es mayor o igual que el voltaje en el resistor, pero menor que la suma de los voltajes en el inductor, capacitor y resistor. ¿Por qué?
12. ¿Cuál es la impedancia de un circuito *RLC* en serie en resonancia?
13. Si se sustituye $R = 0$ en la ecuación (32.53), se obtiene la ecuación de la corriente en un circuito *LC* activado. ¿Qué debe sustituirse para obtener la ecuación de un circuito *RC* activado? ¿Y para un *RL* activado?
14. ¿Cómo puede demostrarse que la ecuación de la corriente en un circuito *RLC* en serie [ecuación (32.53)] incluye las ecuaciones (32.3), (32.13) y (32.19) como casos especiales? ¿Cuáles son las impedancias individuales de un resistor, un capacitor y un inductor?
15. ¿Por qué no es posible usar un transformador para aumentar el voltaje entregado por una batería?
16. Un motor eléctrico, ¿absorbe más potencia eléctrica cuando trabaja contra una carga mecánica que cuando lo hace libremente?

PROBLEMAS

32.1 Circuito resistor

1. Un calentador eléctrico (véase la figura 32.35) conectado en una toma de corriente de 115 V CA usa una potencia eléctrica de 1 200 W.
   a) ¿Cuáles son la corriente rms y la corriente instantánea máxima a través del calentador?
   b) ¿Cuáles son la potencia instantánea máxima y la potencia instantánea mínima?

FIGURA 32.35 Un calentador eléctrico.

2. Un calentador sumergible usado para hervir agua consume una potencia eléctrica (media) de 400 W cuando se conecta a una fuente de 115 V CA. Si se conecta este calentador a una fuente de 115 V CD, ¿qué potencia consume?
3. Una línea de potencia de alto voltaje opera sobre un voltaje rms de 230 000 V CA y entrega una corriente rms de 740 A a una carga resistiva.
   a) ¿Cuáles son el voltaje y la corriente instantáneos máximos?
   b) ¿Cuáles son la potencia instantánea máxima y la potencia media entregadas?
4. El tren eléctrico GG-1 desarrolla 4 600 hp; funciona con un voltaje rms CA de 1 100 V.
   a) ¿Qué corriente rms extrae este tren?
   b) ¿Por qué resulta ventajoso suministrar potencia eléctrica de alto voltaje (y corriente razonablemente baja) para trenes?
5. Un calentador eléctrico que opera con una potencia de 115 V CA entrega 1 200 W de calor.
   a) ¿Cuál es la corriente rms a través de este calentador?
   b) ¿Cuál es la corriente instantánea máxima?
   c) ¿Cuál es la resistencia de este calentador?
6. Un generador de frecuencia suministra una potencia media de 2.0 W a una carga de 50 Ω. ¿Cuál es el voltaje rms? ¿Y la corriente rms?
7. En una prueba de un transmisor en una estación de radio de AM, se mide una amplitud de voltaje CA de 2.2 kV a través de una carga resistiva de 50 Ω enfriada con aceite. ¿Cuál es la corriente rms? ¿Cuál es la potencia media entregada?

*8. Una bobina cuadrada de alambre de nicromo con resistencia 11 Ω y área 0.15 m^2 se hace girar en un campo magnético de 2.0 T. ¿Para qué frecuencia de rotación la potencia media disipada en la bobina es igual a 1.0 W? ¿Y a 100 W?

32.2 Circuito capacitor

9. Un capacitor de 2.2 μF se conecta a un generador que suministra 12 V CA. ¿Cuál es la corriente rms si la frecuencia angular del generador es 1.2×10^3 radianes/s? ¿Cuál es la corriente rms si la frecuencia angular del generador es 2.4×10^3 radianes/s?

10. La capacitancia de un capacitor es 0.15 μF. ¿Cuál es la reactancia cuando se conecta a un circuito que opera a $\omega = 6.0 \times 10^3$ radianes/s? ¿Y cuando opera a $\omega = 1.8 \times 10^4$ radianes/s?

11. La reactancia de un capacitor es $3.0 \times 10^6\ \Omega$ a una frecuencia de 2.0 kHz. ¿Cuál es su reactancia a 3.0 kHz? ¿Y a 4.0 kHz?

12. Un capacitor de 600 pF se conecta a un generador de audio de frecuencia ajustable. ¿A qué frecuencia la reactancia del capacitor es igual a $2.0 \times 10^5\ \Omega$?

13. Un capacitor con $C = 8.0 \times 10^{-7}$ F se conecta a una fuente oscilante de fem. Esta fuente suministra una fem $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \cos \omega t$, con $\mathcal{E}_{máx} = 0.20$ V y $\omega = 6.0 \times 10^3$ radianes/s.
    a) ¿Cuál es la reactancia del capacitor?
    b) ¿Cuál es la corriente máxima en el circuito?
    c) ¿Cuál es la corriente en el instante $t = 0$? ¿Y en el instante $t = \pi/4\omega$?

14. Un capacitor de 0.40 μF se conecta a una fuente CA de amplitud 12 V y frecuencia angular de 3.0×10^3 radianes/s. ¿Cuál es la corriente instantánea en el circuito cuando el voltaje instantáneo es 12 V? ¿Cuál es la corriente instantánea un cuarto de ciclo después? ¿Y medio ciclo después? ¿Y tres cuartos de ciclo después?

15. Para medir la capacitancia de un capacitor, una física lo conecta a una fuente oscilante de fem cuya frecuencia angular es 2.0×10^3 radianes/s y de amplitud 4.0×10^{-3} V. Ella encuentra que la corriente instantánea máxima en el capacitor es 8.0×10^{-9} A. ¿Cuál es la capacitancia?

16. Se desea generar una corriente máxima de 5.0×10^{-5} A en un circuito que consta de un capacitor de 2.0 pF conectado a una fuente oscilante de fem cuya frecuencia angular es 4.0×10^4 radianes/s. ¿Qué amplitud de oscilación de la fem se requiere?

