CAPÍTULO

29

Fuerza y campo magnético

29.1 La fuerza magnética

29.2 El campo magnético

29.3 La ley de Ampère

29.4 Solenoides y electroimanes

29.5 La ley de Biot-Savart

CONCEPTOS EN CONTEXTO

Concepto en contexto

El alambre recto conduce una corriente grande, y esa corriente hace que las pequeñas partículas de hierro en la fotografía formen figuras circulares. Este capítulo explica que la corriente ejerce una fuerza magnética sobre otras cargas o corrientes en movimiento, como las corrientes microscópicas en las partículas de hierro, y se describirá esa fuerza en términos del campo magnético producido por la corriente.

Para una corriente en un alambre recto, se tratarán preguntas como:

? ¿Cuál es la fuerza sobre una carga en movimiento cerca de un alambre largo? (Sección 29.1, página 928 y ejemplo 1, página 930)

? ¿Cuál es la dirección del campo magnético cerca del alambre? (Sección 29.2, página 936 y ejemplo 4, página 940)

? ¿Cómo varía el campo magnético fuera del alambre, en función de la distancia? (Sección 29.2, página 939 y ejemplo 4, página 940) ¿Cómo varía el campo magnético dentro del alambre? (Ejemplo 5, página 940)

? ¿Cuál es el campo magnético total debido a dos alambres? (Ejemplo 3, página 938)

? ¿Cuál es el campo magnético cerca de un alambre corto y recto? (Sección 29.5, página 949)

Las fuerzas magnéticas más conocidas en la experiencia cotidiana son las que ejercen entre sí los imanes permanentes, o sobre piezas de hierro u otro material "magnético". Si se juntan dos imanes rectos (o imanes de barra), se atraen o se repelen. Si se juntan los polos iguales, se repelen, y si se juntan los polos opuestos, se atraen (véase la figura 29.1). Esta atracción o repulsión entre imanes permanentes también explica el comportamiento de una brújula, que no es más que un imán pequeño que puede girar sobre un pivote. Cuando se acerca una brújula, por ejemplo, al polo sur de un imán recto, ese polo sur atrae al polo norte de la brújula, y la brújula quedará en una configuración de equilibrio en la que apunta aproximadamente al polo sur del imán de barra (véase la figura 29.2). Cuando se retira la brújula de la influencia perturbadora de imanes cercanos, responderá a la fuerza magnética que ejerce la Tierra, y apuntará hacia el norte. El núcleo terrestre funciona como un gran imán permanente, cuyos polos coinciden aproximadamente con los polos geográficos (véase la figura 29.3; el polo norte de la brújula es atraído por el polo norte geográfico de la Tierra, porque en realidad este polo norte geográfico es el polo sur magnético de la Tierra).

Las fuerzas magnéticas entre imanes permanentes se conocían desde hace siglos, pero sólo en el siglo XIX se descubrió que las corrientes eléctricas también ejercen fuerzas magnéticas sobre los imanes permanentes (véase la figura 29.4) y que las corrientes eléctricas ejercen fuerzas magnéticas entre sí. Finalmente se llegó a comprender que *la fuerza magnética no es más que una fuerza eléctrica más que actúa entre cargas en movimiento*. La fuerza eléctrica ordinaria, determinada por la ley de Coulomb, siempre se da entre cargas eléctricas cuando están en reposo y cuando están en movimiento. La fuerza magnética adicional actúa entre cargas eléctricas, sólo cuando están en movimiento. Si las cargas se mueven a través de un alambre y forman corrientes, o si se mueven por el espacio vacío, solas, no hay gran diferencia a este respecto; en ambos casos, *las cargas en movimiento ejercen fuerzas magnéticas entre sí.*

Las fuerzas magnéticas entre imanes permanentes se basan en el mismo mecanismo fundamental que las fuerzas magnéticas entre cargas en movimiento o entre corrientes. Las fuerzas magnéticas entre imanes permanentes se deben a corrientes microscópicas en los átomos del imán. Dentro de esos átomos, las corrientes forman circuitos cerrados.

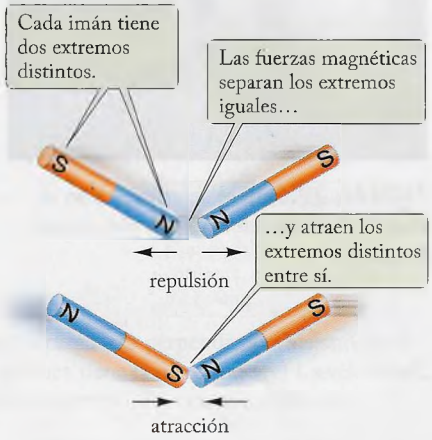


FIGURA 29.1 Los extremos iguales de dos imanes rectos se repelen; los extremos opuestos se atraen.

FIGURA 29.2 Una brújula cerca de un imán recto.

FIGURA 29.3 La Tierra se comporta como un gran imán recto permanente, con sus polos magnéticos casi opuestos a los polos geográficos.

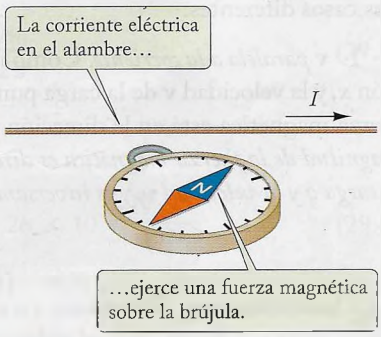


FIGURA 29.4 Una brújula cerca de un alambre que conduce corriente eléctrica. La aguja tiende a orientarse en ángulo recto con el alambre.

FIGURA 29.5 Si se acerca un imán al cinescopio de la televisión, se distorsiona la imagen.

Aunque los anillos microscópicos individuales de corriente son demasiado débiles para producir una fuerza apreciable, el imán contiene muchos átomos y muchos anillos de corriente, y el efecto combinado de todos ellos produce una fuerza macroscópica apreciable sobre otro imán cercano o sobre una carga en movimiento o corriente. Se puede observar la fuerza que ejerce un imán sobre una carga en movimiento cuando se coloca el imán cerca de una pantalla de televisión o de computadora.[1] La fuerza magnética sobre los electrones en movimiento en el cinescopio los desviará y producirá distorsiones extrañas en la imagen de la pantalla (véase la figura 29.5).

En este capítulo se explica que la fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento se puede expresar en términos de un campo magnético, de modo muy parecido a cómo la fuerza eléctrica se puede expresar en función de un campo eléctrico. Se examinará la forma en que las corrientes generan campos magnéticos, y se examinarán varias formas de cálculo de campos magnéticos generados por distribuciones dadas de corrientes.

29.1 LA FUERZA MAGNÉTICA

En principio, sería deseable comenzar el estudio de las fuerzas magnéticas con la ley de fuerza magnética entre dos cargas puntuales en movimiento, del mismo modo en que el estudio de las fuerzas eléctricas partió de la ley de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales en reposo (ley de Coulomb). Sin embargo, la magnitud y la dirección de la fuerza magnética que ejercen entre sí dos cargas en movimiento depende de sus velocidades, y la fórmula matemática de esa fuerza es bastante confusa.

Conceptos en contexto

En lugar de ocuparse de este caso complicado, será más fácil comenzar con la fuerza magnética que ejerce una corriente constante I que pasa por un alambre largo y recto sobre una carga puntual q en movimiento. Ésta será la base del estudio de las fuerzas magnéticas, y se considerará la fórmula de la fuerza magnética que una corriente por un alambre ejerce sobre una carga puntual como una ley fundamental de la física, justificada por experimentos. La fórmula de esa fuerza magnética es algo parecida a la de la fuerza eléctrica ejercida sobre una carga puntual por una varilla larga y recta cargada. De acuerdo con el ejemplo 5 del capítulo 23, la fuerza eléctrica que ejerce esa varilla cargada sobre la carga puntual es inversamente proporcional a la distancia r entre la carga puntual y la varilla. Esta proporcionalidad inversa respecto a la distancia r también rige para la fuerza magnética $\mathbf{F}$ que ejerce la corriente en un alambre largo sobre una carga puntual en movimiento. Sin embargo, a diferencia de la fuerza eléctrica, la fuerza magnética también depende de la velocidad $\mathbf{v}$ de la carga en movimiento; la magnitud y la dirección de la fuerza magnética $\mathbf{F}$ dependen de la magnitud y la dirección de la velocidad $\mathbf{v}$. Para enunciar con detalle esta dependencia, es útil examinar tres casos diferentes:

1. $\mathbf{v}$ *paralela a la corriente.* Como ilustra la figura 29.6*a*, la corriente I tiene la dirección x, y la velocidad $\mathbf{v}$ de la carga puntual q tiene esa misma dirección. En este caso, la fuerza magnética está en la dirección radial, hacia la corriente, o alejándose de ella. *La magnitud de la fuerza magnética es directamente proporcional al producto de la corriente I, la carga q y la velocidad v, y es inversamente proporcional a la distancia r*:

$$F = -[\text{constante}] \times \frac{qvI}{r} \tag{29.1}$$

[1] Sólo se debe hacer este experimento con una pantalla antigua e inútil, porque se podría causar una mancha permanente en ella. Algunos monitores de computadora tienen la función de "degaussado" que puede eliminar esa mancha.

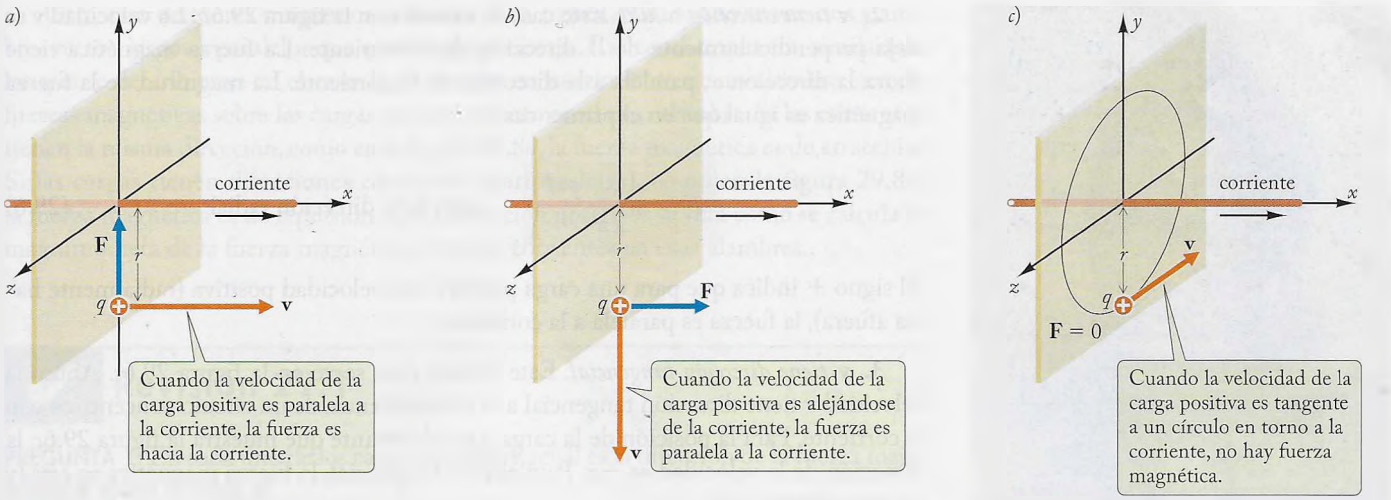


FIGURA 29.6 Dirección de la fuerza magnética para tres direcciones posibles de la velocidad de la carga q (en estos diagramas se supone que q es positiva). La corriente en el alambre tiene la dirección x en cada caso. *a)* La velocidad de la carga q tiene la dirección x. La fuerza magnética tiene la dirección radial hacia adentro. *b)* La velocidad de la carga q es perpendicular, alejándose de la corriente. La fuerza magnética tiene la dirección x. *c)* La velocidad de la carga q tiene dirección tangencial. En este caso, la fuerza magnética es cero.

El signo de menos en esta fórmula indica que la fuerza es de atracción si la carga q es positiva, y la velocidad **v** y la corriente I tienen la misma dirección. Así, en contraste con la fuerza de repulsión eléctrica, la fuerza magnética entre una carga positiva y una corriente es de atracción, cuando la velocidad y la corriente tienen la misma dirección. Sin embargo, esa fuerza es de repulsión cuando la velocidad y la corriente tienen direcciones opuestas. En forma más general, si se considera que v es positiva cuando es paralela a la corriente, y negativa cuando es antiparalela, la fuerza magnética es de atracción si el producto qvI es positivo, y de repulsión si qvI es negativo. Se observa que la fuerza magnética es cero a menos que tanto la velocidad v y la corriente I sean distintas de cero; tanto la carga q como las cargas en el alambre deben estar en movimiento para que haya una fuerza magnética entre ellas.

En el sistema de unidades SI, el valor numérico de la constante de proporcionalidad en la ecuación (29.1) es exactamente

$$[\text{constante}] = 2 \times 10^{-7}\ \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{C}^2} \tag{29.2}$$

La forma convencional de escribir esta constante es

$$[\text{constante}] = \frac{\mu_0}{2\pi} \tag{29.3}$$

siendo

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{C}^2} \approx 1.26 \times 10^{-6}\ \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{C}^2} \tag{29.4}$$

constante de permeabilidad

A la cantidad μ_0 se le llama **constante magnética** o **constante de permeabilidad**. Con esta constante, la ecuación de la fuerza magnética sobre la carga puntual q es

$$F = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{qvI}{r} \quad \text{cuando } \mathbf{v} \text{ es paralela a la corriente} \tag{29.5}$$

fuerza magnética ejercida por una corriente en un alambre largo sobre una carga en movimiento

HANS CHRISTIAN OERSTED (1777-1851) *Físico y químico danés, profesor en Copenhague. Observó que una brújula se desvía cuando se coloca cerca de un alambre que conduce una corriente eléctrica. Este descubrimiento proporcionó la primera prueba empírica de una conexión entre los fenómenos eléctricos y magnéticos.*

2. **v** *tiene dirección radial.* Este caso se muestra en la figura 29.6*b*. La velocidad **v** se aleja perpendicularmente de la dirección de la corriente. La fuerza magnética tiene ahora la dirección x, paralela a la dirección de la corriente. La magnitud de la fuerza magnética es igual que en el primer caso:

$$F = +\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{qvI}{r} \qquad \text{para } \mathbf{v} \text{ en dirección radial} \tag{29.6}$$

El signo + indica que para una carga positiva con velocidad positiva (radialmente hacia afuera), la fuerza es paralela a la corriente.

3. **v** *tiene dirección tangencial.* Este último caso se ve en la figura 29.6*c*. Ahora la velocidad **v** tiene dirección tangencial a la circunferencia de un círculo concéntrico con la corriente. Para la posición de la carga q en el instante que muestra la figura 29.6*c*, la dirección de la velocidad es $-z$. Para el caso tangencial, la fuerza magnética es *cero* (y no tiene dirección):

$$F = 0 \qquad \text{para } \mathbf{v} \text{ en dirección tangencial} \tag{29.7}$$

Si la dirección de la velocidad **v** *no es* como la que se describe en uno de los tres casos básicos anteriores, 1, 2 o 3, se podrá desdoblar en tres componentes a lo largo de las direcciones descritas en estos tres casos básicos, y la fuerza magnética se determina calculando la contribución para cada dirección por separado, para entonces sacar la suma vectorial de las fuerzas magnéticas separadas. Así, en principio, se puede calcular la fuerza magnética sobre una carga q que se mueve en una dirección arbitraria si se considera una combinación adecuada de los tres casos básicos descritos arriba (en la próxima sección se explicará una forma más cómoda para calcular la fuerza sobre una carga que se mueve en una dirección arbitraria, mediante el campo magnético). Nótese que en todos los casos, *la fuerza magnética es proporcional a la velocidad de la carga puntual*; esta perpendicularidad entre fuerza y velocidad es una propiedad característica de la fuerza magnética.

Las ecuaciones (29.5) y (29.6) para la fuerza magnética ejercida por una corriente sobre una carga en movimiento se deben considerar como leyes básicas de la física, enraizadas en experimentos con corrientes y con cargas en movimiento. Al estudiar el magnetismo, esas leyes de la fuerza magnética tienen un papel análogo al de la ley de Coulomb en electricidad.

Conceptos en contexto

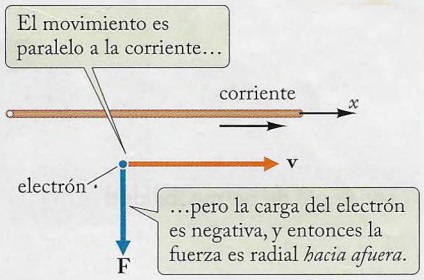


FIGURA 29.7 Un electrón se mueve en dirección paralela a un alambre que conduce una corriente. La magnitud de la fuerza tiene dirección perpendicular, alejándose de la corriente.

EJEMPLO 1 Un alambre largo y recto conduce 50 A de corriente. Un electrón con rapidez de 2.0×10^6 m/s se mueve (en forma instantánea) paralelamente a ese conductor, a una distancia de 0.030 m. ¿Qué fuerza magnética ejerce la corriente en el alambre sobre el electrón?

SOLUCIÓN: En esencia, éste es el caso 1 anterior, pero ahora la carga q es negativa, $q = -e$. Si la corriente I tiene la dirección x, como en la figura 29.7, y si la velocidad del electrón también tiene la dirección x, entonces la fuerza magnética es de repulsión, alejándose radialmente de la corriente, y su magnitud es

$$F = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{qvI}{r} = +\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{evI}{r}$$

$$= 2 \times 10^{-7}\,\frac{\text{N}\cdot\text{s}^2}{\text{C}^2} \times \frac{1.6 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 2.0 \times 10^6\ \text{m/s} \times 50\ \text{A}}{0.030\ \text{m}}$$

$$= 1.1 \times 10^{-16}\ \text{N}$$

Otro caso de fuerza magnética se ilustra en la figura 29.8, donde se ven dos alambres rectos, largos y paralelos que conducen corrientes. Las condiciones son similares a las que se describieron en el caso 1. Las cargas en movimiento de un alambre ejercen fuerzas magnéticas sobre las cargas en movimiento en el otro alambre. Si las corrientes tienen la misma dirección, como en la figura 29.8*a*, la fuerza magnética es de atracción. Si las cargas tienen direcciones contrarias (antiparalelas), como en la figura 29.8*b*, la fuerza magnética es de repulsión. En una sección posterior se verá cómo se calcula la magnitud neta de la fuerza magnética entre las corrientes en esos alambres.

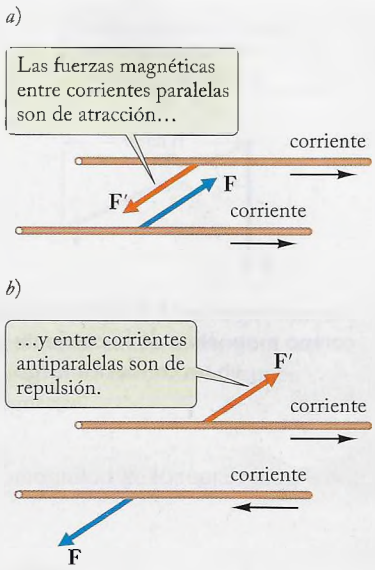


FIGURA 29.8 Dos alambres largos, rectos y paralelos que conducen corrientes *a*) en la misma dirección, y *b*) en dirección contraria.

Revisión 29.1

PREGUNTA 1: En cada uno de los casos siguientes, ¿cuál es la dirección de la fuerza magnética **F** sobre la carga q?

a) En la figura 29.6*a*, la carga positiva q se mueve hacia la izquierda (en dirección $-x$) en lugar de hacia la derecha.

b) En la figura 29.6*b*, la carga positiva q se mueve hacia arriba (en dirección $+y$) en lugar de hacia abajo.

c) En la figura 29.6*b*, una carga negativa q se mueve hacia abajo.

d) En la figura 29.6*c*, la carga positiva q se mueve en dirección $+z$, en lugar de $-z$.

PREGUNTA 2: Si se invierte la corriente en la figura 29.6, ¿cómo cambia la fuerza magnética ejercida sobre la carga q?

PREGUNTA 3: Si aumenta la distancia entre el alambre y la carga q, al doble de la distancia que muestra la figura 29.7, ¿cómo cambia la fuerza magnética ejercida sobre la carga q?

PREGUNTA 4: Se tiene una corriente que va a lo largo del eje x, en dirección de $+x$, y una carga q a una distancia r abajo del origen en el eje y, como en la figura 29.6. Sin embargo, ahora la velocidad **v** de la carga no es paralela a un eje. Si la velocidad de la carga es v_0, la fuerza sobre la carga es máxima cuando

(A) $\mathbf{v} = v_0(\mathbf{i} + \mathbf{j})/\sqrt{2}$ (B) $\mathbf{v} = v_0(\mathbf{i} + \mathbf{k})/\sqrt{2}$ (C) $\mathbf{v} = v_0(\mathbf{j} + \mathbf{k})/\sqrt{2}$

29.2 EL CAMPO MAGNÉTICO

En la sección 23.1 se explicó que la fuerza eléctrica se comunica de una carga q' a otra carga q a través de un campo eléctrico. De igual modo, *la fuerza magnética se comunica de una carga en movimiento q' a otra carga en movimiento q a través de un campo magnético*, que sirve como mediador de la fuerza magnética, de acuerdo con un esquema similar al del campo eléctrico:

corriente I (o carga en movimiento q')	$\Rightarrow$	campo magnético de la corriente I	$\Rightarrow$	fuerza sobre la carga en movimiento q

A partir de las fórmulas de fuerza magnética (29.5) o (29.6) ejercida por una corriente, se definirá el campo magnético separando la expresión de la fuerza en dos factores: uno que comprenda cantidades asociadas sólo con la carga puntual en movimiento (su carga q, su velocidad **v**) y otro factor que tenga cantidades asociadas con la corriente (su

magnitud I y su distancia r a la carga puntual). Entonces, en el caso de una carga puntual que se mueva en dirección paralela a la corriente,

$$F = (qv)\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right) \tag{29.8}$$

Al segundo factor (incluyendo la constante de proporcionalidad μ_0), se le llama campo magnético de la corriente, y se representa por B:

campo magnético de la corriente en un conductor largo

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{29.9}$$

La ecuación de la magnitud de la fuerza eléctrica (29.5) o (29.6) es, entonces,

$$F = qvB \tag{29.10}$$

Conceptos en contexto

Para un alambre largo, la dirección del campo magnético de la corriente es tangente a un círculo que tiene a la corriente en su centro. La figura 29.9 muestra la dirección del campo magnético en varias posiciones en torno a la corriente. Nótese que la dirección del campo magnético coincide con la dirección de la velocidad **v** para la cual es cero la fuerza magnética sobre la carga en movimiento (compárese con el caso 3 anterior). Así, no hay fuerza magnética cuando la dirección es paralela al campo magnético.

regla de la mano derecha para el campo magnético

La dirección del campo magnético de una corriente en un alambre se puede determinar con una sencilla **regla de la mano derecha para el campo magnético**: *si el pulgar de la mano derecha se apoya en la dirección de la corriente, los dedos se flexionan en torno al alambre, en la dirección del campo magnético* (véase la figura 29.10). Esta regla concuerda con la dirección del campo magnético que muestra la figura 29.9.

De acuerdo con la ecuación (29.9), el campo magnético de la corriente en un alambre largo y recto es inversamente proporcional a la distancia r. En este aspecto, el campo magnético del alambre largo y recto es similar al campo eléctrico de una línea de carga larga y recta [véase la ecuación (24.23)]. Pero las direcciones de esos campos son diferentes: el campo magnético tiene dirección tangencial, mientras que el campo eléctrico tiene dirección radial.

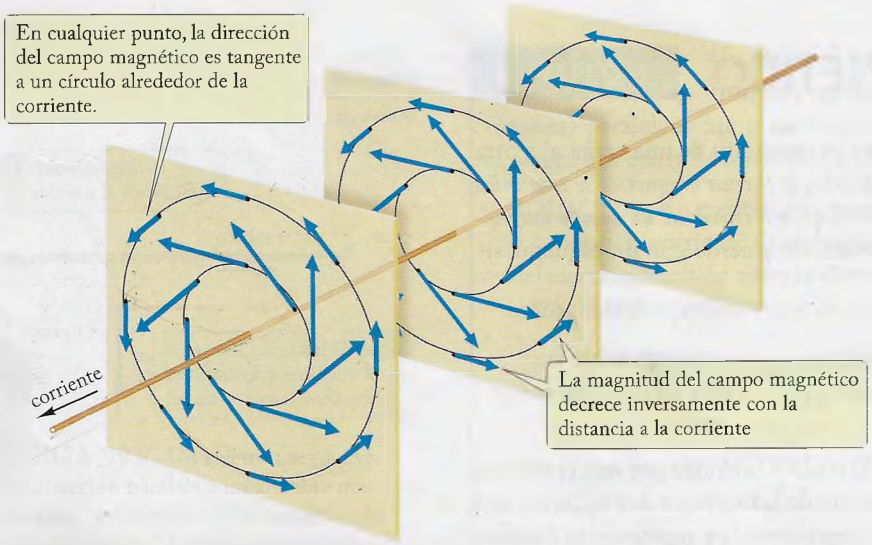


FIGURA 29.9 Campo magnético alrededor de una corriente en un alambre.

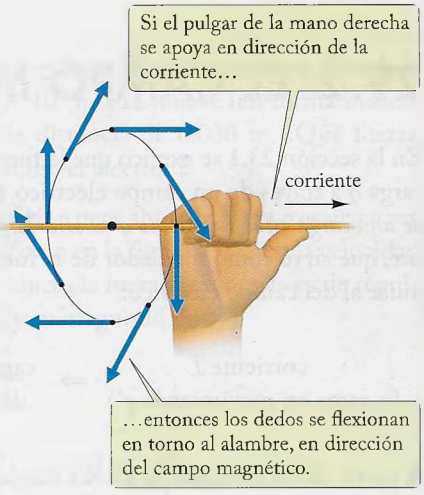


FIGURA 29.10 La regla de la mano derecha indica la dirección del campo magnético de una corriente en un alambre.

La ecuación (29.10) es válida para el caso de una carga puntual que se mueve paralela a la corriente. Pero se puede generalizar con facilidad esta ecuación para abarcar todos los demás casos del movimiento de la carga puntual, si se reconoce que en los casos 1 y 2 la carga puntual se mueve en dirección perpendicular a la del campo magnético, y en el caso 3 la carga puntual se mueve en dirección paralela al campo magnético (compárense las figuras 29.6 con 29.9). La ausencia de una fuerza magnética en el caso del movimiento paralelo (o antiparalelo) al campo magnético quiere decir que si la carga puntual se mueve formando cierto ángulo general α con respecto al campo magnético (véase la figura 29.11), sólo el componente de su velocidad perpendicular al campo magnético genera una fuerza magnética, mientras que el componente paralelo al campo magnético no. Pero el componente de la velocidad **v** perpendicular al campo magnético es v sen α (véase la figura 29.11). Por consiguiente, una ecuación general para la magnitud de la fuerza magnética es

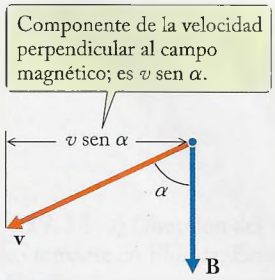


FIGURA 29.11 Una carga puntual q moviéndose en cierto ángulo α con respecto a la dirección del campo magnético.

$$F = qvB \text{ sen } \alpha \tag{29.11}$$

magnitud de la fuerza magnética

En forma automática, esta ecuación vale cero si $\alpha = 0$ (movimiento paralelo a **B**) y es $F = qvB$ si $\alpha = 90°$ [movimiento perpendicular a **B**; véase la ecuación (29.10)].

Por medio del producto vectorial, presentado en el capítulo 3, se puede escribir una fórmula concisa que represente la magnitud y la dirección de la fuerza a la vez:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \tag{29.12}$$

vector fuerza magnética

De acuerdo con la fórmula general (3.29) para la magnitud del producto cruz, la magnitud de $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ es vB sen α, en concordancia con la ecuación (29.11). La figura 29.12 ilustra cómo el producto cruz de los dos vectores **v** y **B** determina la dirección del vector fuerza **F**. Se observa que se debe orientar la mano derecha de modo que los dedos se puedan flexionar desde el primer vector **v** hacia el segundo vector **B**; el pulgar indica entonces la dirección del producto cruz $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, y en consecuencia, para una carga positiva q, la dirección de la fuerza **F**.

Si tanto el campo eléctrico como el campo magnético ejercen fuerzas sobre una carga q, la fuerza neta sobre la carga es igual a la suma vectorial de las fuerzas individuales. La fuerza total debida al campo eléctrico **E** y al campo magnético **B** se llama **fuerza de Lorentz**:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \tag{29.13}$$

fuerza de Lorentz

En el capítulo siguiente se examinarán casos en los que intervengan los campos eléctrico y magnético a la vez. Por ahora sólo se describirán campos magnéticos.

Al usar como guía la definición (29.9) del campo magnético producido por una corriente en un alambre largo y recto, ya se puede proceder a definir el campo magnético producido por cualquier distribución general de cargas en movimiento o corrientes.

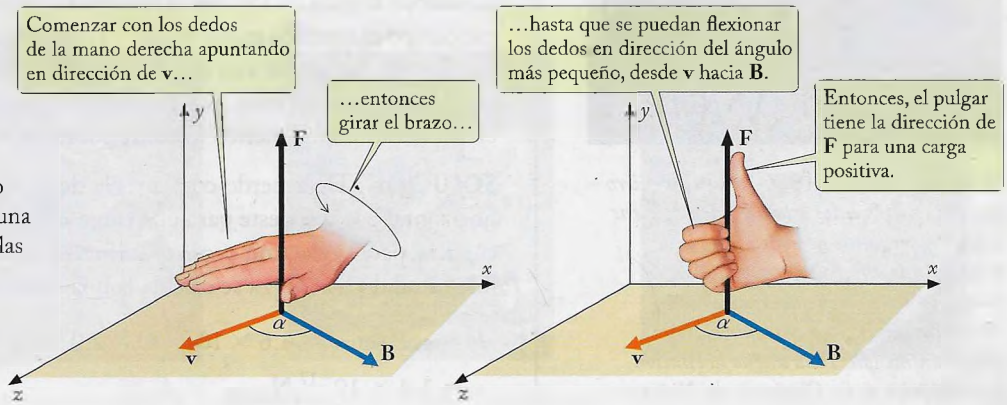


FIGURA 29.12 Esta regla de la mano derecha para la fuerza magnética sobre una carga puntual en movimiento relaciona las direcciones del campo magnético **B**, la fuerza magnética **F** y la velocidad **v**. El vector **F** siempre es perpendicular al plano formado por los vectores **B** y **v** (en esta figura, plano horizontal).

Para determinar el campo magnético en cualquier posición dada, se usará una carga q de prueba y se dejará mover en forma repetida pasando por esa posición, con diferentes velocidades, y se medirá la fuerza sobre la carga de prueba. La dirección y la magnitud del campo magnético **B** queda entonces determinada de acuerdo con las reglas siguientes:

- La dirección del campo magnético es paralela o antiparalela a la dirección del movimiento que produce fuerza igual a cero.
- La magnitud del campo magnético se obtiene dividiendo la magnitud de la fuerza máxima (la fuerza que actúa cuando el movimiento de la carga de prueba es perpendicular a la dirección del campo magnético) entre el producto de carga por velocidad:

$$B = \frac{F}{qv} \quad \text{para } \mathbf{v} \text{ perpendicular a } \mathbf{B} \tag{29.14}$$

regla de la mano derecha para la fuerza magnética

- La ambigüedad en la dirección del campo magnético se resuelve con la **regla de la mano derecha para la fuerza magnética**, que es equivalente a la regla de la mano derecha para el producto cruz de **v** y **B**: si se colocan los dedos de la mano derecha en la dirección de la velocidad **v**, y se flexionan hacia la dirección del campo magnético **B** en el ángulo más pequeño entre **v** y **B**, el pulgar quedará en la dirección de la fuerza **F** experimentada por una carga de prueba positiva (véase la figura 29.12). Para una carga de prueba negativa, la fuerza magnética es contraria a la que actúa sobre una carga positiva. Se puede verificar que la dirección de la fuerza magnética ejercida por la corriente en un conductor (véase los casos 1 y 2 en la sección 29.1) está de acuerdo con esta regla de la mano derecha.

Con estas definiciones de la magnitud y la dirección de un campo magnético en general, la fuerza sobre una partícula cargada que se mueve en dirección arbitraria se determinará siempre por la fórmula del producto cruz (29.12).

tesla (T)

gauss (G)

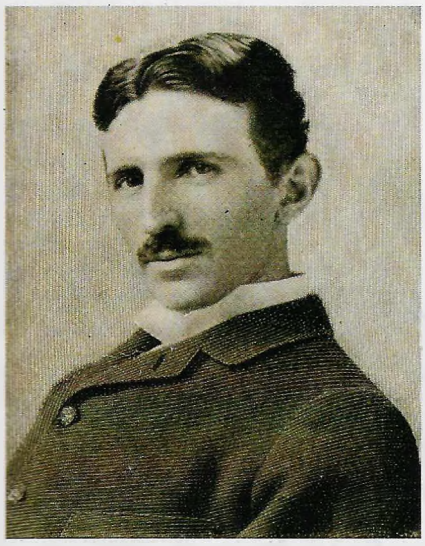
Según la ecuación (29.14), el campo magnético es la fuerza por unidad de carga y unidad de velocidad. La unidad SI de campo magnético es N/(C · m/s), la unidad de fuerza dividida entre el producto de unidad de carga por unidad de velocidad; a esta unidad se le llama **tesla** (T):

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ N/(C} \cdot \text{m/s)}$$

Una unidad de campo magnético de uso común, pero que no es del SI, es el **gauss** (G):

$$1 \text{ gauss} = 1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

En la tabla 29.1 se ve una lista de algunos campos magnéticos comunes.



NIKOLA TESLA (1856-1943) *Ingeniero electricista e inventor estadounidense. Tiene muchas y brillantes aportaciones a la tecnología de alto voltaje, que van desde nuevos motores y generadores hasta transformadores, y un sistema de radiotransmisión. Tesla diseñó la estación hidroeléctrica de las Cataratas del Niágara.*

EJEMPLO 2 En Florida, el campo magnético terrestre está en el plano vertical norte-sur (y hacia el norte), pero se dirige hacia abajo formando un ángulo de 58° con la horizontal (véase la figura 29.13*a*). La magnitud de ese campo magnético es 5.3×10^{-5} T. Supóngase que un electrón en un cinescopio de televisión se mueve con una velocidad (instantánea) horizontal de 2.0×10^{6} m/s en dirección sur a norte. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza que ejerce el campo magnético terrestre sobre ese electrón?

SOLUCIÓN: De acuerdo con la regla de la mano derecha, la fuerza eléctrica sería horizontal hacia el oeste para una carga *positiva* (véase la figura 29.13*b*). En consecuencia, para el electrón *negativo*, la fuerza magnética es horizontal hacia el este. La magnitud de esa fuerza se calcula con la ecuación (29.11):

$$F = evB \operatorname{sen}\alpha = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 2.0 \times 10^{6} \text{ m/s} \times 5.3 \times 10^{-5} \text{ T} \times \operatorname{sen} 58°$$
$$= 1.4 \times 10^{-17} \text{ N}$$

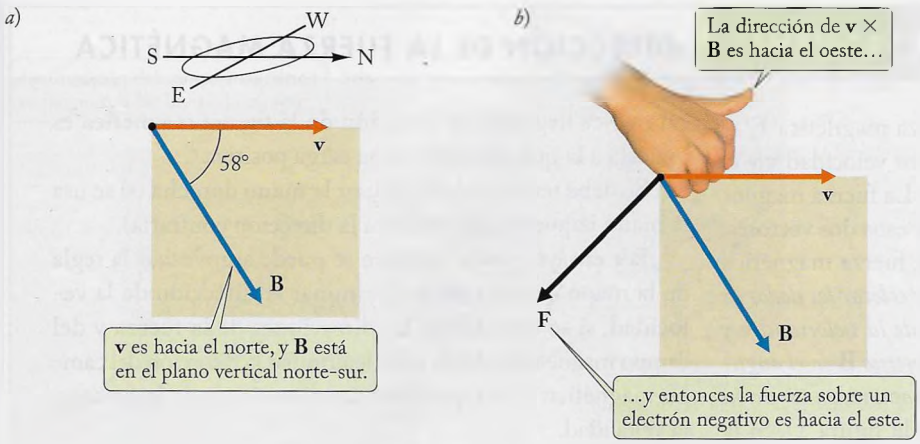
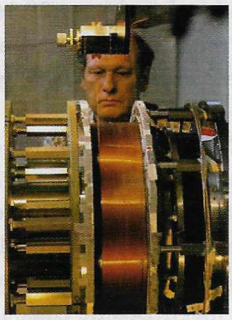


FIGURA 29.13 *a)* Dirección del campo magnético terrestre en Florida, Estados Unidos. Un electrón se mueve de sur a norte en ese campo magnético. *b)* Regla de la mano derecha para una carga *positiva*. Para el electrón *negativo*, la fuerza magnética (en azul) es opuesta a la dirección indicada por la regla de la mano derecha.

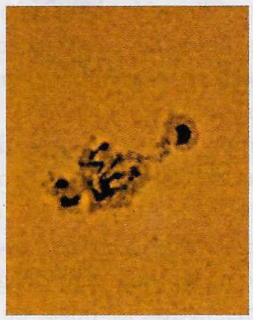
TABLA 29.1 ALGUNOS CAMPOS MAGNÉTICOS

En la superficie de un pulsar	$\approx 10^8$ T
Máximo alcanzado en el laboratorio:	
Compresión explosiva de líneas de campo	1×10^3
Constante	45
En el electroimán de un acelerador de partículas	8
En un gran electroimán de cámara de burbujas	2
En un electroimán de MRI *a)*	1.5
En una mancha solar *b)*	≈ 0.3
Cerca de un imán de cerámica pequeño	$\approx 2 \times 10^{-2}$
En la superficie del Sol	$\approx 10^{-2}$
Cerca del cableado doméstico *c)*	$\approx 10^{-4}$
En la superficie de la Tierra	$\approx 5 \times 10^{-5}$
En la luz solar (rms)	3×10^{-6}
En la Nebulosa del Cangrejo *d)*	$\approx 10^{-8}$
En una onda radioeléctrica (rms)	$\approx 10^{-9}$
En el espacio galáctico interestelar	$\approx 10^{-10}$
Producido por el cuerpo humano	3×10^{-10}
En una cámara antimagnética blindada	2×10^{-14}

a)

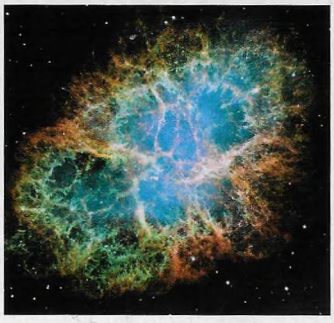


b)



c)

d)



TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS — DIRECCIÓN DE LA FUERZA MAGNÉTICA

Para determinar la dirección de una fuerza magnética $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ sobre una carga q, se traza el vector velocidad $\mathbf{v}$ y el vector campo magnético $\mathbf{B}$, cola con cola. La fuerza magnética es perpendicular al plano que definen esos dos vectores. Si la carga q es positiva, la dirección de la fuerza magnética se define con la regla de la mano derecha: *colocar los dedos de la mano derecha a lo largo de la dirección de la velocidad* $\mathbf{v}$ *y flexionarlos hacia la dirección del campo magnético* $\mathbf{B}$ *en el ángulo más pequeño entre* $\mathbf{B}$ *y* $\mathbf{v}$*; entonces el pulgar apunta en dirección de la fuerza* $\mathbf{F}$ (véase varios ejemplos en la figura 1). Si la carga q es negativa, la dirección de la fuerza magnética es opuesta a la que obra sobre una carga positiva.