17. Una fem $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \cos \omega t$, con $\omega = 6.0 \times 10^2$ radianes/s se aplica a un capacitor de 2.0 μF. ¿Cuál es la potencia instantánea entregada al capacitor cuando $t = 1.0$ ms, 2.0 ms, 3.0 ms y 4.0 ms?

18. Un capacitor, usado como detector para medir el nivel de nitrógeno líquido en un contenedor, tiene una capacitancia de 0.30 nF cuando el contenedor está vacío y 0.43 nF cuando está lleno, y el capacitor está sumergido en nitrógeno líquido. Si al detector se aplica una fem con amplitud de 15 V y frecuencia angular de 6.0×10^4 radianes/s, ¿cuál es la amplitud de la corriente que circula cuando el contenedor está vacío? ¿Y cuando está lleno?

*19. Un resistor de 47 Ω y un capacitor se van a conectar en paralelo a una fuente de fem que oscila con una amplitud $\mathcal{E}_{máx} = 6.2$ V a una frecuencia de 60 Hz. ¿Para qué valor de la capacitancia C la amplitud de la corriente hacia el capacitor es igual a la amplitud de la corriente que pasa por el resistor? (Sugerencia: Para elementos del circuito conectados en paralelo, el voltaje que pasa por cada uno es el mismo.)

*20. Un circuito consta de tres capacitores de 0.80 μF cada uno, conectados en paralelo a las terminales de un generador que suministra 24 V CA a una frecuencia angular de 1.8×10^3 radianes/s (véase la figura 32.36). ¿Cuál es la corriente rms neta en este circuito?

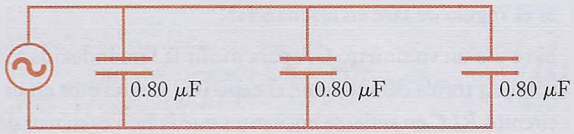


FIGURA 32.36 Tres capacitores en paralelo conectados a una fuente de fem.

32.3 Circuito inductor

21. ¿Cuál es la razón de cambio de la corriente en una bobina con una inductancia de 250 μH por la que pasa un voltaje instantáneo de 25 V?

22. La inductancia de un inductor es de 0.25 H. ¿Cuál es la reactancia cuando se conecta a un circuito que opera a $\omega = 6.0 \times 10^3$ radianes/s? ¿Y cuando opera a $\omega = 1.8 \times 10^4$ radianes/s?

23. Un inductor de 0.20 H se conecta a un generador de audio de frecuencia ajustable. ¿A qué frecuencia la reactancia de este inductor es $2.0 \times 10^3\ \Omega$?

24. Un segmento de 1.0 km de cable de aluminio de una línea de transmisión de alto voltaje tiene una resistencia de $7.3 \times 10^{-2}\ \Omega$, una capacitancia de 4.7×10^{-8} F y una autoinductancia de 6.6×10^{-4} H. A la frecuencia normal de 60 Hz, ¿cuáles son las reactancias capacitiva e inductiva de este segmento de cable? Compárense las reactancias X_C y X_L y la resistencia R. ¿Cuál de estas cantidades es la mayor? ¿Y la menor?

25. Un inductor de 0.30 H se conecta a un generador que entrega 12 V CA. ¿Cuál es la corriente rms si la frecuencia angular del generador es 1.2×10^3 radianes/s? ¿Cuál es la corriente rms si la frecuencia angular del generador es 2.4×10^3 radianes/s?

26. Se quiere generar una corriente máxima de 5.0×10^{-5} A en un inductor de 1.0×10^{-2} H conectado a una fuente de fem oscilante de frecuencia angular 4.0×10^4 radianes/s. ¿Qué amplitud de oscilación de la fem se requiere?

27. El devanado primario de un transformador tiene una inductancia de 6.2 H. ¿Qué corriente rms circula en este devanado si se conecta a una toma de corriente que suministra 115 V CA?

28. Para medir la inductancia de un inductor, un experimentador lo conecta a una fuente oscilante de fem de frecuencia angular 3.0×10^3 radianes/s y de amplitud 8.0×10^{-3} V. Encuentra que la corriente instantánea máxima en el inductor es 2.0×10^{-7} A. ¿Cuál es la inductancia?

29. El voltaje por un solenoide superconductor de inductancia 35 H no puede exceder 12 V porque funcionaría mal. ¿Cuál es la mayor razón de cambio permitida de la corriente a través del solenoide? Si debe usarse una corriente alterna de amplitud 25 A, ¿cuál es la frecuencia máxima a la que puede oscilar esta corriente?

30. Una antena de radio de AM tiene forma de bobina con inductancia 0.90 mH. Una onda de radio de frecuencia 1.2 MHz induce una corriente de amplitud 5.2 nA en la bobina. ¿Cuál es la amplitud del voltaje inducido a través de la bobina?

31. Para evitar interferencia de radio frecuencia en equipos electrónicos, a menudo se instalan inductores donde sólo se desea la transmisión de señales de baja frecuencia. Si este **regulador de rf** tiene una inductancia de 47 μH, ¿qué reactancia presenta a una corriente suministrada a 60 Hz? ¿Y a una señal de radio de 100 MHz?

*32. Un inductor con $L = 4.0 \times 10^{-2}$ H está conectado a una fuente de fem alterna. Esta fuente suministra una fem $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \times \cos \omega t$, con $\mathcal{E}_{máx} = 0.20$ V y $\omega = 6.0 \times 10^3$ radianes/s.

a) ¿Cuál es la reactancia del inductor?

b) ¿Cuál es la corriente máxima en el circuito?

c) ¿Cuál es la corriente en el instante $t = 0$? ¿Y en el instante $t = \pi/4\omega$?

*33. Un capacitor de 2.0 μF y un inductor de 3.0 mH están conectados en paralelo con una fuente de potencia CA. ¿A qué frecuencia la inductancia inductiva es igual a 3 veces la reactancia capacitiva?