Se debe tener cuidado de usar la **mano derecha** (si se usa la mano izquierda, se obtendrá la dirección contraria).

Por ensayo y error también se puede aprovechar la regla de la mano derecha para determinar la dirección de la velocidad, si se especifican las direcciones de la fuerza y del campo magnético; o bien, para determinar la dirección del campo magnético si se especifican las direcciones de la fuerza y la velocidad.

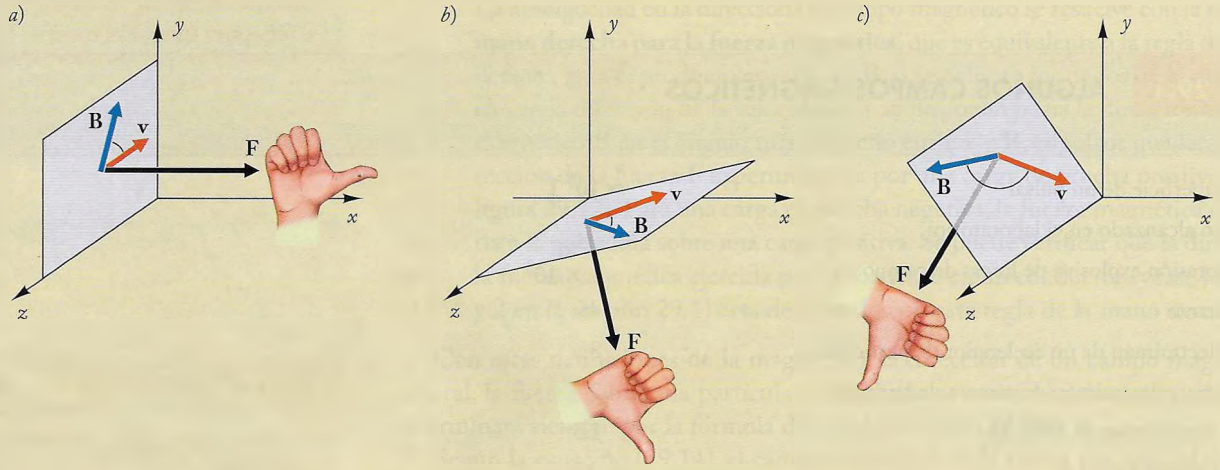


FIGURA 1 Orientaciones para la regla de la mano derecha.

Conceptos en contexto

El campo magnético se puede representar gráficamente mediante líneas de campo. Como en el caso del campo eléctrico, la tangente a las líneas de campo indica la dirección del campo, y la densidad de esas líneas indica la intensidad relativa del campo. La figura 29.14 muestra la figura de líneas del campo magnético producido por una corriente en un conductor largo y recto. La disminución de la intensidad del campo magnético con la distancia se traduce en la disminución de la densidad de las líneas de campo. El campo magnético del alambre recto, en la foto inicial del capítulo, se hizo visible rociando pequeñas limaduras de hierro alrededor del alambre sobre una hoja de papel. Las limaduras de hierro se comportan como pequeñas brújulas, como se muestra en la figura 29.15, y se alinean en dirección del campo magnético. Las figuras 29.16 y 29.17 muestran la figura de las líneas del campo magnético producido por un imán recto. *El extremo del imán de donde salen las líneas de campo es el polo norte del imán, y el extremo donde entran las líneas de campo es el polo sur.*

Nótese que las líneas de campo magnético de las figuras 29.14 y 29.16 forman ciclos cerrados; esto es, las líneas de campo magnético no comienzan o terminan en cualquier lugar, como el caso de las líneas de campo eléctrico, que comienzan y terminan en cargas positivas y negativas. No existen los polos magnéticos individuales, o monopolos magnéticos. Como no hay una "carga magnética" que actúe como fuente o sumidero de líneas de campo magnético, las líneas de campo magnético de cualquier clase siempre deben formar ciclos cerrados. Esta propiedad se expresa matemáti-

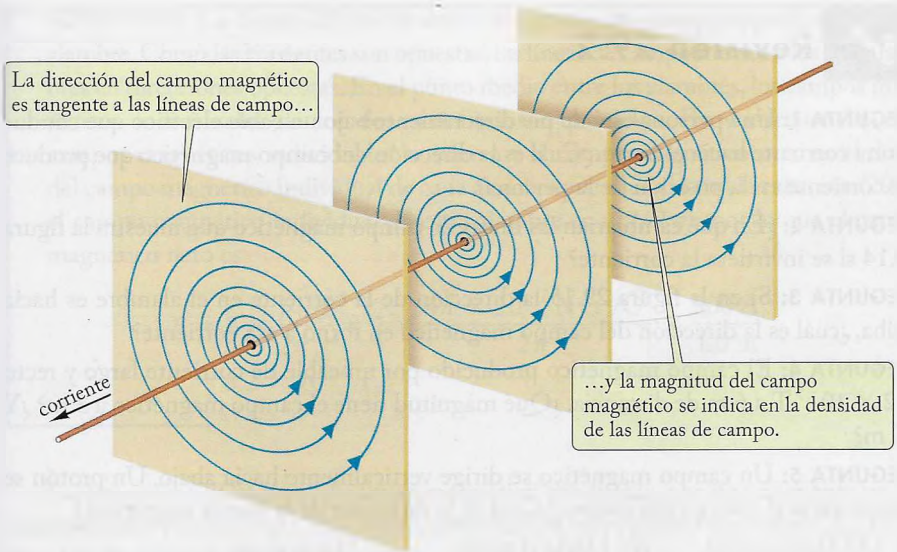


FIGURA 29.14 Líneas de campo magnético que rodean una corriente en un alambre largo y recto.

FIGURA 29.15 Línea de campo magnético circular en torno a una corriente en un alambre largo y recto; se indica por el alineamiento de las brújulas.

camente diciendo que *el flujo magnético total* Φ_B *a través de cualquier superficie cerrada es cero*:

$$\Phi_B = 0 \quad \text{o bien} \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \tag{29.15}$$

ley de Gauss para el campo magnético

Aquí, el flujo magnético se define de la misma manera que el flujo eléctrico: el flujo magnético que atraviesa una superficie es la integral del componente del campo magnético perpendicular a la superficie. En consecuencia, el flujo magnético es proporcional a la cantidad neta de líneas magnéticas interceptadas por la superficie. Entonces, la ecuación (29.15) dice que la cantidad de líneas magnéticas que entran a cualquier superficie cerrada es igual a la cantidad que sale de la superficie (véase la figura 29.18). La ecuación (29.15) es la **ley de Gauss para el campo magnético**.

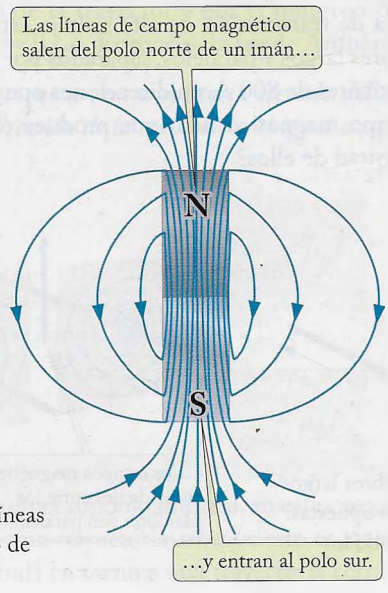


FIGURA 29.16 Líneas de campo magnético de un imán recto.

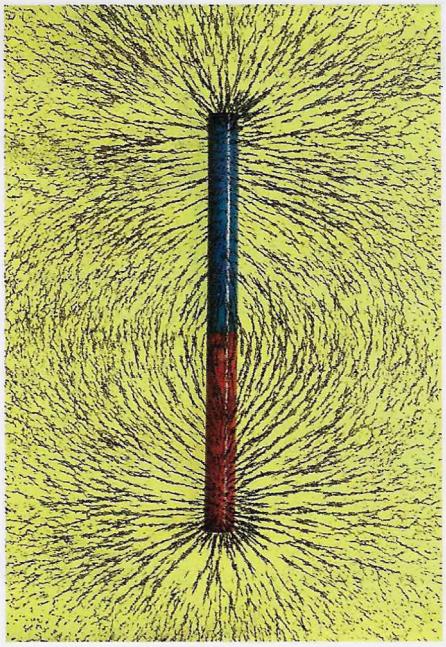


FIGURA 29.17 Líneas de campo magnético de un imán recto, hechas visibles con limaduras de hierro esparcidas sobre una hoja de papel colocada sobre el imán.

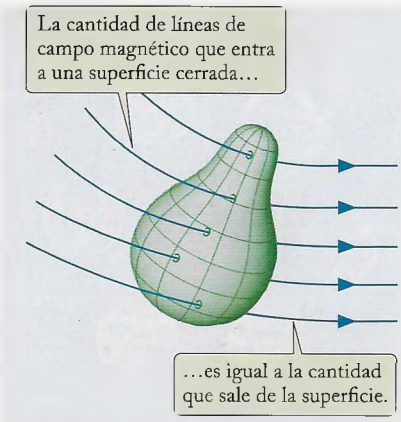


FIGURA 29.18 Una superficie cerrada que intercepta líneas de campo magnético.

Revisión 29.2

PREGUNTA 1: Una persona está de pie directamente bajo un cable eléctrico que conduce una corriente hacia el norte. ¿Cuál es la dirección del campo magnético que produce esa corriente en la posición de la persona?

PREGUNTA 2: ¿En qué cambiarían las líneas de campo magnético que muestra la figura 29.14 si se invirtiera la corriente?

PREGUNTA 3: Si en la figura 29.15 la dirección de la corriente en el alambre es hacia arriba, ¿cuál es la dirección del campo magnético en torno a esa corriente?

PREGUNTA 4: El campo magnético producido por un cable de corriente largo y recto es 2×10^{-5} T a 6 m de distancia. ¿Qué magnitud tiene el campo magnético a 3 m? ¿Y a 2 m?

PREGUNTA 5: Un campo magnético se dirige verticalmente hacia abajo. Un protón se mueve hacia el este, en ese campo. ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética?

(A) Hacia arriba (B) Hacia el norte (C) Hacia el sur
(D) Hacia el este (E) Hacia el oeste

29.3 LA LEY DE AMPÈRE

Los campos magnéticos producidos por corrientes que pasan por alambres tienen un gran interés práctico, porque muchas aplicaciones del magnetismo, como los electroimanes y los motores eléctricos, se basan en corrientes en conductores para producir campos magnéticos. Sin embargo, los arreglos de los alambres que se usan en aplicaciones prácticas suelen ser mucho más complicados que el alambre único y largo que se estudió en las secciones precedentes. En consecuencia, se necesita desarrollar un método más general para calcular campos magnéticos.

principio de superposición

El campo magnético neto producido por varios alambres u otras distribuciones de corriente, cada una de las cuales produce un campo magnético individual, se apega al **principio de superposición**. Este principio indica que *el campo magnético neto producido por varias corrientes es la suma (vectorial) de los campos magnéticos producidos por las corrientes individuales*. El ejemplo que sigue ilustra este principio de superposición.

Conceptos en contexto

EJEMPLO 3 Una línea de transmisión de alto voltaje está formada por dos conductores largos y paralelos, separados por 2.0 m de distancia. Los alambres conducen corrientes de 800 A, en direcciones opuestas (véase la figura 29.19*a*). ¿Cuál es el campo magnético neto que produce el conjunto de esos alambres en un punto a la mitad de ellos?

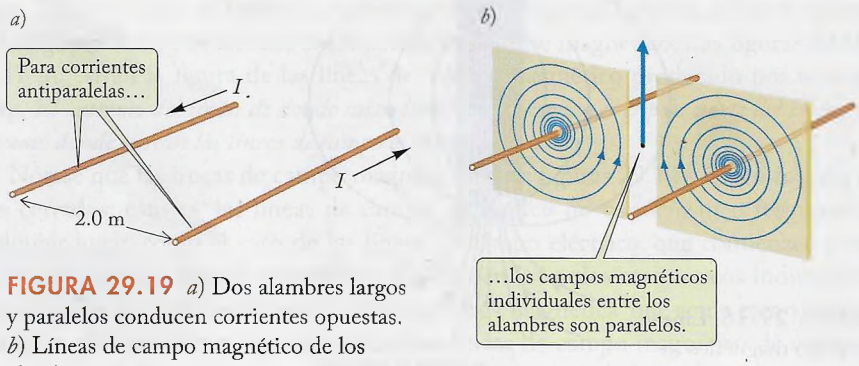


FIGURA 29.19 *a*) Dos alambres largos y paralelos conducen corrientes opuestas. *b*) Líneas de campo magnético de los alambres.

SOLUCIÓN: La figura 29.19*b* muestra las líneas de campo magnético de cada alambre. Como las corrientes son opuestas, las líneas de campo rodean a los dos alambres en direcciones opuestas. En el punto medio entre los alambres, los campos magnéticos individuales de los dos alambres son paralelos. En consecuencia, esos campos magnéticos individuales se suman y el campo magnético neto es el doble del campo magnético individual de cada alambre. De acuerdo con la ecuación (29.9), el campo magnético individual de cada alambre es $\mu_0 I/2\pi r$, por lo que el campo magnético neto es

$$B = 2 \times \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} = 2 \times \frac{4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N \cdot s^2/C^2}}{2\pi} \times \frac{800\ \mathrm{A}}{1.0\ \mathrm{m}}$$
$$= 3.2 \times 10^{-4}\ \mathrm{T}$$

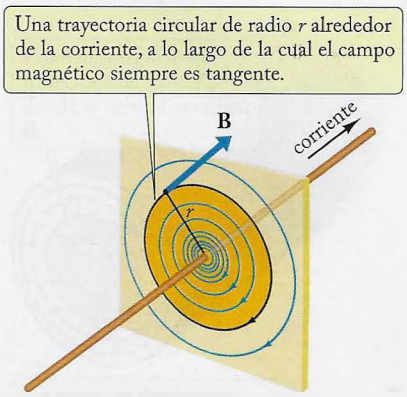


FIGURA 29.20 Trayectoria circular de radio r alrededor de un alambre largo y recto que conduce una corriente I. Esta trayectoria circular coincide con una línea de campo magnético, y el campo magnético siempre es tangente a esa trayectoria.

La ecuación (29.9) para el campo magnético producido por una corriente en un alambre largo y recto lleva a una interesante relación entre campo y corriente. La ecuación (29.9) se puede escribir en la forma

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

o bien en la forma

$$Bs = \mu_0 I \tag{29.16}$$

siendo $s = 2\pi r$ la circunferencia del círculo con radio r (véase la figura 29.20). En palabras, la ecuación (29.16) indica que el campo magnético en la circunferencia de un círculo, multiplicado por la longitud de esa circunferencia, es igual a μ_0 multiplicado por la corriente interceptada por el área dentro del círculo.

En una forma un poco modificada, esta afirmación es válida para una trayectoria cerrada de forma arbitraria en el campo magnético de una distribución arbitraria de corrientes. Se puede imaginar alguna trayectoria matemática cerrada (véase la figura 29.21) e identificar con $B_\parallel$ el componente del campo magnético a lo largo de la trayectoria, esto es, el componente paralelo o tangente a la trayectoria. Para un elemento de trayectoria $d\mathbf{s}$ que forme un ángulo θ con el campo magnético, el producto del componente a lo largo de la trayectoria por la longitud de la trayectoria es $B_\parallel\, ds = B \cos\theta\, ds = \mathrm{B} \cdot ds$. Entonces, la **ley de Ampère** establece que

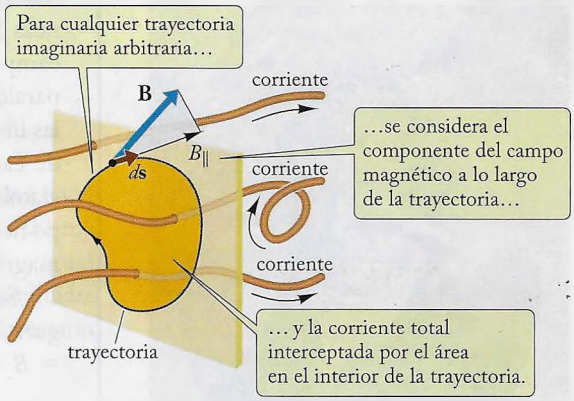


FIGURA 29.21 Una trayectoria cerrada en un campo magnético. El área (naranja) dentro de la trayectoria intercepta algunas corrientes que pasan por alambres o por otros conductores.

La integral en torno a una trayectoria cerrada del componente del campo magnético tangente a la dirección de la trayectoria es igual a μ_0 por el área encerrada por la trayectoria:

ley de Ampère

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \tag{29.17}$$

o bien, en forma más simple,

$$\oint B_\parallel\, ds = \mu_0 I \tag{29.18}$$

en la cual el círculo en el símbolo integral, en este caso, indica que se haga la integración de $B_\parallel$ a lo largo de una trayectoria *cerrada*; esto es, que se sumen las contribuciones de [campo] × [longitud] en torno a una trayectoria cerrada.

La ley de Ampère es una de las leyes generales del magnetismo. La única restricción para esta ley es que las corrientes deben ser estables; es decir, que deben ser constantes en el tiempo. Nótese que la corriente I en la ley de Ampère se refiere a la corriente que cruza el área *dentro* de la trayectoria; las corrientes fuera de ella no hacen aportaciones netas.

Con la ley de Ampère se puede calcular el campo magnético de determinada distribución de corrientes, siempre que la distribución tenga un alto grado de simetría. La técnica para calcular campos magnéticos mediante la ley de Ampère es similar a la técnica para calcular campos eléctricos mediante la ley de Gauss. Se facilita un poco la aplicación de la ley de Ampère porque implica una longitud, y no un área. Como en la sección 24.3, el cálculo se hace en dos pasos: primero se determina la *dirección* del campo magnético recurriendo a argumentos de simetría, y después se determina la *magnitud* del campo magnético, evaluando la ley de Ampère a lo largo de alguna trayectoria cerrada adecuada, y escogida con ingenio.

En el ejemplo que sigue se ilustra este procedimiento en el caso sencillo de una corriente en un alambre recto. Para fines de este ejemplo se debe suponer que no se conoce el campo magnético (29.9) del alambre recto, y se verá cómo se puede deducir ese campo a partir de la ley de Ampère.

Conceptos en contexto

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE (1775-1836) *Físico y matemático francés. Después del descubrimiento de la generación de campos magnéticos por corrientes eléctricas, debido a Oersted, Ampère demostró experimentalmente que las corrientes ejercen fuerzas magnéticas entre sí. Con cuidado investigó la relación entre corrientes y campos magnéticos, y estableció que un imán equivale a una distribución de corrientes.*

EJEMPLO 4 Con la ley de Ampère, deduzca el campo magnético producido por una corriente en un alambre muy largo y recto.