*34. Considérese el circuito que se muestra en la figura 32.37. La fem de la fuente es de la forma $\mathcal{E}_{máx}\cos \omega t$. En términos de esta fem, de la capacitancia C y de la inductancia L, ¿cuáles son las corrientes instantáneas a través del capacitor y del inductor? ¿Cuáles son la corriente instantánea y la potencia instantánea suministradas por la fuente de fem?

FIGURA 32.37 Inductor y capacitor conectados a una fuente de fem.

*35. En el ejemplo 3 se analizó la corriente en un circuito que contiene un resistor, un capacitor y un inductor conectados en paralelo a una fuente de una fem oscilante de frecuencia angular igual a 6.0×10^3 radianes/s y amplitud 1.0×10^{-3} V. ¿Cómo cambiarían las respuestas de este ejemplo si la frecuencia angular se reduce a 3.0×10^3 radianes/s?

*36. Si en el ejemplo 3 la fem es de la forma $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \times \cos \omega t$, ¿cuál es la corriente instantánea neta en el circuito en $t = 0$? ¿Y en $t = \pi/2\omega$? ¿Y en $t = \pi/\omega$?

*37. Un inductor de 4.5×10^{-2} H y un capacitor de 0.25 μF están conectados en paralelo a una fuente de fem alterna de frecuencia ω. ¿Para qué valor de ω tendrán la misma magnitud las corrientes rms en el inductor y en el capacitor?

*38. Un inductor tiene forma de solenoide de radio 0.20 cm, longitud 4.0 cm, con 1 000 vueltas. Este inductor está conectado a un generador que suministra un voltaje rms de 1.2×10^{-4} V CA a una frecuencia angular de 9.0×10^3 radianes/s.

a) ¿Cuál es la inductancia? Si el solenoide puede tratarse como si fuese muy largo.

b) ¿Cuál es la corriente rms que circula por el inductor?

c) ¿Cuál es la energía rms almacenada en el inductor?

32.4 Circuitos de oscilaciones libres *LC* y *RLC*

39. ¿Cuál es la frecuencia natural para un circuito *LC* que consta de un capacitor de 2.2×10^{-6} F y un inductor de 8.0×10^{-2} H?

40. Se quiere construir un circuito *LC* de frecuencia natural 8.0×10^3 Hz. Se dispone de un capacitor de 0.20 μF. ¿Cuál inductor se requiere?

41. ¿Cuál es la frecuencia natural de oscilación del circuito que se muestra en la figura 32.38? Cada capacitancia es de 2.4×10^{-5} F, y la inductancia es igual a 1.2×10^{-3} H.

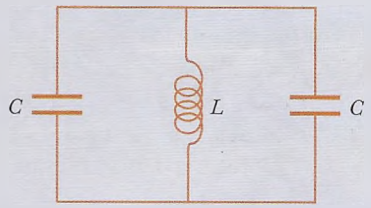


FIGURA 32.38 Dos capacitores iguales conectados a un inductor.

42. Un receptor de radio contiene un circuito *LC* cuya frecuencia natural de oscilación puede ajustarse, o sintonizarse, para coincidir con la frecuencia de ondas de radio entrantes. El ajuste se lleva a cabo por medio de un capacitor variable. Si la inductancia del circuito es de 15 μH, ¿sobre qué intervalo de capacitancias debe ser ajustable el capacitor si las frecuencias de oscilación del circuito deben abarcar el intervalo de 530 kHz hasta 1 600 kHz?

43. En la figura 32.39, el valor de la fem es $\mathcal{E} = 12$ V y la capacitancia es $C = 22$ μF. Después de que el interruptor S en el circuito ha permanecido durante mucho tiempo en la posición 1, se mueve a la posición 2. Luego, la corriente en la espira derecha oscila con amplitud 3.5 mA. ¿Cuál es la frecuencia de oscilación? ¿Cuál es el valor de la inductancia L?

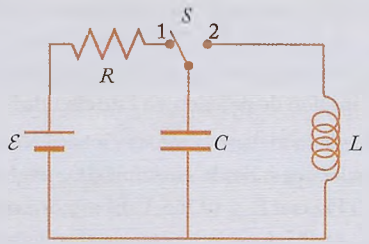


FIGURA 32.39 Circuitos *RC* y *LC* seleccionados por el interruptor.

44. Se tiene un circuito *RLC* en serie no amortiguado (véase la figura 32.19) con $R = 0.75\ \Omega$, $L = 25\ \mu$H y $C = 100$ nF. ¿Cuál es el valor del factor de calidad Q para este circuito? Si la carga inicial del capacitor es $Q_{máx}$, ¿cuántas oscilaciones ocurren antes de que la amplitud de carga se reduzca a $(1/e) \times Q_{máx} \approx 0.37\ Q_{máx}$?

45. Un circuito *RLC* en serie no amortiguado con $R = 2.2 \times 10^{-3}\ \Omega$ debe tener una frecuencia de oscilación de 3.5×10^6 Hz y un factor de calidad Q de 750. ¿Cuáles deben ser los valores de la capacitancia C y la inductancia L?

*46. El circuito de la figura 32.40*a* oscila con el interruptor S cerrado. La gráfica de la corriente contra el tiempo se muestra en la figura 32.40*b*.

a) En el instante t_1, el interruptor se abre repentinamente. La frecuencia de oscilación, ¿aumenta, disminuye o no cambia? En el espacio a la derecha en la figura 32.40*b*, se traza una gráfica aproximada cualitativa de la corriente para instantes posteriores a t_1.

b) El interruptor S se cierra en el instante t_2. Se traza la gráfica de la corriente después de este instante.

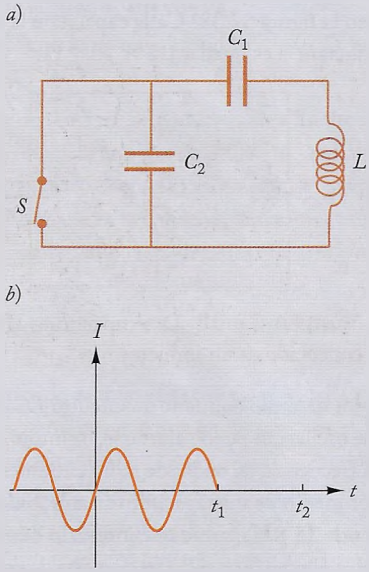


FIGURA 32.40 *a*) Inductor y dos capacitores en un circuito. El interruptor S está cerrado inicialmente. *b*) La corriente en el circuito como una función del tiempo. El interruptor S se abre en $t = t_1$.

32.5 Circuitos en serie con fem alterna

47. Un circuito *RC* en serie está conectado a una fem alterna de 60 Hz con $\mathcal{E}_{máx} = 163$ V. Si $R = 50\ \Omega$, ¿qué valor de C resulta en una amplitud de corriente $I_{máx} = 0.50$ A? ¿Cuál es la razón media de disipación de potencia en este circuito?

48. Un motor puede modelarse como un circuito *RL* en serie. Un motor particular opera desde una toma de energía de pared normal de 60 Hz con $\mathcal{E}_{rms} = 115$ V. El motor extrae una corriente de $I_{rms} = 2.5$ A. Si la resistencia efectiva es $R = 16\ \Omega$, ¿cuál es la reactancia inductiva del circuito? ¿Cuál es el valor de la inductancia?

49. En un circuito CA en serie, la potencia media sólo se disipa en el resistor. Esta potencia es $\bar{P} = \frac{1}{2} I^2_{máx} R$.

a) Se usará la ecuación (32.44) para comprobar que la potencia media puede escribirse como

$$\bar{P} = \tfrac{1}{2}\mathcal{E}_{máx} I_{máx} \frac{R}{Z}$$

b) Se usará el diagrama de fasor de la figura 32.28*c* para volver a escribir lo anterior como

$$\bar{P} = \tfrac{1}{2}\mathcal{E}_{máx} I_{máx} \cos\phi$$

c) La cantidad $\cos\phi$ se denomina **factor de potencia**; es el factor por el que la potencia media se reduce con respecto a la de un circuito puramente resistivo. Un circuito en serie tiene $\mathcal{E}_{máx} = 167$ V, $I_{máx} = 14$ A, y disipa una potencia media de 750 W. ¿Cuál es el factor de potencia? ¿Cuál es el ángulo de fase? ¿Es posible decir que el circuito contiene un capacitor, un inductor o ambos?

50. Un circuito *RLC* en serie está conectado a una fuente de fem alterna como se muestra en la figura 32.41. Los valores de los componentes son $R = 5.2\ \Omega$, $L = 36$ mH y $C = 0.41\ \mu$F. La amplitud de la fuente de la fem es 100 V. Inicialmente, la amplitud de la fuente de fem está sintonizada en resonancia.

a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia?

b) En resonancia, ¿cuál es la amplitud del voltaje que pasa por el inductor?

c) En resonancia, ¿cuál es la amplitud del voltaje entre los puntos 1 y 2 de la figura 32.41?

d) La frecuencia se cambia a 4.7×10^5 radianes por segundo. ¿Cuál es ahora la amplitud del voltaje entre los puntos 1 y 2 de la figura 32.41?

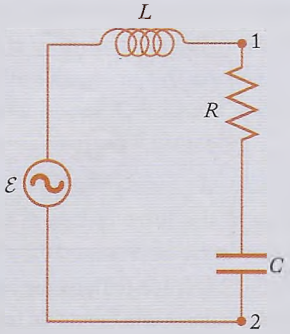


FIGURA 32.41 Circuito *RLC* en serie.

51. Un circuito *RLC* en serie con $R = 3.0\ \Omega$, $C = 20$ pF y una frecuencia de resonancia de 17 MHz está conectado a una fem alterna con $\mathcal{E}_{máx} = 12$ V.

a) En resonancia, ¿cuál es la amplitud del voltaje que pasa por el inductor?

b) En resonancia, ¿cuál es la amplitud del voltaje que pasa por el resistor?

c) ¿Cuál es la potencia media disipada en este circuito?

d) ¿Cuál es el factor de calidad Q de este circuito?

52. A menudo, el circuito RC en serie se utiliza como **filtro de paso alto**. Se tienen un resistor R y un capacitor C conectados en serie a una fuente oscilante de fem de amplitud $\mathcal{E}_{máx}$. En términos de $\mathcal{E}_{máx}$, ¿cuál es la amplitud del voltaje por el resistor para una frecuencia baja cuando $\omega RC = 1/10$? ¿Y para una frecuencia alta cuando $\omega RC = 10$? ¿A qué frecuencia la amplitud del voltaje por el resistor es igual a $\mathcal{E}_{máx}/\sqrt{2}$?

53. A menudo, el circuito RL en serie se utiliza como **filtro de paso bajo**. Se tienen un resistor R y un inductor L conectados en serie con una fuente oscilante de fem de amplitud $\mathcal{E}_{máx}$. En términos de $\mathcal{E}_{máx}$, ¿cuál es la amplitud del voltaje por el resistor para una frecuencia baja cuando $\omega L/R = 1/10$? ¿Y para una frecuencia alta cuando $\omega L/R = 10$? ¿A qué frecuencia la amplitud del voltaje por el resistor es igual a $\mathcal{E}_{máx}/\sqrt{2}$?

*54. La potencia media disipada en un circuito RLC en serie es $\bar{P} = \frac{1}{2}I^2_{máx}R$, donde $I_{máx}$ está dada por la ecuación (32.53). Es posible definir el **ancho de resonancia** en términos de los puntos de media potencia $\bar{P}_{1/2}$ de la curva de resonancia; éstos tienen la mitad del valor del pico, o $\bar{P}_{1/2} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}\mathcal{E}^2_{máx}/R)$. Al hacer $\bar{P} = \bar{P}_{1/2}$, se obtiene una ecuación para los valores de ω en los puntos de media potencia. Resuélvase la ecuación cuadrática resultante y demuéstrese que las dos raíces cuadradas están separadas por

$$\Delta\omega = \frac{R}{L}$$

Así es posible comprobar la equivalencia de las ecuaciones (32.33) y (32.55), $Q = \omega_0 L/R = \omega_0/\Delta\omega$.