SOLUCIÓN: El arreglo de las líneas de campo magnético debe satisfacer la simetría de la corriente. Ya que la corriente tiene simetría cilíndrica, el arreglo de las líneas de campo magnético también debe tener simetría cilíndrica. Así, las líneas de campo deben ser círculos concéntricos en torno al alambre, líneas radiales o líneas paralelas en la misma dirección que el alambre. Las líneas radiales requerirían que las líneas de campo comenzaran en el alambre, lo cual es imposible porque las líneas de campo deben formar circuitos cerrados. Las líneas paralelas en dirección del alambre tampoco concuerdan con los circuitos cerrados. Entonces, las líneas de campo necesariamente deben ser círculos concéntricos. Además, por simetría, el campo magnético debe tener magnitud constante a lo largo de cada círculo.

Si se toma una trayectoria que siga uno de esos círculos, de radio r (véase la figura 29.20), el campo magnético siempre es paralelo a la trayectoria, y entonces $B_{\parallel} = B =$ constante, y el lado izquierdo de la ley de Ampère es

$$\oint B_{\parallel}\, ds = B \oint ds = B \times 2\pi r$$

El lado derecho es $\mu_0 I$, y entonces

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

Como se esperaba, con esto se obtiene el campo magnético de la ecuación (29.9):

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Conceptos en contexto

EJEMPLO 5 Un alambre conductor muy largo y recto tiene sección transversal circular, de radio R. El alambre conduce una corriente I_0 uniformemente distribuida en esta área transversal. *a)* ¿Cuál es el campo magnético dentro del alambre? *b)* ¿Cuál es el campo magnético fuera del alambre?

SOLUCIÓN: La simetría de este alambre grueso, y su corriente, es igual que la del alambre delgado del ejemplo anterior. Por consiguiente, las líneas de campo magnético deben ser círculos concéntricos, tanto dentro como fuera del alambre.

a) Para calcular el campo magnético dentro del alambre se toma una trayectoria que siga una de esas líneas de campo circulares, de radio r (véase la figura 29.22). Como en el ejemplo anterior, $B_{\parallel} = B$, y el lado izquierdo de la ley de Ampère vuelve a ser

$$\oint B_{\parallel}\, ds = B \times 2\pi r$$

Recordando que la corriente I en el lado derecho de la ley de Ampère sólo es la corriente *dentro* de la trayectoria. Como la corriente está uniformemente distribuida en la sección transversal del alambre, la cantidad de corriente que intercepta el área πr^2 dentro de la trayectoria es directamente proporcional a esta área:

$$I = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \times I_0 = \frac{r^2}{R^2} I_0$$

Entonces, la ley de Ampère es

$$2\pi r B = \mu_0 I = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I_0$$

y resulta

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Ir}{R^2}$$

b) Para calcular el campo magnético fuera del alambre se procede como en el ejemplo anterior. Como el campo magnético de un alambre grueso tiene la misma simetría que la de un alambre delgado, el cálculo del ejemplo anterior tiene igual validez para un alambre grueso que para uno delgado, y se llega al mismo resultado, ecuación (29.9), pero ahora la corriente neta en todo el alambre se representa por I_0:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_0}{r}$$

COMENTARIO: Nótese que el campo magnético es cero en el centro del alambre ($r = 0$); aumenta en proporción al radio r y llega a un valor máximo igual a $\mu_0 I_0/(2\pi R)$ en la superficie del alambre. Después de ese punto, el campo magnético disminuye en proporción a $1/r$.

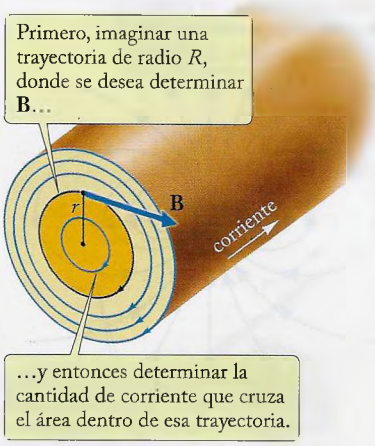


FIGURA 29.22 Líneas de campo circulares para el campo magnético en el interior de un alambre largo y recto de radio R. La trayectoria que se usa para aplicar la ley de Ampère sigue una de esas líneas de campo, de radio r.

El campo magnético fuera de un alambre cilíndrico grueso con distribución uniforme de corriente en su interior, se determina con la misma fórmula (29.9) que para un alambre delgado. En forma más general, esto es válido para cualquier conjunto de cascarones cilíndricos concéntricos (como los definidos por los anillos de un tronco cilíndrico ideal de un árbol) cuando cada uno conduce corriente uniformemente distribuida. Por ejemplo, el campo magnético producido por una línea de transmisión eléctrica formada por un cable grueso de aluminio, de algunos centímetros de diámetro, se puede calcular con la fórmula (29.9).

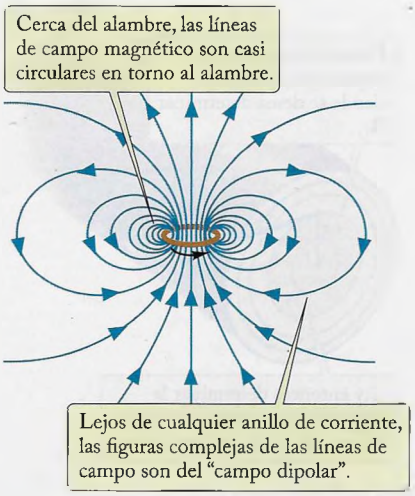


FIGURA 29.23 Líneas de campo magnético para un anillo de corriente.

Aunque las líneas de campo circulares concéntricas y un campo magnético con la intensidad indicada por la figura (29.9) son características de una corriente en un alambre largo y recto (delgado o grueso), esta fórmula también determina una aproximación para el campo magnético en la proximidad inmediata de cualquier segmento de alambre, recto o curvo, excepto donde el alambre tenga un doblez agudo. Desde puntos muy cercanos a él, cualquier alambre parece casi recto, y el campo magnético en esos puntos es, entonces, aproximadamente igual al de un alambre largo y recto. El campo magnético de una corriente que pasa por un anillo ilustra este comportamiento. Las líneas de campo en ese anillo se ven en las figuras 29.23 y 29.24; muy cerca del alambre, las líneas de campo son casi circulares y concéntricas con el alambre. Sin embargo, lejos del alambre, la figura de las líneas de campo es mucho más compleja. En la cubierta del libro de ilustra un comportamiento similar, para dos anillos.

El cálculo del campo magnético completo de un anillo de corriente, en puntos cercanos y lejanos al anillo, es bastante complicado, y no se tratará de hacerlo aquí. En la sección 29.5 se demostrará que la magnitud del campo magnético en el centro de un anillo de radio R que conduce una corriente I es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \tag{29.19}$$

regla de la mano derecha para una espira de corriente

La dirección del campo magnético en el centro es perpendicular al plano del anillo (véase la figura 29.25) y se determina con la **regla de la mano derecha para una espira de corriente**: si los dedos de la mano derecha se flexionan en torno a la espira, en dirección de la corriente, el pulgar indica la dirección del campo magnético en el centro de la espira.

Obsérvese que la figura de las líneas de campo magnético a gran distancia del anillo de corriente se parece a la figura de las líneas de campo eléctrico de un dipolo eléctrico (compárese con la figura 23.17). Esta semejanza también se encuentra en la figura de líneas de campo magnético a gran distancia de un circuito cerrado de corriente de cualquier otra forma. A gran distancia, las espiras cuadradas, rectangulares, ovaladas, etc., producen la misma figura de líneas de campo que un anillo circular; la forma exacta de la espira tiene muy poco efecto sobre el campo magnético distante. Por ejemplo, en el núcleo de la Tierra, las corrientes tienen la forma de espiras de alguna clase, y el campo magnético que producen esas corrientes en la superficie de la Tierra, y en su espacio exterior, es muy parecido al de un anillo de corriente (véase la figura 29.26).

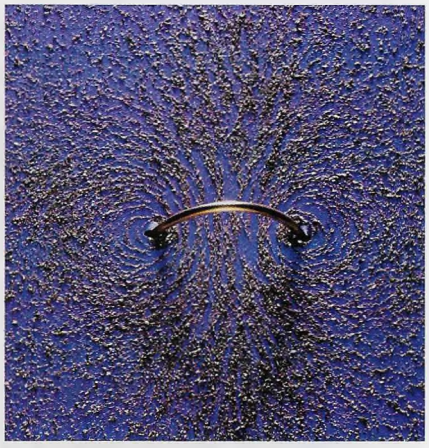


FIGURA 29.24 Líneas de campo magnético de un anillo de corriente, visibles con ayuda de limaduras de hierro.

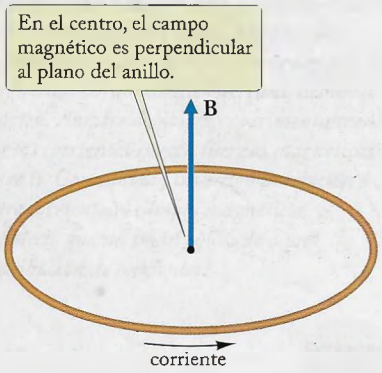


FIGURA 29.25 Dirección del campo magnético en el centro de un anillo de corriente.

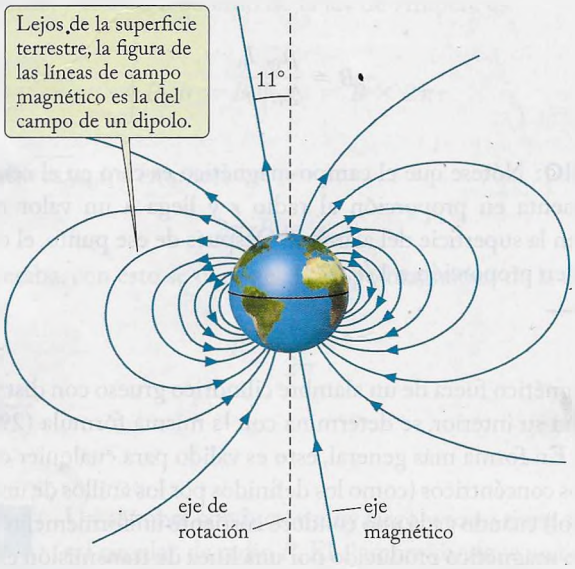


FIGURA 29.26 Líneas de campo magnético de la Tierra. El eje del campo magnético forma un ángulo aproximado de 11° con el eje de rotación terrestre.

Revisión 29.3

PREGUNTA 1: Dos alambres largos y paralelos conducen corrientes de igual magnitud en la misma dirección. ¿Cuál es el campo magnético neto que producen esos alambres en conjunto, en un punto a la mitad entre ellos?

PREGUNTA 2: Si la dirección de la corriente en el segmento visible del anillo, en la figura 29.24, es de derecha a izquierda, ¿cuál es la dirección del campo magnético a lo largo del eje del anillo?

PREGUNTA 3: Si una partícula cargada se mueve verticalmente hacia arriba, a lo largo del anillo de corriente de la figura 29.25, ¿cuál es la fuerza magnética sobre esa partícula?

PREGUNTA 4: Una trayectoria circular está en un lugar como el de la figura 29.27, en el campo magnético de un alambre largo y recto. ¿Cuánto vale la integral del campo magnético tangencial en torno a esta trayectoria?

PREGUNTA 5: Un alambre grueso de radio R conduce una corriente I uniformemente distribuida en su sección transversal. ¿Cuál es el campo magnético en la superficie del alambre?

(A) $\mu_0 I/(2\pi R)$ (B) $\mu_0 I/(4\pi R)$ (C) $\mu_0 I/R$
(D) $\mu_0 I/(2R)$ (E) $\mu_0 I/(4R)$

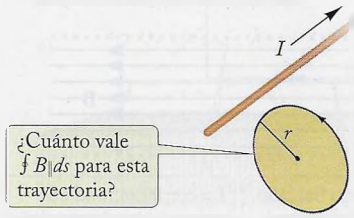


FIGURA 29.27 Una trayectoria cercana a un alambre que conduce corriente.

29.4 SOLENOIDES Y ELECTROIMANES

Un solenoide es un alambre conductor devanado en forma de bobina helicoidal apretada, de muchas vueltas (véase la figura 29.28). Una corriente en este alambre producirá un fuerte campo magnético dentro de la bobina (véase las figuras 29.29 y 29.30). Debido a la semejanza de la distribución de corriente, esa bobina apretada produce, en esencia, el mismo campo magnético que una gran cantidad de anillos colocados uno junto a otro. El cálculo del campo magnético de ese solenoide, de longitud finita, es bastante difícil, y no se abordará aquí. En su lugar se calculará el campo magnético de un **solenoide ideal**, esto es, un solenoide muy largo (infinitamente largo) con espiras devanadas muy apretadamente, para que la distribución de la corriente en la superficie del solenoide sea casi uniforme.

solenoide ideal

Para calcular este campo magnético se parte de un argumento de simetría, como en el ejemplo 4. El solenoide ideal tiene simetría de traslación (a lo largo del eje del solenoide) y simetría cilíndrica (en torno al eje). En concordancia con esas simetrías, las líneas de campo magnético en el interior del solenoide deben ser ya sea círculos concéntricos o líneas radiales, o líneas paralelas al eje. Los círculos concéntricos y las líneas radiales no se pueden aceptar. Los primeros necesitarían la presencia de una corriente a lo largo del eje (compárese con el ejemplo 4) y las segundas necesitarían que las líneas

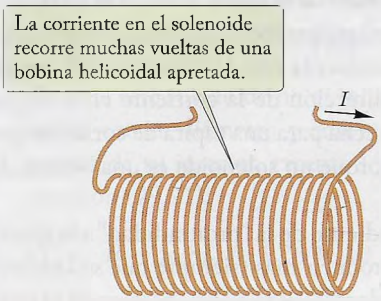


FIGURA 29.28 Un solenoide.

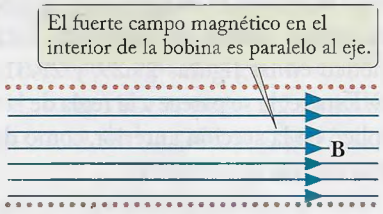


FIGURA 29.29 Líneas de campo magnético en un tramo de un solenoide largo.

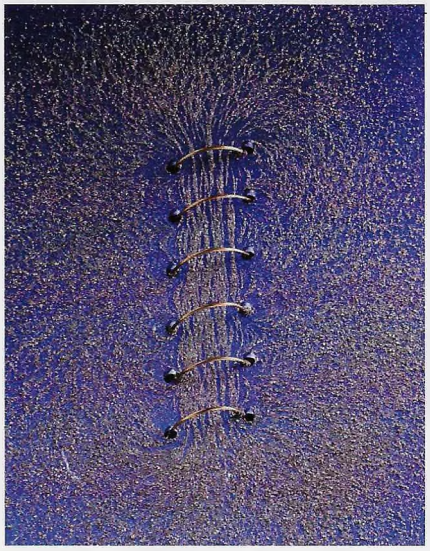


FIGURA 29.30 Limaduras de hierro esparcidas en una hoja de papel insertada en un solenoide. Nótese que dentro del solenoide, la distribución de las líneas de campo es casi uniforme.

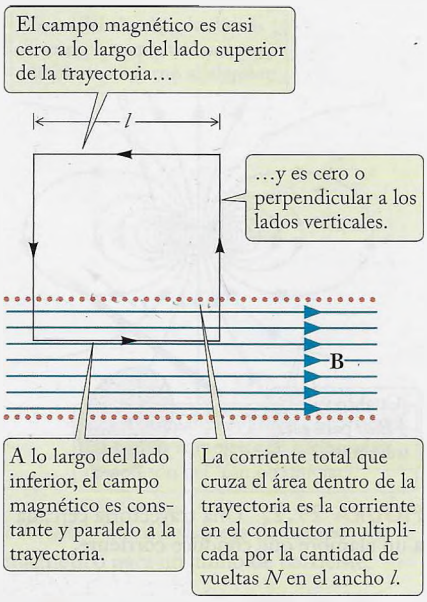


FIGURA 29.31 Líneas de campo magnético de un solenoide ideal, muy largo. La trayectoria para aplicar la ley de Ampère es un cuadrado de lado l.

de campo se iniciaran en el eje, lo cual es imposible, porque las líneas de campo magnético no pueden comenzar ni terminar en algún lugar. Así, las líneas de campo dentro del solenoide deben ser todas paralelas al eje (véase la figura 29.31). Esas líneas salen del extremo (distante) del solenoide, y se curvan en torno al exterior del solenoide, regresando al otro extremo (distante). Para un solenoide ideal y muy largo, esas líneas de campo externo se repartirán en una región muy grande del espacio, y en consecuencia, fuera del solenoide, la densidad de las líneas de campo y el campo magnético son casi cero.

Ahora se puede aplicar la ley de Ampère para determinar la magnitud del campo magnético. Para evaluar los lados derecho e izquierdo de la ecuación de la ley de Ampère, se debe escoger una trayectoria cerrada. Una opción cómoda es la trayectoria cuadrada de la figura 29.31, que en parte está dentro del solenoide, y en parte fuera de él. El campo magnético tiene un componente paralelo a la trayectoria sólo a lo largo del lado inferior del cuadrado, dentro del solenoide. A lo largo de ese lado, $B_{\parallel} = B$. Obsérvese que, por simetría, el campo no puede variar a lo largo del lado l de esta parte inferior de la trayectoria, y por consiguiente es B = constante. A lo largo de los demás lados, el campo magnético es cero (fuera del solenoide), o bien el componente del campo magnético tangencial a la trayectoria es cero (el campo es perpendicular a las demás partes de la trayectoria dentro del solenoide). Por consiguiente, la integral de la ley de Ampère sólo implica el lado inferior del cuadrado:

$$\oint B_{\parallel}\, ds = 0 + 0 + 0 + \int_0^l B_{\parallel}\, ds = Bl$$

La corriente neta interceptada por el área del cuadrado es $I_0 \times N$, donde I_0 es la corriente en el alambre y N es la cantidad de alambres interceptados por el área del cuadrado. Entonces, la ley de Ampère se transforma en

$$Bl = \mu_0 I_0 N$$

de donde

$$B = \mu_0 I_0 \frac{N}{l} \tag{29.20}$$

La relación N/l es la cantidad de espiras de alambre por unidad de longitud del solenoide, que suelen representarse por $n = N/l$. Entonces

campo magnético en el interior de un solenoide

$$B = \mu_0 n I_0 \tag{29.21}$$

Esto demuestra que, para obtener un campo magnético grande, se debe tener un solenoide con corriente grande y con gran cantidad de vueltas de alambre por unidad de longitud (un solenoide devanado en forma densa).

regla de la mano derecha para solenoides

La dirección del campo magnético dentro de un solenoide se determina con una **regla de la mano derecha para solenoides**: si los dedos de la mano derecha se flexionan en torno al solenoide en dirección de la corriente, el pulgar indica la dirección del campo magnético dentro del solenoide. Esta regla concuerda con la dirección del campo magnético en las figuras 29.29, y 29.31 para la dirección de la corriente en la figura 29.28. Esta regla se parece a la regla de la mano derecha para una espira de corriente que se explicó en la sección anterior, como debe ser, porque un solenoide es una bobina de muchas espiras de corriente.

Obsérvese que el resultado (29.21) es independiente de la "profundidad" a la que el cuadrado se sumerge en el solenoide; se puede introducir más (siempre que su lado superior quede fuera del solenoide, y el lado inferior dentro), y se sigue obteniendo el mismo resultado (29.11) para el campo magnético. En consecuencia, el campo magnético

tiene la misma magnitud en todos los puntos del interior del solenoide. Esto quiere decir que el campo magnético dentro de un solenoide ideal es perfectamente uniforme.