*55. Considérese que una fem está conectada a un **circuito *RLC* en paralelo**. En este caso, el voltaje $V_{máx}$ es el mismo a través de la fuente y de cada elemento, pero la corriente neta es la suma de las corrientes individuales, de modo que es posible trazar un diagrama de fasor para las *corrientes*. Elabórese este diagrama. Al dividir la magnitud de cada corriente en el fasor entre el valor común de $V_{máx}$, obtenga un diagrama de fasor que relacione la impedancia, las reactancias y la resistencia. Se usa la geometría del diagrama para demostrar que

$$Z = \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2\right]^{-1/2}$$

56. Considérese un circuito RLC en *paralelo* (véase el problema 55) con $R = 5.0\ \Omega$, $L = 30\ \mu$F y $C = 25$ nF. Se aplica una fem alterna con $\mathcal{E}_{máx} = 15$ V. Determínese la corriente total que hay en el circuito cuando

a) Opera a frecuencia de resonancia.

b) Opera a la mitad de la frecuencia de resonancia.

32.6 El transformador

57. Un transformador usado para aumentar de 115 V a 5 000 V tiene una bobina primaria de 100 vueltas. ¿Cuál debe ser el número de vueltas en la bobina secundaria?

58. El devanado primario de un trasformador tiene 1 200 vueltas, y el secundario, 80 vueltas. Si la fem suministrada al primario es de 115 V CA, ¿cuál es la fem entregada al secundario?

59. Considérese cada uno de los cuatro transformadores ilustrados en la figura 32.34; si el último entrega 115 V CA, ¿cuál es la razón N_1/N_2 de los números de vueltas en los devanados primario y secundario de cada uno de los transformadores?

60. ¿Cuánta corriente circula en el secundario de 1 200 V de un transformador si el primario tiene un voltaje de 12 V y una corriente de 3.0 A?

61. Los generadores de una gran planta de energía entregan una potencia eléctrica de 2 000 MW a 22 kilovolts CA. Para transmisión, el transformador ha aumentado este voltaje rms a 400 kV. ¿Cuál es la corriente rms entregada por los generadores? ¿Cuál es la corriente rms en la línea de transmisión? Supóngase que el transformador no desperdicia potencia.

62. Un transformador que opera con un voltaje primario de 115 V CA suministra un voltaje secundario de 6.0 volts CA a un vibrador pequeño (véase la figura 32.42). Si la corriente en el circuito secundario es 3.0 A, ¿cuál es la corriente rms en el circuito primario? Supóngase que en el transformador no se pierde potencia eléctrica.

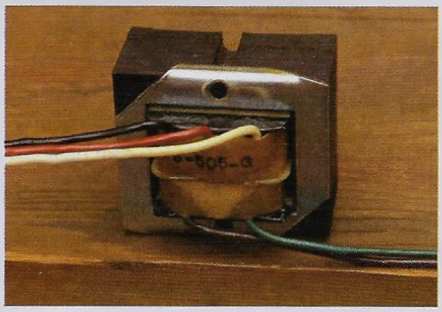


FIGURA 32.42 Transformadores pequeños usados para vibradores y timbres.

63. En un transformador, la razón de vueltas del primario y del secundario es 10:1. Si el voltaje en el primario es 120 V y la corriente en el secundario es 3.0 A, ¿cuánta potencia absorbe el circuito primario del transformador?

64. El mayor transformador que existe manipula una potencia de 1.50×10^9 W. Este transformador se usa para bajar 765 kV CA hasta 345 kV CA. ¿Cuál es la corriente rms en el primario? ¿Y cuál es la corriente en el secundario?, cuando en el transformador no se pierde potencia eléctrica.

65. Las bobinas secundarias de muchos transformadores tienen *derivaciones*, que son conexiones adicionales a una parte intermedia de la bobina secundaria, de modo que, además de todo el voltaje secundario, también se dispone de una fracción fija del voltaje secundario. Considérese un transformador con 115 V CA en el primario y 12 V CA en el secundario que tiene una **derivación central**. El voltaje de 12 V CA en el secundario se aplica a una carga que disipa una potencia media de 4.0 W, y la derivación central (6.0 V CA) a una carga con potencia media de 12 W. ¿Cuál es la corriente en el primario?

66. Un **variac** es un transformador removible, suele tener un contacto deslizable que puede moverse a lo largo de la bobina para seleccionar algún número entero de las vueltas totales en la bobina secundaria. Si el primario de 115 V CA de un variac tiene 200 vueltas y el secundario tiene 250 vueltas, ¿cuál es el voltaje rms máximo disponible en el secundario? ¿Cuál es el incremento mínimo en que puede modificarse el voltaje rms en el secundario?

PROBLEMAS DE REPASO

67. Un resistor de 100 Ω está conectado a una fuente de CA de amplitud 163 V. ¿Cuál es la corriente instantánea en el resistor cuando el voltaje instantáneo es 163 V? ¿Cuál es la corriente instantánea un cuarto de ciclo después? ¿Y medio ciclo después? ¿Y tres cuartos de ciclo después?

68. El área de las placas de un capacitor de placas paralelas es 0.30 m^2, y el espacio de aire que las separa mide 0.0020 cm. Este capacitor está conectado a un generador que suministra un voltaje rms de 12 V CA a una frecuencia angular de 9.0×10^3 radianes/s.

a) ¿Cuál es la capacitancia?

b) ¿Cuál es la corriente rms que circula por las placas?

c) ¿Cuál es la carga rms sobre el capacitor?

d) ¿Cuál es la energía rms almacenada en el capacitor?

*69. Un circuito consta de un resistor conectado en serie con una batería; la resistencia es de 5.0 Ω y la fem de la batería es igual a 12 V. Los cables de resistencia despreciable que conectan estos elementos del circuito están dispuestos a lo largo de un cuadrado de 20 cm × 20 cm (véase la figura 32.43). Todo el circuito está colocado de frente a un campo magnético oscilante. El valor instantáneo del campo magnético es

$$B = B_0 \operatorname{sen} \omega t$$

con $B_0 = 0.15$ T y $\omega = 360$ radianes/s.

a) ¿Cuál es la corriente instantánea en el resistor?

b) ¿Cuál es la potencia media disipada en el resistor?

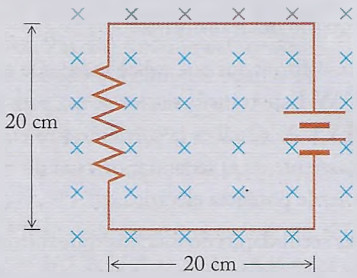


FIGURA 32.43 Circuito colocado en un campo magnético.

*70. Un capacitor con $C = 4.0 \times 10^{-8}$ F está conectado a una fuente oscilante de fem. La fuente suministra una fem $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \times \operatorname{sen} \omega t$, con $\mathcal{E}_{máx} = 0.80$ V y $\omega = 6.0 \times 10^3$ radianes/s.

a) ¿Cuál es la reactancia del capacitor?

b) ¿Cuál es la corriente máxima en el circuito?

c) ¿Cuál es la corriente en el instante $t = 0$? ¿Y en el instante $t = \pi/4\omega$?

*71. Un circuito consta de dos capacitores de 6.0×10^{-8} F y 9.0×10^{-8} F conectados en serie a una fuente oscilante de fem (véase la figura 32.44). Esta fuente suministra una fem cosenoidal $\mathcal{E} = 1.8 \times \cos(120\,\pi t)$, donde $\mathcal{E}$ está en volts y t en segundos.

a) ¿Cuál es la carga sobre cada capacitor como una función del tiempo?

b) ¿En qué instante es máxima la carga sobre el capacitor? ¿En qué instante es mínima?

c) ¿Cuál es la energía máxima en los capacitores? ¿Cuál es la energía media con respecto al tiempo?

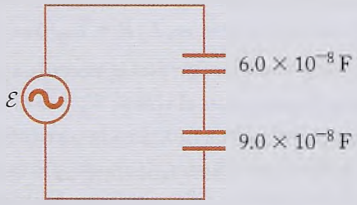


FIGURA 32.44 Dos capacitores en serie conectados a una fuente de fem.

72. Tres capacitores $C_1 = 5.0 \times 10^{-8}$ F, $C_2 = 2.0 \times 10^{-8}$ F y $C_3 = 1.0 \times 10^{-8}$ F están conectados a una fuente oscilante de fem como se muestra en la figura 32.45. La fuente suministra una fem $\mathcal{E} = 2.0 \cos(120\,\pi t)$, donde $\mathcal{E}$ está en voltios y t en segundos.

a) ¿Cuál es la corriente instantánea suministrada por la fuente de fem? ¿Cuál es el valor máximo de esta corriente?

b) ¿Cuál es la corriente instantánea que circula por cada capacitor y la diferencia de potencial instantánea a través de cada capacitor?

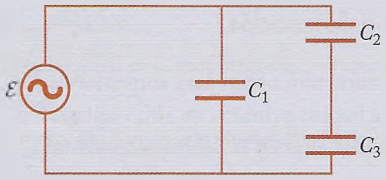


FIGURA 32.45 Tres capacitores conectados a una fuente de fem.

73. Un inductor de 3.0 mH está conectado a una fuente CA de amplitud 8.0 V y frecuencia angular de 3.0×10^3 radianes/s. ¿Cuál es la corriente instantánea en el inductor cuando el voltaje instantáneo es 8.0 V? ¿Cuál es la corriente instantánea un cuarto de ciclo después? ¿Y medio ciclo después? ¿Y tres cuartos de ciclo después?

*74. Un inductor de 1.6×10^3 H está conectado a una fuente de fem alterna. La corriente en el inductor es $I = I_0$ sen ωt, con $I_0 = 180$ A y $\omega = 120\ \pi$ radianes/s.

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través del inductor en el instante $t = 0$? ¿Y en el instante $t = 1/240$ s?

b) ¿Cuál es la energía en el inductor en el instante $t = 0$? ¿Y en el instante $t = 1/240$ s?

c) ¿Cuál es la potencia instantánea suministrada por la fuente de fem al inductor en el instante $t = 0$? ¿Y en el instante $t = 1/240$ s?

75. Un inductor y un resistor están conectados en paralelo a una batería y a una fuente de fem oscilante como se muestra en la figura 32.46. La inductancia es $L = 5.0 \times 10^{-2}$ H, la resistencia es $R = 2\,000\ \Omega$, la fem de la batería es 3.0 V y la fem de la fuente oscilante es $\mathcal{E} = 1.5 \cos(6\,000\pi t)$, donde $\mathcal{E}$ está en volts y t en segundos. En el instante inicial $t = 0$, la corriente en el inductor es cero.

a) A partir de esta condición inicial, ¿cuál es la corriente instantánea en el inductor y en el resistor para instantes después de $t = 0$?

b) ¿Cuál es la potencia instantánea suministrada al inductor y al resistor?

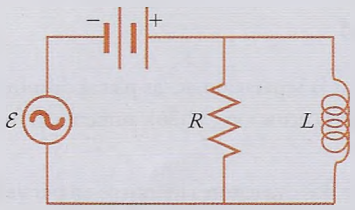


FIGURA 32.46 Inductor y resistor conectados a una batería y una fuente de fem oscilante.

*76. ¿Cuál es la frecuencia de resonancia del circuito que se muestra en la figura 32.47? La inductancia es $L = 1.5$ H, y las capacitancias son $C_1 = 20\ \mu$F y $C_2 = 10\ \mu$F.