Además, el resultado (29.21) también es independiente de la forma de la sección transversal del solenoide. En la figura 29.28 el solenoide tiene una sección transversal circular (espiras circulares). Pero podría también tener un corte transversal cuadrado, o rectangular o alguna otra sección transversal (véase la figura 29.32), porque eso no afecta la aplicación de la ley de Ampère.

En la figura 29.33 se muestra una variación del solenoide: el toroide. Esta bobina en forma de dona o toro se parece a un solenoide que se dobló para formar un círculo, de modo que se encuentren sus dos extremos. Las líneas de campo magnético siguen siendo paralelas al eje del solenoide original, y entonces forman ahora circuitos cerrados en el interior del toroide. Esta geometría es útil en aparatos electrónicos, porque esas líneas de campo "contenidas" no interfieren con componentes de circuito cercanos. Aunque el toroide no tiene tanta simetría como el solenoide infinito, se puede seguir aplicando la ley de Ampère a una trayectoria circular de radio r dentro del toroide, por ejemplo la que va por el plano a la mitad del toroide de la figura 29.33. Para determinado valor de r, por simetría se requiere que el campo sea constante y tangente a esa trayectoria, y el lado izquierdo de la ley de Ampère es

$$\oint B_{\parallel}\, ds = B \times 2\pi r$$

Para un toroide con N espiras de corriente, donde cada una conduce la misma corriente I_0, el lado derecho de la ley de Ampère es $\mu_0 N I_0$; al igualar los dos lados se obtiene

$$2\pi r B = \mu_0 N I_0$$

Se despeja el campo magnético y queda

$$B = \mu_0 I_0 \frac{N}{2\pi r} \tag{29.22}$$

Obsérvese que la ecuación (29.22) tiene la misma forma que la ecuación (29.20), sustituyendo la longitud l del solenoide por la trayectoria en torno al interior del toroide, $2\pi r$. El campo varía algo con la posición dentro del toroide; es mayor para r pequeño, y menor para r grande. En el exterior, incluyendo la región del "hoyo" de la dona, no hay líneas de campo magnético, y allí el campo es cero.

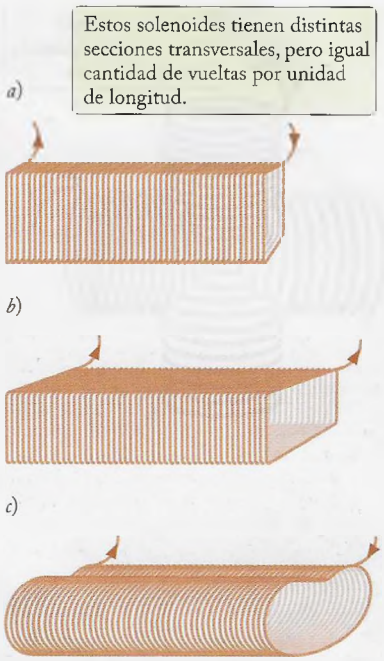


FIGURA 29.32 Solenoides *a*) cuadrado, *b*) rectangular y *c*) irregular. Todos los solenoides largos producen campos magnéticos iguales y uniformes (cuando las corrientes por unidad de longitud son iguales).

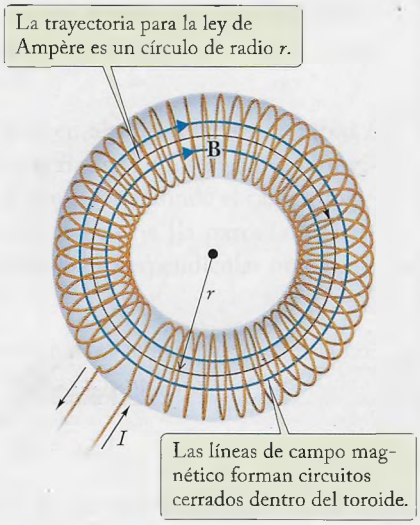


FIGURA 29.33 Un toroide.

EJEMPLO 6 Un solenoide para investigación tiene 180 vueltas de alambre, devanadas sobre un tubo angosto de cartón, de 19 cm de longitud. La corriente en el alambre es de 5.0 A. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético en el interior del tubo?

SOLUCIÓN: La cantidad de vueltas por unidad de longitud es

$$n = 180/0.19 \text{ m} = 9.5 \times 10^2/\text{m}$$

Aunque este solenoide no es infinitamente largo, su longitud es grande en comparación con su diámetro, y entonces el campo magnético aproximado en todos los puntos de su interior, excepto los que están cerca de los extremos, será, según la ecuación (29.21):

$$B = \mu_0 n I_0 = 1.26 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 \times 9.5 \times 10^2/\text{m} \times 5.0\ \text{A}$$
$$= 6.0 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

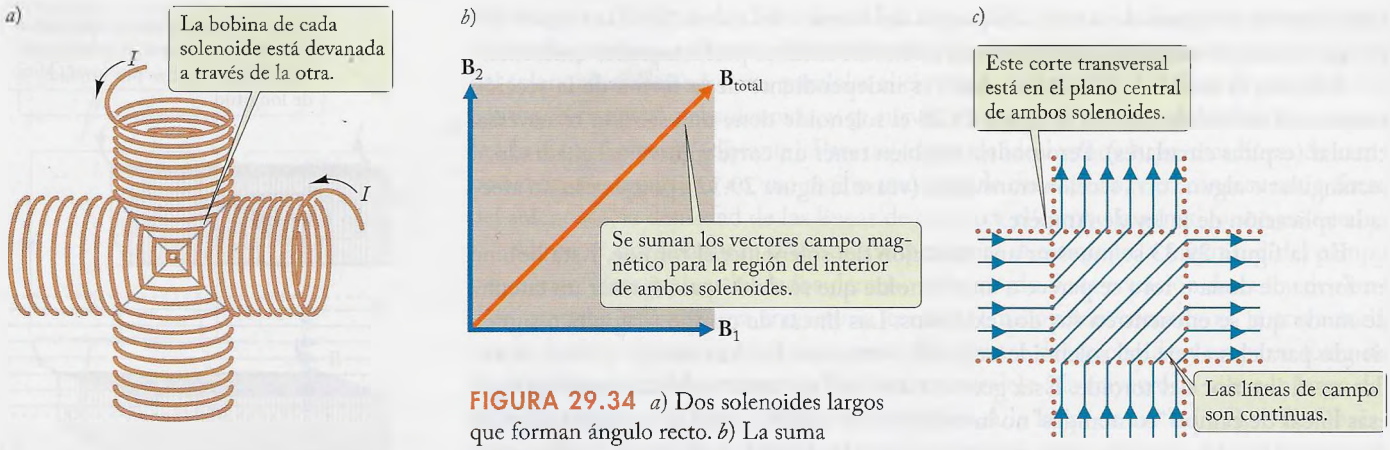


FIGURA 29.34 *a*) Dos solenoides largos que forman ángulo recto. *b*) La suma vectorial de sus campos magnéticos. *c*) Las líneas de campo en los solenoides combinados.

EJEMPLO 7 Dos solenoides largos e idénticos, como el descrito en el ejemplo 6, se orientan en ángulo recto. Las espiras de uno de ellos se devanan atravesando las del otro (véase la figura 29.34*a*). ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético en la región de intersección?

SOLUCIÓN: El campo magnético de cada solenoide tiene magnitud $B = \mu_0 n I_0$. Los campos magnéticos forman ángulo recto entre sí, y la magnitud de su suma vectorial es (véase la figura 29.34*b*)

$$B_{total} = \sqrt{(B_1)^2 + (B_2)^2} = \sqrt{(\mu_0 n I_0)^2 + (\mu_0 n I_0)^2} = \sqrt{2}\mu_0 n I_0$$

$$= \sqrt{2} \times 6.0 \times 10^{-3}\ \text{T} = 8.5 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

Este campo magnético forma un ángulo de 45° con el eje de cada solenoide. Las líneas de campo se ven en la figura 29.34*c*.

Para hacer un cálculo más preciso del campo magnético de un solenoide corto se debe hacer la suma de los campos magnéticos de los anillos individuales en ese solenoide. Pero un solenoide hasta de pocas vueltas produce un campo magnético bastante uniforme en su interior. Por ejemplo, la figura 29.30 muestra una fotografía de las líneas de campo magnético, hechas visibles con limaduras de hierro, de un solenoide corto con sólo seis vueltas bastante espaciadas. El campo magnético en el interior no está lejos de ser uniforme.

electroimán

Un **electroimán** es, en esencia, un solenoide con un *entrehierro*, es decir, un par de solenoides con sus extremos próximos entre sí (véase la figura 29.35*a*). Las líneas de campo magnético salen de un solenoide y entran al otro (naturalmente, las líneas de campo también deben salir de los solenoides por sus otros extremos, curvarse y cerrarse en ellas mismas). El primer solenoide se llama polo norte del electroimán, y el segundo es el polo sur, de manera que las líneas de campo magnético salen del polo norte y entran al polo sur. Si el entrehierro es pequeño, el campo magnético en ese hueco es casi el mismo que dentro de los solenoides. El entrehierro hace que el campo magnético sea más accesible y facilita sumergir alambres, espiras u otros equipos dentro del campo.

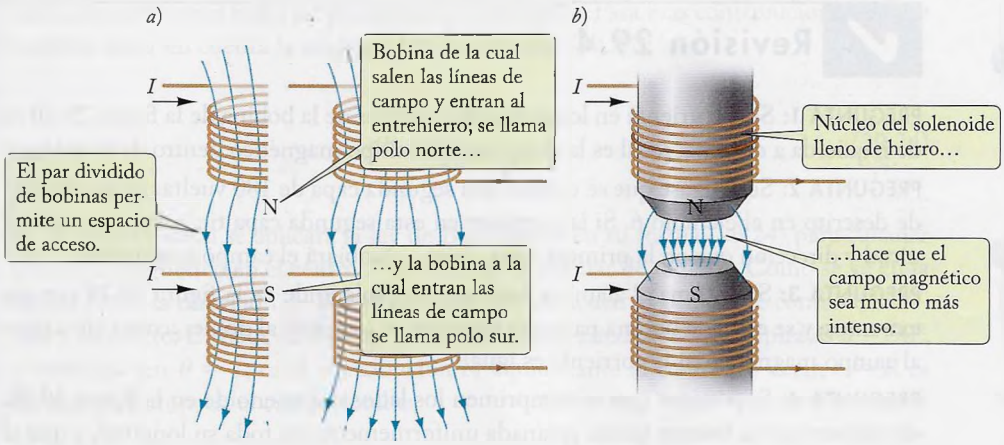


FIGURA 29.35 *a*) Un electroimán con dos bobinas. *b*) Un electroimán con polos de hierro.

En la mayor parte de los electroimanes, el espacio dentro de los solenoides está lleno con un núcleo de hierro (figura 29.35*b*). El hierro, y otros **materiales ferromagnéticos**, intensifican al campo magnético y lo hacen mucho mayor que el valor calculado por la ecuación (29.21). No es raro que el campo magnético se intensifique en un factor de varios miles. Este aumento de los campos magnéticos se describirá en la sección 30.4.

material ferromagnético

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS — LEY DE AMPÈRE PARA DISTRIBUCIONES DE CORRIENTE CON SIMETRÍA

El cálculo del campo magnético de una distribución de corriente dada, mediante la ley de Ampère, es posible sólo si esa distribución y el campo son muy simétricos. En ese caso, el cálculo consiste en los siguientes pasos, análogos a los que se usaron para calcular el campo eléctrico mediante la ley de Gauss:

1. Determinar la dirección del campo magnético por consideraciones de simetría. Por ejemplo, para el flujo de una corriente a lo largo de una línea recta, las líneas de campo serán los círculos en torno a la línea; para el flujo de corriente en torno a un cilindro, las líneas de campo se parecerán a las de un solenoide infinito.

2. Seleccionar una trayectoria cerrada de tal modo que una porción del campo magnético sea paralela a la trayectoria, y de magnitud B constante, y que para la parte restante (si la hay) el campo magnético sea perpendicular a la trayectoria, o sea cero. Tenga en cuenta que la trayectoria para la ley de Ampère es una trayectoria matemática; no tiene que coincidir con un alambre o con la superficie de algún cuerpo físico. Lo que se hace es escoger la trayectoria para que coincida con puntos donde se va a evaluar el campo magnético B.

3. Expresar la integral $\oint B_{\parallel}$ en términos de la magnitud B del campo magnético $\oint B_{\parallel}\, ds = Bl$, siendo l la longitud de la porción de la trayectoria donde el campo magnético es tangente a la trayectoria [la parte (si la hay) donde el campo magnético es perpendicular no contribuye a la integral].

4. Aplicar la ley de Ampère para relacionar Bl con la corriente encerrada por la trayectoria:

$$Bl = \mu_0 I$$

Al evaluar I, asegurarse de que sólo se incluya la parte de la corriente total que esté *encerrada* por la trayectoria.

5. Despejar la magnitud del campo magnético de la ecuación resultante.

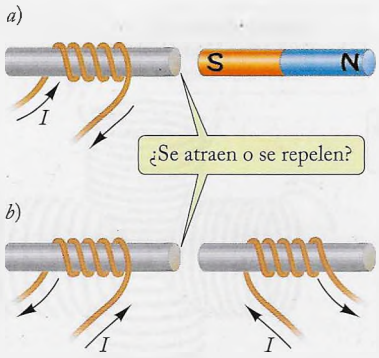


FIGURA 29.36 *a*) Electroimán e imán permanente. *b*) Dos electroimanes.

Revisión 29.4

PREGUNTA 1: Si la corriente en los segmentos visibles de la bobina de la figura 29.30 es de izquierda a derecha, ¿cuál es la dirección del campo magnético dentro de la bobina?

PREGUNTA 2: Supóngase que se devana una segunda capa de 180 vueltas en el solenoide descrito en el ejemplo 6. Si la corriente en esta segunda capa tiene la misma magnitud y dirección que en la primera capa, ¿cómo cambiará el campo magnético?

PREGUNTA 3: Si se toma el alambre enrollado del solenoide de la figura 29.28 por sus extremos, y se estira la bobina para que aumente su longitud al doble, ¿cómo afecta eso al campo magnético, si la corriente es igual?

PREGUNTA 4: Supóngase que se comprimen los lados del solenoide en la figura 29.28, de manera que la bobina quede aplanada uniformemente en toda su longitud, y que el área transversal se reduzca a la mitad de su valor original. ¿Cómo afecta eso al campo magnético, para la misma corriente? ¿Cómo se afecta el flujo magnético interceptado por la sección transversal del solenoide?

PREGUNTA 5: En la figura 29.36*a*, ¿los imanes de atraerán o se repelerán entre sí? ¿Y en la figura 29.36*b*?

(A) Atraen, atraen (B) Atraen, repelen (C) Repelen, atraen
(D) Repelen, repelen

29.5 LA LEY DE BIOT-SAVART

Aunque la ley de Ampère permite contar con una forma rápida para determinar el campo magnético de una distribución de corriente con mucha simetría, a veces es necesario calcular el campo producido por una distribución arbitraria de corriente. La receta para hacerlo está contenida en la **ley de Biot-Savart**. Aunque para implementar esta ley se recurre a métodos complicados de cómputo, hay algunas aplicaciones simples de esta técnica para lograr resultados con relativa facilidad. La figura 29.37 muestra un segmento de una corriente I de longitud ds y un punto P en el que se desea evaluar el campo magnético **B**. La ley de Biot-Savart establece que

La contribución de d*B *al campo magnético* B *debido a un tramo* ds *de una corriente I se determina con

ley de Biot-Savart

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \tag{29.23}$$

donde* r *es el vector de desplazamiento desde el elemento de corriente hasta el punto P.

Así, la contribución tiene la dirección de $d\mathbf{s} \times \mathbf{r}$; según la regla de la mano derecha, es perpendicular al plano del papel para el punto P en la figura 29.37. Si el punto P y todos los elementos de corriente que contribuyen están en el mismo plano, las contri-

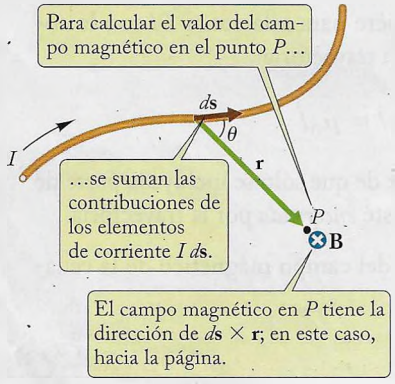


FIGURA 29.37 Evaluación del campo magnético **B** en el punto P de acuerdo con la ley de Biot-Savart. El elemento de corriente $I d\mathbf{s}$ contribuye al campo, el vector **r** apunta desde el elemento de corriente hasta el punto P y el ángulo entre $d\mathbf{s}$ y **r** es θ.

buciones a $d\mathbf{B}$ serán todas perpendiculares a ese plano. Para esas contribuciones sólo se requiere tener en cuenta la magnitud de la ecuación (29.23):

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds\,\text{sen}\,\theta}{r^2} \tag{29.24}$$

A continuación se aplicará la ley de Biot-Savart en su forma (29.24) para calcular el campo magnético en el centro P de una espira circular de radio R. Como se ve en la figura 29.38, la dirección de $\mathbf{B}$ será otra vez perpendicular al plano que contiene la espira y su centro. El valor de θ para cada contribución alrededor de la espira es $\theta = 90°$, y entonces sen $\theta = 1$; cada contribución es equidistante al centro, es decir, $r = R$ es constante. Entonces, el campo total es

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds\,\text{sen}\,\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int ds \tag{29.25}$$

donde se han reunido fuera de la integral todas las cantidades que no varían en la espira. Sólo queda la integral de la longitud en torno a la espira, $\int ds = 2\pi R$, y entonces

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \tag{29.26}$$

Este resultado ya se mencionó en la ecuación (29.19).

El resultado (29.26) también se puede ampliar para determinar el campo en el centro de curvatura de cualquier arco circular. Si el arco abarca un ángulo $\Delta\theta$, el campo en su centro de curvatura se reducirá en un factor $\Delta\theta/2\pi$, respecto al resultado (29.26), para una espira completa:

$$B = \frac{\mu_0 I\,\Delta\theta}{4\pi R} \tag{29.27}$$

Una segunda configuración que se puede calcular con la ley de Biot-Savart es el caso de un tramo de alambre, de longitud finita, como el que muestra la figura 29.39. Se deben sumar las contribuciones de la forma (29.24); sin embargo, ahora las cantidades r, s y θ varían todas a lo largo del alambre. Si se quieren sumar las contribuciones se deben expresar en función de una sola variable. Sucede que lo más fácil es usar el ángulo θ. De acuerdo con la figura 29.39, se pueden relacionar como sigue:

$$\tan\theta = R/(-s)$$

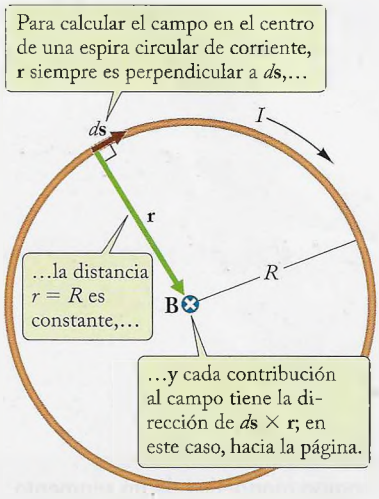


FIGURA 29.38 Aplicación de la geometría para determinar el campo magnético en el centro de un anillo circular de corriente (también se usa para el campo en el centro de curvatura de un arco circular).

campo magnético en el centro de una espira circular de corriente

campo magnético en el centro de un arco

Conceptos en contexto

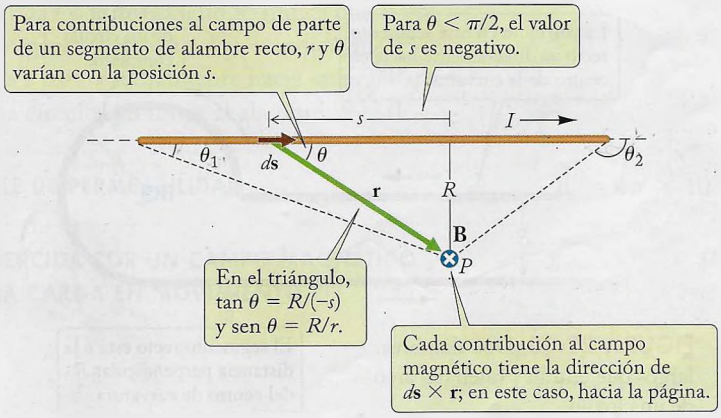


FIGURA 29.39 Relaciones geométricas para determinar el campo magnético de un alambre recto finito aplicando la ley de Biot-Savart.

y se saca la derivada de $s = -R/\tan\theta$ respecto a θ, y se obtiene

$$ds = \frac{R}{\operatorname{sen}^2\theta}\,d\theta$$

También, de acuerdo con la figura 29.39, $r = R/\operatorname{sen}\theta$. Estas relaciones se sustituyen en la ecuación (29.24) y entonces se puede escribir

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{R}{\operatorname{sen}^2\theta}\,\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{R^2}\operatorname{sen}\theta\,d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\operatorname{sen}\theta\,d\theta$$

Como $\int \operatorname{sen}\theta\,d\theta = -\cos\theta$, resulta

campo magnético de un segmento finito de alambre

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \tag{29.28}$$

El resultado (29.28) se puede usar repetidas veces para sumar las contribuciones de varios segmentos rectos de un conductor. También se observa que en el caso de un alambre infinito, $\theta_1 = 0$ y $\theta_2 = \pi$; entonces $\cos\theta_1 - \cos\theta_2 = 1 - (-1) = 2$, y el resultado (29.28) se reduce al campo de un alambre infinito, $B = \mu_0 I/2\pi R$, como debe ser.

EJEMPLO 8 La punta de una sonda magnética consiste en dos alambres largos separados por una distancia R, y un arco de círculo con el radio también igual a R, como muestra la figura 29.40. Si el alambre conduce una corriente I, ¿cuál es el campo magnético en el centro de curvatura del arco?

SOLUCIÓN: Hay tres contribuciones al campo: una de cada uno de los segmentos rectos y una del arco. En el segmento recto superior, la corriente I pasa directamente hacia el punto en cuestión, y entonces $\operatorname{sen}\theta = 0$ en la ecuación (29.24), y no hay contribución. Según la regla de la mano derecha, el otro segmento recto y el arco producen cada uno un campo dirigido hacia el plano del papel, por lo que se pueden sumar. Respecto a una espira completa, falta el arco de $90° = \pi/2$, y entonces el ángulo abarcado por el alambre es $3\pi/2$. De acuerdo con la ecuación (29.27), la contribución del arco es

$$B_{\text{arc}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\,\frac{3\pi}{2} = \frac{3}{4}\times\frac{\mu_0 I}{2R}$$

JEAN-BAPTISTE BIOT (1774-1962) *Físico francés, profesor del Collège de France. Su trabajo más importante se relacionó con la refracción y la polarización de la luz, pero también se interesó en una amplia variedad de problemas de las ciencias físicas. Con Félix Savart, 1791-1841, confirmó el descubrimiento por Oersted de los campos magnéticos generados por corrientes eléctricas, y formuló la ecuación (29.23) de la intensidad del campo magnético.*

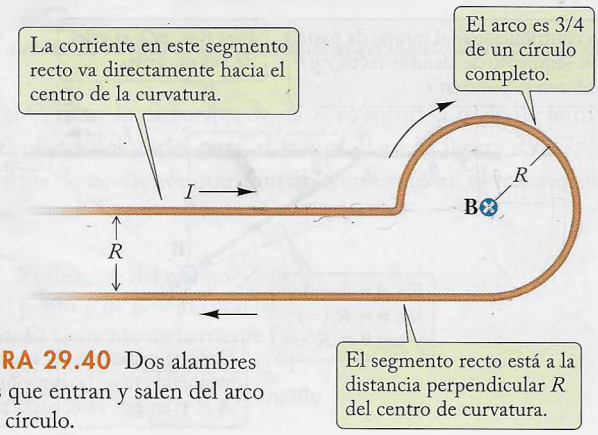


FIGURA 29.40 Dos alambres largos que entran y salen del arco de un círculo.

El alambre recto inferior produce una contribución de la forma (29.28), con $\theta_1 = 0$ en el extremo izquierdo lejano, y $\theta_2 = \pi/2$ en el extremo derecho, directamente debajo del centro de curvatura. Entonces,

$$B_{\text{segmento}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[\cos(0) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

que es la mitad del campo del alambre infinito. El campo total en el centro de curvatura del arco es

$$B = B_{\text{arco}} + B_{\text{segmento}} = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}\right)\frac{\mu_0 I}{2R} \approx 0.91 \times \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Revisión 29.5

PREGUNTA 1: Una espira circular de alambre conduce una corriente I y produce un campo magnético B_0 en su centro. ¿Cuál es el campo en el centro, cuando la misma corriente pasa por una espira con el doble de radio?

PREGUNTA 2: Si se tienen dos espiras circulares concéntricas en el plano de esta página; la mayor conduce una corriente en sentido de las manecillas del reloj, y la menor conduce la misma corriente, pero en sentido contrario a las manecillas del reloj. ¿Cuál es la dirección del campo magnético en el centro de las espiras?

PREGUNTA 3: En una espira cuadrada de corriente, la contribución al campo magnético en el centro del cuadrado, por un solo lado del cuadrado, es B_1. ¿Cuál es el campo magnético neto en el centro del cuadrado?

(A) 0 (B) $2B_1$ (C) $2\sqrt{2}B_1$ (D) $4B_1$

RESUMEN

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Dirección de la fuerza magnética (regla de la mano derecha) **(página 936)**

TÉCNICAS PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Ley de Ampère para distribuciones de corriente con simetría **(página 947)**

FUERZA MAGNÉTICA EJERCIDA POR LA CORRIENTE EN UN ALAMBRE LARGO SOBRE UNA CARGA EN MOVIMIENTO, donde el signo − indica que **F** es de atracción para **v** paralela a I, y + indica que **F** es paralela a I para **v** radialmente hacia afuera. Para **v** tangente a círculos en torno al alambre, $F = 0$.

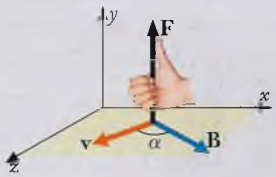
$$F = \pm\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{qvI}{r} \quad \text{o} \quad F = 0 \qquad (29.5, 29.6)$$

CONSTANTE DE PERMEABILIDAD

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2 \approx 1.26 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2 \qquad (29.4)$$

FUERZA EJERCIDA POR UN CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UNA CARGA EN MOVIMIENTO

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad (29.12)$$

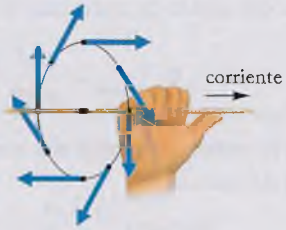


MAGNITUD DE LA FUERZA MAGNÉTICA

$$F = qvB \operatorname{sen} \alpha \tag{29.11}$$

CAMPO MAGNÉTICO DE UNA CORRIENTE EN UN ALAMBRE LARGO **Regla de la mano derecha:** Con el pulgar en dirección de la corriente, los dedos se flexionan en dirección del campo, tangente a los círculos en torno a la corriente.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{29.9}$$



UNIDAD SI DE CAMPO MAGNÉTICO

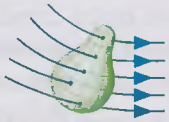
$$1 \text{ tesla} = 1\,\text{T} = 1\,\text{N/(C} \cdot \text{m/s)}$$

FUERZA DE LORENTZ

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \tag{29.13}$$

LEY DE GAUSS DEL MAGNETISMO (para una superficie cerrada)

$$\Phi_B = 0 \tag{29.15}$$



PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN Las fuerzas magnéticas y los campos magnéticos producidos por distintas corrientes se combinan con suma vectorial.

LEY DE AMPÈRE

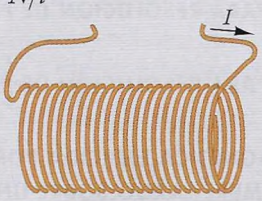
$$\oint B_{\parallel}\, ds = \mu_0 I$$

donde, para simetría cilíndrica,

$$\oint B_{\parallel}\, ds = \begin{cases} B \times 2\pi r & \text{(flujo de corriente a lo largo de una línea)} \\ B \times l & \text{(flujo de corriente en torno a un cilindro)} \end{cases} \tag{29.18}$$

CAMPO MAGNÉTICO EN EL INTERIOR DE UN SOLENOIDE **Regla de la mano derecha:** Con los dedos flexionados en dirección de la corriente, el pulgar indica la dirección del campo axial.

$$B = \mu_0 n I \quad \text{donde} \quad n = N/l \tag{29.21}$$



LEY DE BIOT-SAVART

Contribución al campo magnético: donde $\mathbf{r}$ es el vector del elemento de corriente $I\,d\mathbf{s}$ al punto P.

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

(29.23, 29.24)

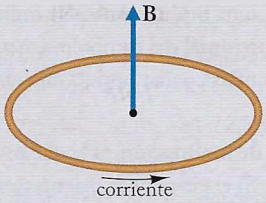
Si la corriente y P están en el mismo plano, entonces

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds \operatorname{sen} \theta}{r^2}$$

CAMPO MAGNÉTICO EN EL CENTRO DE UNA ESPIRA CIRCULAR DE CORRIENTE

Regla de la mano derecha: Con los dedos flexionados en dirección de la corriente, el pulgar indica la dirección del campo en el centro de la espira.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \tag{29.26}$$

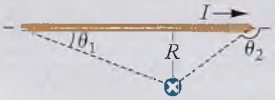


CAMPO MAGNÉTICO EN EL CENTRO DE UN ARCO

$$B = \frac{\mu_0 I \Delta\theta}{4\pi R} \tag{29.27}$$

CAMPO MAGNÉTICO DE UN SEGMENTO FINITO DE ALAMBRE

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \tag{29.28}$$



PREGUNTAS PARA DISCUSIÓN

1. En física teórica se ha propuesto la existencia de **monopolos magnéticos**, que son fuentes y sumideros de líneas de campo magnético, como las cargas eléctricas son fuentes y sumideros de líneas de campo eléctrico. ¿Cómo se vería la figura de las líneas de campo magnético de un monopolo magnético positivo?
2. El campo magnético terrestre en el ecuador es horizontal, con dirección hacia el norte. ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética de un electrón que sube verticalmente?
3. Un electrón con una rapidez vertical atraviesa un campo magnético sin sufrir desviación alguna. ¿Qué se puede deducir del campo magnético?
4. En el momento inicial, una partícula cargada está en un punto P de un campo magnético, y tiene una velocidad inicial. Bajo la influencia del campo magnético, la partícula se mueve hasta un punto P'. Si ahora se invierte la velocidad de la partícula ¿se regresará por su órbita y llegará al punto P?
5. Un electrón que se mueve hacia el norte, en un imán, se desvía hacia el este, debido al campo magnético. ¿Cuál es la dirección del campo magnético?
6. Una jaula de Faraday, hecha con paredes de tela de alambre, blinda los campos eléctricos. ¿También blinda los campos magnéticos?
7. Un alambre largo y recto que conduce una corriente I se coloca en un campo magnético uniforme B_0 que forma ángulo recto con la dirección del campo. El campo magnético neto es la superposición del campo del alambre y el campo uniforme; las líneas de ese campo neto se ven en la figura 29.41. En el punto P, el campo magnético neto es cero. ¿Cuál es la distancia del punto al alambre?

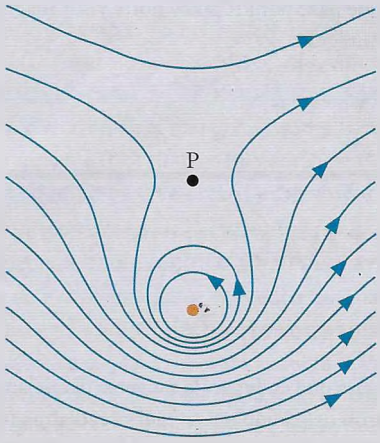


FIGURA 29.41 Estas líneas de campo magnético resultan de la superposición del campo debido a un alambre recto (que sale de la página y se representa por el punto de color) y un campo magnético horizontal, con dirección de izquierda a derecha.

8. Los campos eléctricos intensos son peligrosos; si se pone alguna parte del cuerpo en un campo eléctrico intenso es probable que se reciba un choque eléctrico. ¿Son peligrosos los campos magnéticos? ¿Producen algún efecto sobre el organismo?
9. La figura 29.26 muestra el campo magnético terrestre. ¿Cuál debe ser la dirección de las corrientes en espiras en el interior de la Tierra para producir ese campo magnético?

10. La aguja de una brújula ordinaria indica la dirección del componente horizontal del campo magnético terrestre. ¿Por qué no se puede confiar en una brújula cuando se usa cerca de los polos terrestres?
11. Una **aguja de inclinación** es la que oscila respecto a un eje horizontal. Si el eje tiene la orientación este-oeste, la posición de la aguja de inclinación tiene la dirección del campo magnético terrestre. El **ángulo de inclinación** es el que forma con la horizontal. ¿Cómo varía el ángulo de inclinación al transportar una aguja de inclinación por la superficie terrestre, desde el Polo Sur hasta el Polo Norte?
12. Supóngase que se sustituye el anillo único que muestra la figura 29.25 por una bobina con N vueltas. ¿Cómo se altera la fórmula [ecuación (29.19)] para calcular el campo magnético?
13. Para eliminar o reducir el campo magnético generado por el par de conductores que conectan un equipo eléctrico con un contacto, una persona tuerce esos conductores, apretadamente, entre sí. ¿En qué forma ayuda?
14. Para una espira circular de alambre que conduce una corriente, descríbase la dirección del campo magnético en diferentes puntos del plano de la espira, tanto dentro como fuera de ella.
15. Una lámina conductora plana e infinita yace en el plano x-y. La lámina conduce una corriente en dirección y; esa corriente está uniformemente distribuida en toda la lámina. ¿Cuál es la dirección del campo magnético arriba de la lámina? ¿Y debajo de la lámina?
16. Si se evalúa la integral $\int B_{\parallel}\, ds$ para el campo magnético terrestre, a lo largo de una trayectoria circular cerrada, por un meridiano que pase por los polos norte y sur magnéticos, ¿cuánto vale la integral?
17. Para un solenoide largo y un alambre recto que pasa por el eje del solenoide, cuando ambos conducen corriente, descríbanse las líneas de campo magnético dentro del solenoide.
18. La figura 29.35 representa las líneas de campo cerca del entrehierro de un electroimán. Descríbase la figura de las líneas de campo fuera de las orillas de esa figura.
19. Un **galvanómetro tangente** es una forma antigua de amperímetro formada por una brújula ordinaria montada en el centro de una bobina cuyo eje es horizontal y está orientado en la línea este-oeste (véase la figura 29.42). Si en la bobina no hay corriente, la brújula apunta hacia el norte. ¿Cómo se desvía la brújula, respecto al norte, cuando en la bobina hay una corriente?

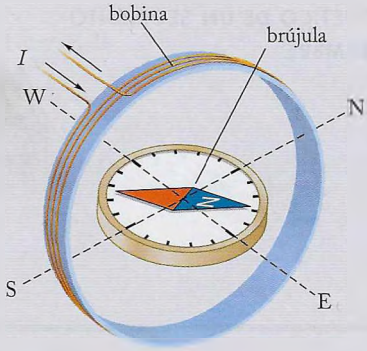


FIGURA 29.42 Brújula de tangente.

20. H. C. Oersted usó un sencillo indicador de corriente eléctrica en sus primeros experimentos. Consiste en una brújula colocada bajo un alambre tirante, con dirección norte. ¿De qué manera el ángulo que forma la brújula con el alambre indica la corriente eléctrica en el mismo?

PROBLEMAS

29.1 La fuerza magnética

1. Supóngase que en lugar de moverse paralelamente al alambre, el electrón del ejemplo 1 se mueve radialmente alejándose de él. En este caso, ¿cuál es la magnitud de la fuerza magnética sobre el electrón? ¿Cuál es su dirección?
2. Un protón está en cierto momento a 0.10 m de un alambre que conduce 30 A de corriente. La rapidez del protón es 5.0×10^6 m/s, y su dirección de movimiento es radialmente hacia el alambre. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza sobre el protón? ¿Cuál es la magnitud de la aceleración instantánea del protón? Dibújese un diagrama que muestre la dirección de la corriente, y la velocidad y aceleración del protón.
3. En un cinescopio, los electrones con 3.0×10^{-15} J se mueven en línea recta desde la parte trasera del tubo hasta el frente. Ese cinescopio está cerca de un cable recto que conduce 12 A de corriente, en dirección paralela a la trayectoria de los electrones y a una distancia radial de 0.30 m de esa trayectoria. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre cada electrón? ¿Cuál es la aceleración transversal correspondiente?
4. Un átomo de cobre está a 1.5 cm de un alambre largo y recto, y se mueve paralelamente a una corriente de 25 A en el alambre, con rapidez de 7.0×10^3 m/s. ¿Qué fuerza magnética ejerce la corriente del alambre sobre un electrón del átomo de cobre? ¿Y sobre el núcleo de cobre? ¿Y sobre todo el átomo de cobre?
5. Un alambre está en el eje x y conduce 30 A de corriente en dirección $+x$. Un protón en $\mathbf{r} = 2.5\mathbf{j}$ tiene velocidad instantánea $\mathbf{v} = 2.0\mathbf{i} - 3.0\mathbf{j} + 4.0\mathbf{k}$, estando $\mathbf{r}$ en metros y $\mathbf{v}$ en m/s. ¿Cuál es la fuerza magnética instantánea sobre este protón?
6. En términos de m, s y kg, ¿cuáles son las unidades de $1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$?

29.2 El campo magnético

7. Una carga q viaja con una velocidad $\mathbf{v}$ que forma un ángulo θ con la dirección de un campo magnético $\mathbf{B}$, que apunta a lo largo del eje x (véase la figura 29.43). ¿Para qué ángulo θ la magnitud de la fuerza magnética es la tercera parte de la fuerza magnética máxima?

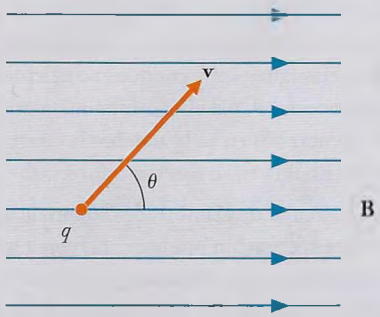


FIGURA 29.43 Vector velocidad de una carga q en un campo magnético uniforme.

8. Un electrón viaja a la velocidad de 2.0×10^5 m/s, que forma un ángulo de 120° con la dirección de un campo magnético de 0.33 T, dirigido a lo largo del eje x (véase la figura 29.44). ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza sobre el electrón?