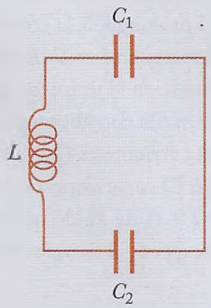


FIGURA 32.47 Dos capacitares conectados a un inductor.

*77. Un circuito LC tiene una inductancia de 5.0×10^{-2} H y una capacitancia de 5.0×10^{-6} F. En $t = 0$, el capacitor está cargado al máximo, de modo que $Q_{máx} = 1.2 \times 10^{-4}$ C. ¿Cuál es la energía en este circuito? ¿En qué instante, después de $t = 0$, la energía es puramente magnética? ¿En qué instante *posterior* la energía es puramente eléctrica?

78. En un circuito RL en serie (véase la figura 32.22), una fem oscilante de 1.2 kHz tiene una amplitud $\mathcal{E}_{máx} = 24$ V y la amplitud de la corriente es $I_{máx} = 0.45$ A. La razón L/R es 5.0×10^{-3} s. ¿Cuál es el valor del resistor?

79. Un circuito RLC en serie (véase la figura 32.41) tiene $\mathcal{E}_{máx} = 15$ V, $R = 6.0\ \Omega$, $L = 55$ mH y $C = 0.25\ \mu$F.

a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia (en Hz)?

b) ¿Cuál es la amplitud del voltaje a través del capacitor en resonancia?

c) ¿Cuál es el factor de calidad Q para este circuito?

80. El devanado primario de un transformador tiene 140 vueltas y el secundario, 2 200 vueltas. Este transformador está conectado a otro transformador idéntico, de modo que la salida del primer transformador sirve como entrada para el segundo transformador. Si el primario del primer transformador se conecta a una fuente de 115 V CA, ¿cuál es el voltaje suministrado por el secundario del segundo transformador?

81. Como se ilustra en la figura 32.34, las compañías eléctricas usan transformadores para aumentar o disminuir el voltaje desde la planta de energía hasta los hogares. Si en una casa se utiliza una corriente de 5.0 V para la aspiradora a 115 V CA, ¿cuánta corriente requiere esto en la planta de energía (a 22 000 V)? ¿Y en la línea de transmisión (a 500 000 V)?

82. Una estación de energía alimenta 1.0×10^8 W de potencia eléctrica a 760 kV hacia una línea de transmisión. Supóngase que 10% de esta potencia se pierde como calor Joule en la línea de transmisión. ¿Qué porcentaje de la potencia se perdería si la estación de energía alimentase 340 kV hacia la línea de transmisión en vez de 760 kV, si las demás condiciones permanecen igual?

83. Un transformador consta de dos bobinas concéntricas de alambre delgado aislado de baja resistencia. Una bobina tiene 800 vueltas y la otra, 200. La segunda bobina está estrechamente devanada alrededor de la primera, de modo que ambas tienen casi el mismo radio. Si la primera bobina se conecta a una fuente de fem oscilante, suministrando un voltaje de 60 V de amplitud y frecuencia de 1 500 Hz, ¿cuál es el voltaje a través de las terminales de la segunda bobina?

Respuestas a las revisiones

Revisión 32.1

1. Debido a que éste es el doble del voltaje rms de 115 V CA, la fem máxima también se duplica a 2×163 V $= 326$ V. También puede usarse la ecuación (32.8) para obtener $\mathcal{E}_{máx} = \sqrt{2}\mathcal{E}_{rms} = \sqrt{2} \times 230$ V $= 325$ V.
2. Por las definiciones de costumbre, la corriente es máxima en su valor más positivo ($I_{máx}$), y es mínima en su valor más negativo ($-I_{máx}$). Así, para una frecuencia de 60 Hz, hay 60 mínimos y 60 máximos por segundo. La potencia siempre es positiva para un circuito resistor ($P = I^2R$), por lo que varía entre cero y $P_{máx}$ dos veces por ciclo de corriente (una vez para corriente positiva y otra para corriente negativa); así, la potencia tiene 120 mínimos y 120 máximos por segundo.
3. Tanto la ranura grande como la ranura redonda están casi al potencial de cero volts, por lo que en la lámpara no circula corriente perceptible y ésta no brilla.
4. (A) 100 W. Una fem con 141 V de amplitud tiene un voltaje raíz cuadrático medio $\mathcal{E}_{rms} = \mathcal{E}_{máx}/\sqrt{2} = 141\text{ V}/\sqrt{2} = 100$ V y entonces una potencia media $\bar{P} = \mathcal{E}^2_{rms}/R = (100\text{ V})^2/(100\ \Omega) = 100$ W.

Revisión 32.2

1. No: instantáneamente, la corriente es cero cuando el voltaje es máximo, lo cual es claramente distinto a la ley de Ohm. Sin embargo, las *amplitudes* de la corriente y el voltaje siguen una relación semejante a la ley de Ohm: $I_{máx} = \mathcal{E}_{máx}/X_C$, donde la reactancia capacitiva $X_C = 1/(\omega C)$ ofrece una oposición dependiente de la frecuencia a la corriente alterna.
2. La energía almacenada varía con el cuadrado de la fem instantánea $U = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$ [véase la ecuación (26.27)]. Debido a que $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx} \cos \omega t$, se obtiene una gráfica semejante a la figura 32.5, excepto que el valor máximo, que ocurre en $t = 0, \pi/\omega, 2\pi/\omega$, etc., es una energía con valor $U_{máx} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2_{máx}$.
3. La reactancia capacitiva es inversamente proporcional a la frecuencia; $X_C = 1/(\omega C)$, por lo que a 600 Hz es 10 veces menor, o $10^8\ \Omega$. De manera semejante, a 6 000 Hz es $10^7\ \Omega$.
4. Sí: baja frecuencia significa condiciones casi estáticas (la CD corresponde a frecuencia cero), donde la carga sobre las placas del capacitor no cambian a ninguna razón perceptible, de modo que esencialmente no hay corriente.
5. (C) 2, 4. Para un capacitor dado a frecuencia fija, la corriente es proporcional a la amplitud del voltaje, $I_{máx} = \mathcal{E}_{máx}/X_C$, de modo que aumenta por un factor de 2. Para un capacitor, la potencia máxima es proporcional al cuadrado de la amplitud del voltaje, por lo que la nueva potencia máxima está relacionada con la anterior por un factor de 4.