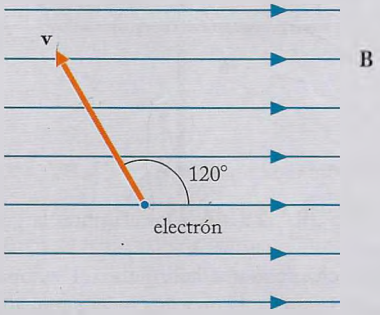


FIGURA 29.44 Vector velocidad de un electrón en un campo magnético uniforme.

9. Un protón atraviesa un campo magnético vertical. La velocidad (instantánea) del protón es 8.0×10^5 m/s horizontal con dirección norte. La aceleración (instantánea) que produce la fuerza magnética es 3.2×10^{14} m/s^2 en dirección oeste. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico? La dirección de ese campo ¿es hacia arriba o hacia abajo?

10. Se quiere balancear momentáneamente la fuerza gravitacional sobre un protón, con una fuerza magnética. Si el protón se mueve horizontalmente en dirección este, con velocidad de 6.0×10^4 m/s, ¿qué campo magnético se necesita (magnitud y dirección)?

11. La corriente en un rayo puede ser hasta de 2.0×10^4 A. ¿Cuál es el campo magnético a 1.0 m de distancia del rayo? Se puede considerar que el rayo es una línea recta de corriente.

12. El cable de una línea de alta tensión está a 25 m sobre el suelo, y conduce 1.8×10^3 A de corriente.

    a) ¿Qué campo magnético produce esa corriente a nivel del suelo?

    b) La intensidad del campo magnético terrestre es 0.60×10^{-4} T por donde pasa la línea de transmisión. ¿En qué factor difieren los campos de la línea y de la Tierra?

13. El campo magnético que rodea la Tierra comúnmente tiene una intensidad de 5.0×10^{-5} T. Si un electrón de rayo cósmico, con energía cinética 3.0×10^4 eV, se mueve instantáneamente en dirección perpendicular a las líneas de ese campo magnético, ¿cuál es la fuerza sobre este electrón?

14. Una partícula alfa (carga $= +2e$) se mueve con velocidad $\mathbf{v} = 5.0\mathbf{i} - 3.0\mathbf{j}$ en un campo magnético $\mathbf{B} = -4.0\mathbf{i} + 2.5\mathbf{j}$, estando $\mathbf{B}$ en teslas y $\mathbf{v}$ en metros por segundo. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre la partícula alfa?

15. En una región donde el campo magnético es $\mathbf{B} = 2.5\mathbf{i} + 3.6\mathbf{j} + 1.5\mathbf{k}$, un electrón se mueve con velocidad $\mathbf{v} = -3.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j} - 3.5\mathbf{k}$, estando $\mathbf{B}$ en teslas y $\mathbf{v}$ en metros por segundo. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre este electrón?

16. Un protón está sobre la superficie terrestre, exactamente en el ecuador magnético donde el campo magnético se dirige hacia el norte y su magnitud es $B = 4.2 \times 10^{-5}$ T. ¿En qué dirección y con qué velocidad debe moverse el protón para que la fuerza magnética compense la fuerza gravitacional?

*17. En Nueva York, el campo magnético terrestre tiene un componente vertical (hacia abajo) de 6.0×10^{-5} T y un componente horizontal (hacia el norte) de 1.7×10^{-5} T. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética sobre un electrón que se mueve a 1.0×10^6 m/s (instantáneamente) en dirección este a oeste, en un cinescopio de televisión?

*18. En la superficie de un pulsar o estrella de neutrones, el campo magnético puede ser hasta de 1.0×10^8 T. Para un electrón de un átomo de hidrógeno que se encuentre en la superficie de esa estrella, que está a 5.3×10^{-11} m del protón y se mueva a 2.2×10^6 m/s en su órbita, compárese la fuerza eléctrica que ejerce el protón sobre el electrón, con la fuerza magnética que ejerce la estrella de neutrones sobre el electrón. ¿Es razonable esperar que el átomo de hidrógeno se deforme fuertemente debido al campo magnético?

*19. El campo eléctrico de una línea larga y recta de carga, con λ coulombs por metro es [véase la ecuación (24.23)]

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Supóngase que esa línea de carga se mueve en dirección paralela a sí misma, a la velocidad v.

a) La línea de carga en movimiento es una corriente eléctrica. ¿Cuál es la magnitud de esa corriente?

b) ¿Cuál es la magnitud del campo magnético producido por esa corriente? Demuéstrese que la magnitud del campo magnético es proporcional a la magnitud del campo eléctrico, esto es, que

$$B = \mu_0 \epsilon_0 v E$$

(Sin embargo, las direcciones de los campos eléctrico y magnético son diferentes. El campo eléctrico es radial, mientras que el campo magnético es tangencial.)

*20. De acuerdo con el problema anterior, cuando se hace mover una línea de carga a la velocidad v, paralela a sí misma, produce un campo magnético de magnitud proporcional a su campo eléctrico, $B = \mu_0 \epsilon_0 v E$. Se utiliza este resultado para determinar el campo magnético de una lámina grande de papel cargada, con σ coulombs por metro cuadrado de carga, que se mueve a una velocidad v paralela a la hoja misma.

29.3 La ley de Ampère

21. Un alambre de niobio superconductor, de 0.20 cm de diámetro, puede conducir hasta 1 900 A de corriente. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético justamente fuera del alambre cuando conduce esa corriente?

22. Un alambre largo y recto de cobre tiene 1.0 mm de diámetro y conduce 20 A de corriente. ¿Cuáles son la fuerza magnética instantánea, y la aceleración correspondiente de uno de los electrones de conducción, que se mueve a 1.0×10^6 m/s por la superficie del alambre en dirección contraria a la de la corriente? ¿Cuál es la dirección de la aceleración?

23. En un acelerador de protones se forma un haz de protones con velocidad de 3.0×10^8 m/s, con una corriente de 2.0×10^{-3} A. Si el haz tiene sección transversal circular, de 1.0 cm de radio, y que la corriente está uniformemente distribuida en esa sección, ¿cuál es el campo magnético que produce el haz en su orilla? ¿Cuál es la fuerza magnética sobre un protón en la orilla del haz?

24. Un anillo de alambre superconductor conduce 2.0 A de corriente. El radio del anillo es 1.5 cm. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el centro del anillo?

25. Una bobina circular tiene 60 vueltas de alambre devanado en torno a la periferia de un disco de madera de 0.15 m de radio (véase la figura 29.45). Si por esa bobina pasa una corriente de 2.0 A, ¿cuál es el campo magnético que se produce en el centro del disco?

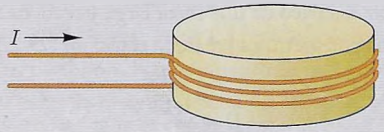


FIGURA 29.45 Una bobina circular de alambre.

26. En el punto de ebullición del helio líquido, una aleación de niobio y titanio sólo es superconductora cuando el campo magnético es menor que 9.5 T. Si un alambre de esta aleación tiene 3.0 mm de diámetro, ¿qué corriente máxima puede conducir para que no se pierda la superconductividad en su superficie? Si la corriente está uniformemente distribuida en la sección transversal del alambre.

27. Una corriente I pasa por un alambre delgado, que forma un círculo de radio R. El eje del círculo coincide con el eje z. ¿Cuál es el valor de la integral $\int B_{\parallel}\, ds$ a lo largo del eje z, desde $z = -\infty$ hasta $z = +\infty$?

*28. Seis alambres paralelos de aluminio de radio pequeño, pero finito, están en el mismo plano. Los alambres están separados por distancias iguales d, y conducen corrientes iguales I en la misma dirección. ¿Cuál es el campo magnético en el centro del primer alambre? Si en cada alambre la corriente está uniformemente distribuida en su sección transversal.

*29. Un anillo circular de alambre, de 0.60 m de diámetro, conduce 35 A. ¿Qué aceleración producirá la fuerza magnética generada por este alambre a un electrón que pasa por el centro del anillo, con una velocidad de 1.2×10^6 m/s en el plano del anillo?

*30. Dos alambres rectos muy largos conducen corrientes I en ángulo recto. Uno de los alambres está en el eje x y el otro en el eje y (véase la figura 29.46). Determínese el campo magnético en un punto del primer cuadrante del plano x-y.

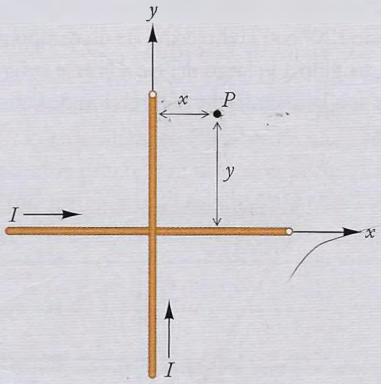


FIGURA 29.46 Dos alambres largos y rectos.

*31. En una lancha de motor, la brújula ((el "compás")) se monta a 0.80 m de distancia de un cable que conduce 20 A, del generador al acumulador.

a) ¿Qué campo magnético produce esa corriente en el lugar de la brújula? El cable es un alambre largo y recto.

b) El componente horizontal (norte) del campo magnético terrestre tiene 1.8×10^{-5} T. Como la brújula apunta en dirección del campo magnético horizontal neto, la corriente causará una desviación de la brújula. Si el campo magnético de la corriente es horizontal y está en ángulo recto con el componente horizontal del campo magnético terrestre, ¿cuántos grados se desviará la brújula respecto del norte?

*32. Dos alambres muy largos, rectos y paralelos, a una distancia d uno de otro, conducen corrientes I en direcciones opuestas. ¿Cuál es el campo magnético en un punto equidistante a los alambres, y a una distancia $2d$ de cada uno? Trazar un diagrama que muestre la dirección del campo magnético.

*33. Tres alambres paralelos muy largos tienen las posiciones indicadas en la figura 29.47. Conducen corrientes iguales en la misma dirección. ¿Cuál es el campo magnético en el punto P? Trazar un diagrama que indique la dirección del campo magnético.

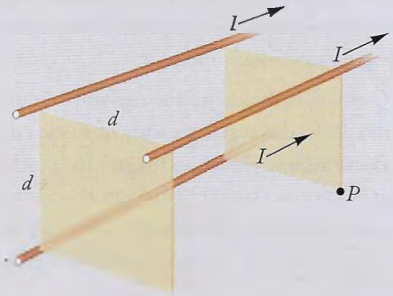


FIGURA 29.47 Tres alambres largos y paralelos. Pasan por tres esquinas de un cuadrado.

*34. Dos anillos con el mismo radio 0.20 m se colocan en ángulo recto (véase la figura 29.48). Los anillos conducen corrientes iguales de 10 A. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el centro de este conjunto de anillos? Trazar un diagrama que muestre la dirección de ese campo magnético.

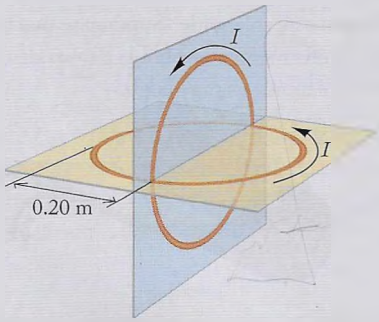


FIGURA 29.48 Dos anillos en ángulo recto.

*35. Un alambre largo y recto se dobla formando una espira circular de radio R cerca de su punto medio (véase la figura 29.49). El alambre conduce una corriente I. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético en el centro de la espira?

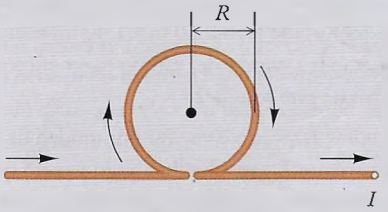


FIGURA 29.49 Alambre largo y delgado que forma una espira en el mismo plano.

*36. Dos alambres muy largos y paralelos están separados 1.0 cm y conducen corrientes opuestas de 8.0 A.

a) Determínese el campo magnético en el punto medio entre los alambres.

b) Determínese el campo magnético en el plano de los alambres, a 2.0 cm de distancia de la línea media.

*37. Un cable coaxial está formado por un alambre cilíndrico largo de cobre, de radio r_1, rodeado por una funda cilíndrica de radio interior r_2 y radio exterior r_3 (véase la figura 29.50). El alambre y la funda conducen corrientes I, iguales y opuestas, distribuidas uniformemente en sus secciones transversales. Dedúzcanse fórmulas para determinar el campo magnético en cada una de las cuatro regiones: $r < r_1$, $r_1 < r < r_2$, $r_2 < r < r_3$ y $r > r_3$.

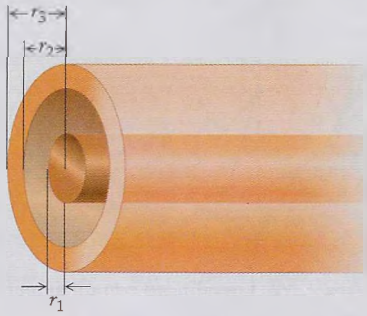


FIGURA 29.50 Un cilindro y una funda cilíndrica coaxial.

*38. Una placa muy grande, delgada y conductora, está en el plano x-y. La placa conduce una corriente en la dirección y, y está uniformemente distribuida en la placa, con σ amperes pasando por cada metro de longitud perpendicular a la corriente. Aplíquese la ley de Ampère para determinar el campo magnético a alguna distancia de la placa. (Sugerencia: las líneas de campo magnético son paralelas a la placa.)

*39. Una placa muy grande y conductora coincide con el plano x-y. Otra placa muy grande y conductora coincide con el plano x-z. Cada placa conduce una corriente uniformemente distribuida de σ amperes pasando en cada metro de longitud perpendicular a la corriente (véase la figura 29.51). Determínese el campo magnético en cada uno de los cuatro cuadrantes. (Sugerencia: Véase el problema 38.)

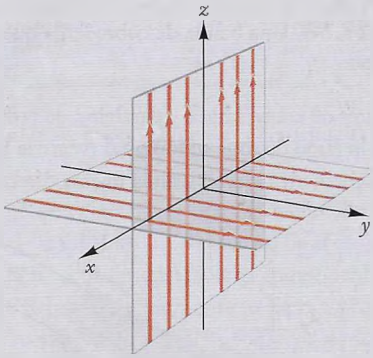


FIGURA 29.51 Dos placas conductoras grandes que conducen corriente.

*40. Un conductor cilíndrico de radio R_1 tiene un agujero cilíndrico coaxial de radio $R_2 < R_1/2$; el agujero es adyacente a la superficie, como en la figura 29.52. El conductor lleva una corriente I. Determínese la magnitud del campo magnético en puntos de la

línea vertical punteada que están *a*) debajo del centro, para $r \leq R_1$; *b*) debajo del conductor, para $r \geq R_1$; *c*) arriba del centro, para $r \leq (R_1 - 2R_2)$; *d*) arriba del centro, para $R_1 \geq r \geq (R_1 - 2R_2)$, y *e*) arriba del conductor, para $r \geq R_1$.

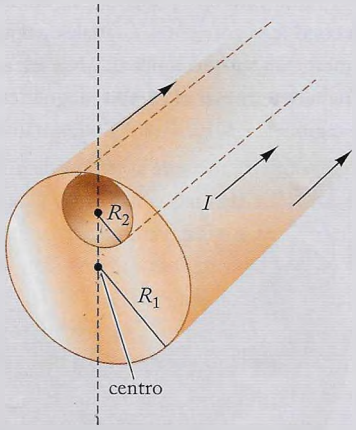


FIGURA 29.52 Un cilindro con un agujero cilíndrico.

**41. Una banda de cobre muy larga, de ancho b, conduce una corriente I uniformemente distribuida en ella. ¿Cuál es el campo magnético a la distancia z arriba de la línea central de esta banda? (véase la figura 29.53).

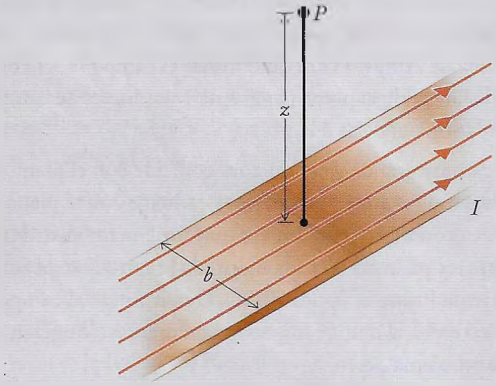


FIGURA 29.53 Una banda de cobre larga que conduce una corriente.

**42. Dos alambres de cobre, largos y paralelos, de radio R, están en contacto a lo largo de toda su longitud (véase la figura 29.54). Conducen corrientes iguales I en la misma dirección. Las corrientes están uniformemente distribuidas en los volúmenes de los alambres. Determínese el campo magnético en el plano central (plano z-x) de los alambres en función de la distancia z al punto de contacto. ¿Dónde es máximo el campo magnético, y cuál es el valor del campo magnético máximo?

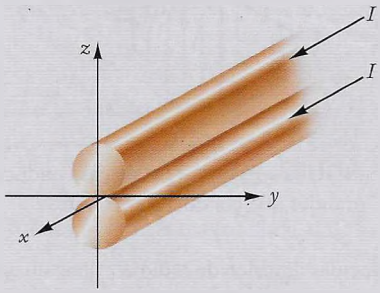


FIGURA 29.54 Dos alambres largos, rectos y gruesos en contacto.

**43. Repítase el problema anterior para cuando las corrientes en los alambres tienen direcciones opuestas.

**44. Una carga Q está distribuida uniformemente en un disco de papel de radio R. El disco gira en torno a su eje con velocidad angular ω. Determínese el campo magnético producido por este disco en su centro.

29.4 Solenoides y electroimanes

45. Un solenoide largo tiene 15 vueltas por centímetro. ¿Qué corriente debe conducir por sus espiras para que el campo magnético sea 5.0×10^{-2} T en su interior?

46. El electroimán de un timbre eléctrico pequeño es un solenoide con 260 vueltas en una longitud de 2.0 cm. ¿Qué campo magnético producirá ese solenoide si la corriente es 8.0 A?

47. La figura 29.55 muestra un "solenoide" formado por una vuelta de una lámina de cobre. El solenoide tiene 20 cm de longitud y la corriente que pasa por él es 2.0×10^3 A. ¿Cuál es el campo magnético en este solenoide? Supóngase que la corriente se distribuye uniformemente sobre la lámina de cobre, y considérese que el solenoide es muy largo.

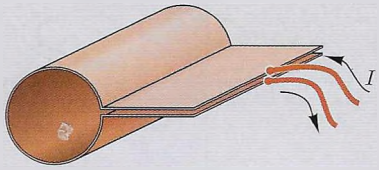


FIGURA 29.55 Una lámina de cobre con la forma de un solenoide.

48. Repítase el ejemplo 7 para cuando la corriente en el segundo solenoide es el doble de la del primero. Trácense las líneas del campo magnético neto.

49. Un electroimán toroidal se usaba para estudiar fusión de plasma (un "tokamak") en la universidad de Texas; tenía 80 vueltas de conductor, con una corriente de 125 kA. Los radios interno y externo del toroide eran 0.60 m y 1.40 m, respectivamente. ¿Cuáles eran los valores del campo magnético mínimo y máximo dentro de este toroide?

*50. Un solenoide largo, de n vueltas por unidad de longitud, conduce una corriente I, y un alambre largo y recto que está en el eje de ese solenoide conduce una corriente I'. Determínese el campo magnético neto dentro del solenoide, a la distancia r del eje. Descríbase la forma de las líneas de campo magnético.

*51. La bobina de un electroimán consiste en una gran cantidad de capas de alambre muy delgado, devanadas sobre un núcleo cilíndrico. El radio interior de las espiras, y el exterior es r_2. La cantidad de vueltas en cada capa es n por unidad de longitud, y la cantidad de capas es n' por unidad de longitud en dirección radial.