Revisión 32.3

1. No: instantáneamente, la corriente es cero cuando el voltaje es máximo, lo cual es claramente distinto a la ley de Ohm. Sin embargo, las *amplitudes* de la corriente y el voltaje obedecen una relación semejante a la ley de Ohm: $I_{máx} = \mathcal{E}_{máx}/X_L$, donde la reactancia inductiva $X_L = \omega L$ ofrece una oposición dependiente de la frecuencia a la corriente alterna.
2. La energía almacenada varía con el cuadrado de la corriente instantánea: $U = LI^2/2$ [véase la ecuación (31.26)]. Debido a que, por la ecuación (32.18), $I = [\mathcal{E}_{máx}/(\omega L)]$ sen ωt, para la energía se obtiene una gráfica sen$^2\ \omega t$ (semejante a la gráfica cos$^2\ \omega t$ de la figura 32.5), con un valor mínimo de cero en $t = 0$ (y en $t = \pi/\omega, 2\pi/\omega$, etc.) y valores máximos de $U_{máx} = \mathcal{E}^2_{máx}/(2\omega^2 L)$.
3. La reactancia inductiva es proporcional a la frecuencia; $X_L = \omega L = 2\pi f L$. Así, a 10 veces la frecuencia (600 Hz), la reactancia inductiva es 10 veces mayor, o $10^4\ \Omega$. De manera semejante, a 6 000 Hz es $10^5\ \Omega$.
4. Sí: baja frecuencia significa condiciones casi estáticas (la CD corresponde a frecuencia cero), de modo que no hay fuerza contraelectromotriz que se oponga al voltaje inducido; como no hay resistencia, la corriente es grande.
5. (D) $\frac{1}{10}$; 10. Aumentar la inductancia por un factor de 10 incrementa la reactancia inductiva por el mismo factor ($X_L = \omega L$), y así la corriente *disminuye* por un factor de 10 ($I_{máx} = \mathcal{E}_{máx}/X_L$).

Revisión 32.4

1. Al aumentar la separación de las placas disminuye la capacitancia y así, por la ecuación (32.26), aumenta la frecuencia de resonancia.
2. Al conectar dos capacitores idénticos en paralelo se incrementa la capacitancia por un factor de 2; esto disminuye $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ por un factor de $\sqrt{2}$ [ecuación (32.26)].
3. Por la ecuación (32.33), $Q = \omega_0 L/R = X_L/R = 500\ \Omega/10\ \Omega = 50$. Por la ecuación (32.34), un tiempo característico para la amplitud de oscilación decreciente incluye $N = Q/\pi = 50/\pi \approx 16$ ciclos.
4. (B) $\mathcal{E}\sqrt{LC}/R$; sen ωt. Con el interruptor en la posición 1 durante un tiempo prolongado, la corriente en la espira izquierda se vuelve estacionaria en $I = \mathcal{E}/R$. Cuando se cambia a la posición 2, la corriente en el inductor permanece inicialmente sin cambio y luego oscila con el tiempo. Por la ecuación (32.25) esta amplitud de la corriente es $Q_{máx}/\sqrt{LC}$, lo que implica $Q_{máx} = \mathcal{E}\sqrt{LC}/R$. El capacitor está descargado inicialmente; es decir, $Q = 0$ en $t = 0$, de modo que sen ωt proporciona la dependencia con respecto al tiempo de la carga.

Revisión 32.5

1. Si la corriente aumenta, la impedancia debió disminuir. Sólo una reactancia capacitiva disminuye con la frecuencia [$X_C = 1/(\omega C)$], de modo que si sólo hay otro componente, debe ser un capacitor.
2. La corriente es máxima en resonancia, cuando $I_{máx} = \mathcal{E}_{máx}/R$, por lo que $R = \mathcal{E}_{máx}/I_{máx} = 1.0\ \text{V}/0.20\ \text{A} = 5.0\ \Omega$. Por la ecuación (32.54), el factor de calidad es $Q = X_L/R = 50\ \Omega/5.0\ \Omega = 10$.
3. Hay varias formas para calcular Q; por ejemplo, es posible usar la ecuación (32.54): $Q = V_{máx,L}/V_{máx,R} = 200\ \text{V}/1.0\ \text{V} = 200$.
4. (E) 2.0 V. En resonancia, los voltajes por el inductor y el capacitor tienen la misma magnitud, aunque están fuera de fase 180° y su suma es cero. Así, como se analizó en el ejemplo 6, la amplitud del voltaje a través del resistor es la misma que la de la fem; es decir, en ω_0 se tiene $V_{máx,R} = \mathcal{E}_{máx} = 2.0$ V.

Revisión 32.6

1. La razón de las fems es la misma que la razón de vueltas en las bobinas, por lo que el número de vueltas en el secundario debe ser un factor de 2 mayor que el número de vueltas en el primario.
2. Para un transformador reductor, un voltaje menor requiere una corriente mayor en el secundario, ya que la potencia entregada a la carga es igual a la potencia extraída de la fuente [ecuación (32.61)].
3. (E) 10, 2.5, 0.4, 0.1. El transformador con razón de vueltas igual a 2 proporciona una razón de voltaje de 2 o de $\frac{1}{2}$, dependiendo de si se utiliza un transformador elevador o reductor. De manera semejante, el otro transformador puede proporcionar una razón de voltaje de 5 o de $\frac{1}{5}$. Conectados uno después del otro, se tienen cuatro combinaciones posibles: $2 \times 5 = 10$, $\frac{1}{2} \times 5 = 2.5$, $\frac{1}{5} \times 2 = 0.4$ y $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = 0.1$.