La corriente en las espiras de alambre es I. Dedúzcanse fórmulas para el campo magnético en la región $r < r_1$ y en la región $r_1 < r < r_2$.

*52. Una varilla muy larga de radio R tiene una densidad de carga ρ uniforme en su volumen. La varilla gira en torno a su eje, con velocidad angular ω. ¿Cuál es el campo magnético a la distancia $r \leq R$ del eje?

29.5 La ley de Biot-Savart

53. Un alambre está doblado y forma una espira cuadrada de lado L, y conduce una corriente I. Dedúzcase una ecuación para el campo magnético en el centro del cuadrado.

54. Un alambre está doblado y forma una espira rectangular, de ancho $2L$ y altura L, como muestra la figura 29.56. Si $L = 20$ cm y el alambre conduce una corriente $I = 15$ A, calcúlese el valor del campo magnético en el centro del rectángulo.

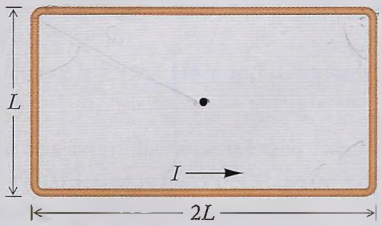


FIGURA 29.56 Una espira rectangular de alambre.

55. Una corriente $I = 5.0$ A pasa por un alambre largo y recto, interrumpido por un segmento semicircular de radio $R = 2.0$ cm, como muestra la figura 29.57. Calcúlese el valor del campo magnético en el centro de curvatura.

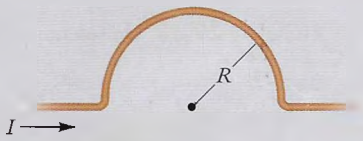


FIGURA 29.57 Un alambre recto con un segmento semicircular.

56. Una espira de alambre tiene la forma que muestra la figura 29.58, con dos semicírculos de radios R_1 y R_2, y dos segmentos rectos. Si una corriente I pasa en la dirección indicada, ¿cuál es la dirección del campo magnético en el centro de curvatura común? Dedúzcase una ecuación para el campo magnético en ese lugar.

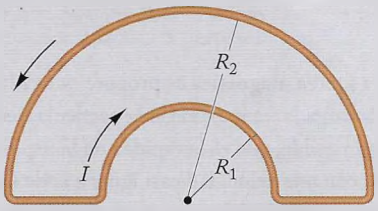


FIGURA 29.58 Dos semicírculos y dos segmentos rectos de alambre, que forman una espira.

57. Un alambre largo conduce una corriente $I = 10$ A, y está doblado formando un arco de un cuarto de círculo, de radio $R = 0.50$ cm, como muestra la figura 29.59. Calcúlese el valor del campo magnético en el centro de curvatura.

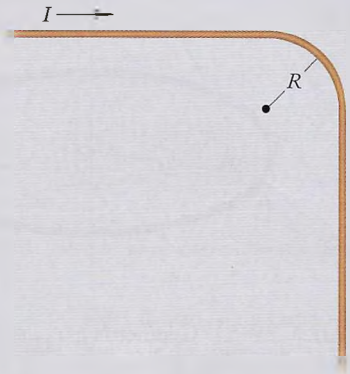


FIGURA 29.59 Un alambre largo con un arco circular.

*58. Supóngase que, en un átomo de hidrógeno, el electrón gira alrededor del núcleo en un círculo de radio $r = 5.29 \times 10^{-11}$ m, y que su momento angular es $L = mvr = 1.05 \times 10^{-34}$ J·s. Calcúlese el valor del campo magnético en el núcleo, debido a la corriente del movimiento orbital del electrón.

*59. Un alambre está doblado formando una espira cuadrada de lado L, y conduce una corriente I. Dedúzcase una ecuación para determinar el campo magnético en un punto P fuera de la espira, a una distancia perpendicular $L/2$ del punto medio de un lado (véase la figura 29.60).

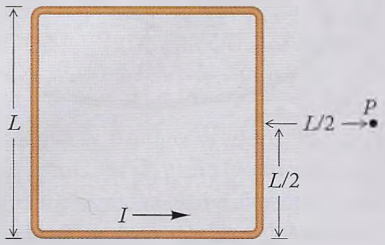


FIGURA 29.60 Una espira cuadrada de alambre.

*60. Un punto P está en el eje de una espira circular de corriente, de radio R, y a una distancia z del centro de la espira, como indica la figura 29.61. Por simetría, sólo el componente z del campo magnético debido a un segmento $d\mathbf{s}$ de la espira contribuye al campo. El componente z es $dB_z = dB \cos \phi$, donde dB se define con la ecuación (29.23). De acuerdo con la geometría de la figura, y sumando en torno a la longitud de la espira, demuéstrese que el campo total en P es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

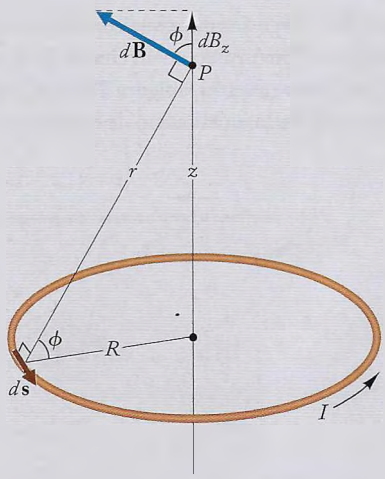


FIGURA 29.61 Geometría para determinar el campo magnético en el eje de una espira circular de alambre.

*61. Una **bobina de Helmholtz** es adecuada para producir una región de campo magnético uniforme; está formada por dos bobinas circulares idénticas separadas por una distancia igual a su radio R, como muestra la figura 29.62.

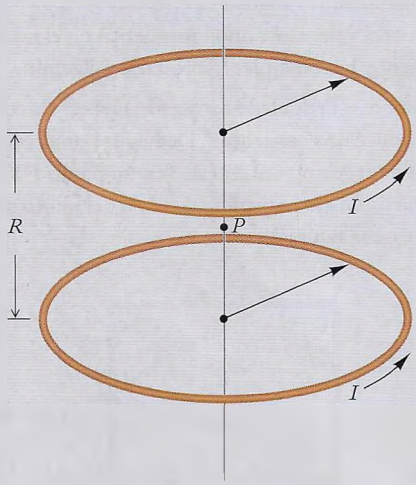


FIGURA 29.62 Una bobina de Helmholtz.

a) Se puede utilizar el resultado del problema 60 para calcular B_z en el punto central.

b) Demuéstrese que dB_z/dz y d^2B_z/dz^2 son cero en el punto medio (también allí es cero d^3B_z/dz^3, lo que indica un campo muy homogéneo en el punto central).

62. Un **solenoide finito de longitud L y radio R tiene N vueltas, y conduce una corriente I. Dedúzcase una ecuación del campo magnético en un punto del eje fuera del solenoide, considerando que el solenoide es una pila de espiras de corriente, como sigue: se suman las contribuciones de la forma del resultado del problema 60, sustituyendo B por dB e I por $dI = NI\,dz/L$. Determínese el campo magnético a una distancia z_0 arriba de un extremo de la pila de espiras (véase la figura 29.63), sumando las contribuciones en función de z. Se debe llegar al resultado

$$B = \frac{1}{2}\mu_0\frac{N}{L}I\left[\frac{z_0}{\sqrt{z_0^2 + R^2}} - \frac{z_0 - L}{\sqrt{(z_0 - L)^2 + R^2}}\right]$$

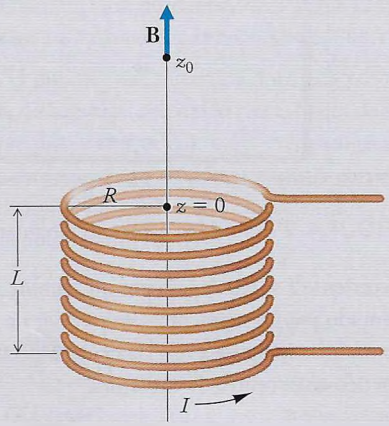


FIGURA 29.63 Un solenoide finito.

PROBLEMAS DE REPASO

63. Un protón se encuentra en cierto instante a 0.10 m de un alambre recto y largo, que conduce 30 A de corriente. La rapidez del protón es 5.0×10^6 m/s, y la dirección de su movimiento es radial hacia el alambre. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza magnética sobre el protón? ¿Cuál es la magnitud de la aceleración instantánea del protón? Trácese un diagrama que muestre la dirección de la corriente y la velocidad y aceleración del protón.

64. Como la fuerza magnética es proporcional a la rapidez de una partícula cargada, es máxima si la partícula tiene la máxima velocidad posible, que es la rapidez de la luz. Supóngase que un electrón, con una velocidad casi igual a la de la luz, se mueve radialmente hacia un alambre largo y recto que conduce 15 A de corriente. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza magnética sobre este electrón, cuando está a 0.050 m del alambre?

65. Un anillo de 8.0 cm de radio se coloca concéntricamente en torno a un anillo de 6.0 cm de radio (véase la figura 29.64). Cada anillo conduce 4.0 A de corriente. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el centro de los anillos, si las corrientes tienen la misma dirección? ¿Y si tienen direcciones opuestas?

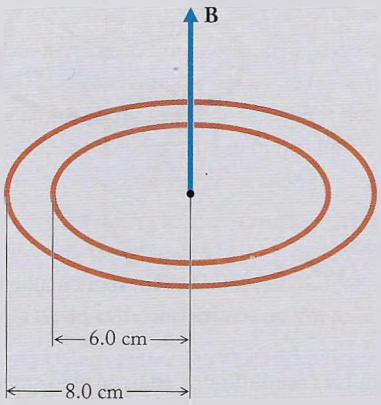


FIGURA 29.64 Dos anillos concéntricos.

66. 150 vueltas de alambre aislado están devanadas en torno a la periferia de un disco de madera de 20 cm de radio. La resistencia del alambre es 20 Ω. ¿Qué voltaje debe suministrarse a las terminales del alambre para generar un campo magnético de 8.0×10^{-4} T en el centro del disco?

67. Un alambre largo y recto se dobla para formar una espira circular de radio R, cerca del punto medio de su longitud, y se tuerce para que su plano sea perpendicular al del alambre (véase la figura 29.65). El alambre conduce una corriente I. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético en el centro de la espira?

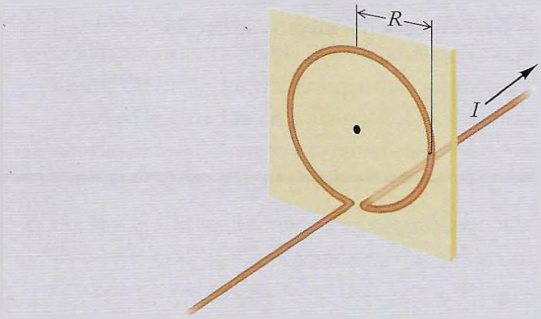


FIGURA 29.65 Alambre largo y recto doblado para formar una espira perpendicular.

68. Se distribuye uniformemente una carga de 2.0×10^{-6} C en la orilla de un disco de cartón de 8.0 cm de radio, y se hace girar ese disco en torno a su eje, a 15 revoluciones por segundo. ¿Cuál es la corriente generada por el movimiento de la carga? ¿Cuál es el campo magnético que produce esa corriente en el centro del disco?

69. Un solenoide largo se coloca en el interior de otro solenoide largo, de mayor radio (véase la figura 29.66). Los solenoides son coaxiales y los dos tienen la misma cantidad, n, de vueltas por unidad de longitud, y la misma corriente I. ¿Cuál es la fórmula para el campo magnético en la región interior del solenoide menor? ¿Y entre el solenoide menor y el mayor?

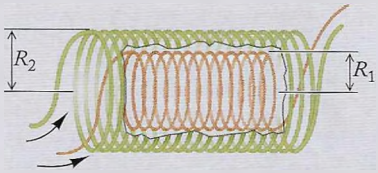


FIGURA 29.66 Dos solenoides coaxiales.

70. Un solenoide largo se coloca dentro de un campo magnético constante y uniforme, $\mathbf{B}_0$. El eje del solenoide forma ángulo recto con ese campo (véase la figura 29.67). Si el solenoide tiene n vueltas por metro, y la corriente en sus espiras es I, ¿cuál es el campo magnético total dentro del solenoide? ¿Qué ángulo forma este campo magnético con el eje del solenoide? Trácense las líneas de campo magnético dentro y fuera del solenoide.

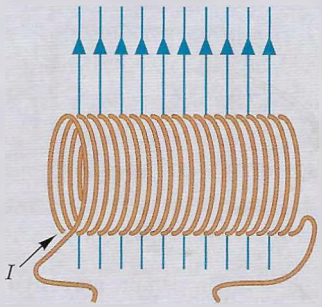


FIGURA 29.67 Un solenoide dentro de un campo magnético uniforme.

71. Una gran cantidad de alambres delgados, largos y rectos se tienden paralelos entre sí en un plano (véase la figura 29.68). La cantidad de alambres por unidad de longitud, medida a lo largo del plano en dirección perpendicular a los alambres, es n, y cada uno conduce una corriente I. Aplíquese la ley de Ampère para determinar el campo magnético producido por esta distribución de corriente. Descríbase la dirección del campo magnético. ¿Por qué las líneas de campo magnético tienen intensidad distinta de las que hay en el interior de un solenoide [ecuación (29.21)]?

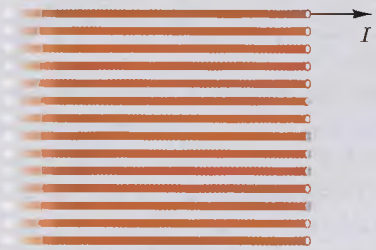


FIGURA 29.68 Alambres largos, rectos y paralelos.

72. Un tubo largo de cobre, con paredes gruesas, tiene radio interior R y radio exterior $2R$ (véase la figura 29.69). Una corriente I pasa por este tubo en dirección paralela a su eje, y uniformemente distribuida en el área transversal. Determínense los campos magnéticos en el radio $\frac{3}{2}R$ y en el radio $3R$.

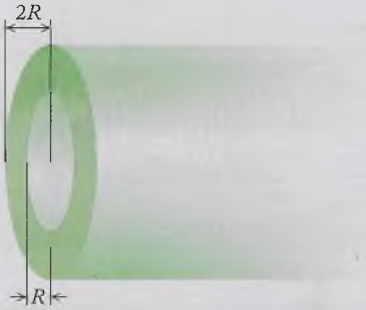


FIGURA 29.69 Un cascarón cilíndrico grueso.

73. Un alambre muy largo y recto, con una corriente I, tiene una vuelta rectangular cerca de su punto medio (véase la figura 29.70). Cada lado del cuadrado tiene longitud L. ¿Cuál es el campo magnético en el punto P, a la mitad entre las dos esquinas inferiores?

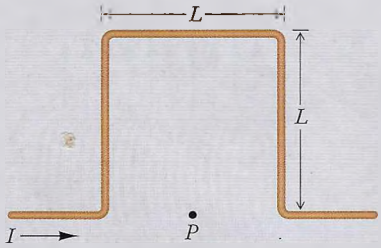


FIGURA 29.70 Un alambre muy largo con dobleces formando un cuadro.

74. Una espira circular se dobla en un diámetro, para formar dos semicírculos de radio R, que se cortan en ángulo recto (véase la figura 29.71). Por esta espira pasa una corriente I. ¿Cuál es el campo magnético en el centro? Trácese un diagrama que indique la dirección del campo magnético.

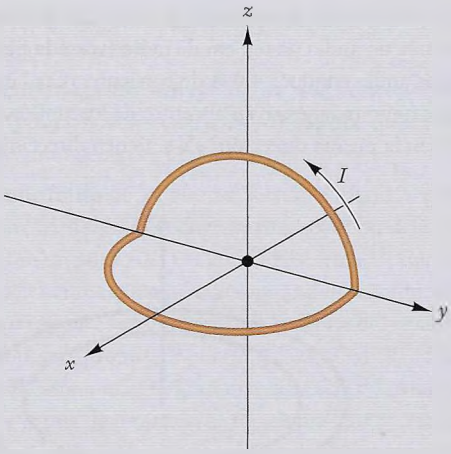


FIGURA 29.71 Un semicírculo en el plano z-y y un semicírculo en el plano x-y.

75. Dos alambres semiinfinitos están en el mismo plano. Forman un ángulo de 45° entre sí, y están unidos por un arco de círculo de radio R (véase la figura 29.72). Los alambres conducen una corriente I. Determínese el campo magnético en el centro de curvatura del arco.

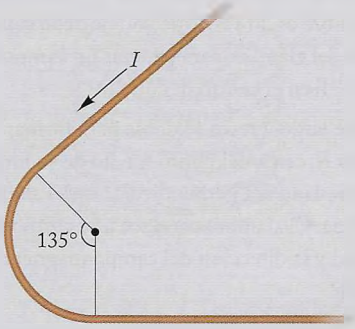


FIGURA 29.72 Dos alambres muy largos unidos por un arco de círculo.

Respuestas a las revisiones

Revisión 29.1

1. En cada caso, se puede comprobar si el producto qvI en las ecuaciones (29.5) o (29.6) cambia de signo. Para la parte *a*), una carga positiva se mueve hacia la izquierda, y entonces sólo v cambia de signo y así la fuerza es positiva (repulsión), es decir, hacia abajo. Para la parte *b*), la velocidad es negativa (radial hacia dentro) y entonces ahora tiene la dirección contraria a la corriente en la figura 29.6*b*, hacia la izquierda. Para la parte *c*), sólo cambia el signo de la carga, así que otra vez la fuerza es hacia la izquierda. Para la parte *d*), la dirección $+z$ es tangente a un círculo que rodea el alambre, por lo que la fuerza es cero (no tiene dirección).

2. Nótese que la fuerza es proporcional al producto qvI; si la carga y su velocidad no cambian, entonces al invertir la corriente se invierte la dirección de la fuerza en cada caso.

3. Como la fuerza es inversamente proporcional a la distancia r al alambre, al aumentar al doble la distancia, la fuerza disminuirá en un factor de 2.

4. (A) $\mathbf{v} = v_0(\mathbf{i} + \mathbf{j})/\sqrt{2}$. La contribución a la fuerza es cero para el componente de la velocidad en dirección tangencial; en este caso es la dirección **k**. Así, la fuerza es máxima para la velocidad que no tiene componente **k**.

Revisión 29.2

1. De acuerdo con la regla de la mano derecha, si el pulgar se pone en la dirección de la corriente, los demás dedos se flexionan rodeando el alambre en dirección de las espiras del campo magnético. Entonces, con el pulgar apuntando al norte, la dirección del campo debajo del alambre es hacia el oeste.
2. Al invertir la corriente se invierte la dirección del campo magnético. Eso se ve con facilidad con la regla de la mano derecha: al apuntar el pulgar en dirección contraria hace que los demás dedos se flexionen en torno al alambre, en dirección contraria.
3. Aplicando la regla de la mano derecha, si el pulgar apunta hacia arriba, a lo largo del alambre, el campo rodea el alambre en dirección contraria a las manecillas del reloj (viendo desde arriba).
4. Como el campo magnético es inversamente proporcional a la distancia radial al eje del alambre, el campo a la mitad de la distancia (3 m) será el doble, o $B = 4 \times 10^{-5}$ T, y el campo a un tercio de la distancia (2 m) será 3 veces mayor, o $B = 6 \times 10^{-5}$ T.
5. (B) Norte. Para determinar la dirección de la fuerza primero se dirigen los dedos de la mano derecha en dirección de la velocidad de la carga (hacia el este) y después se orienta la mano para que los dedos puedan flexionarse en torno a la dirección del campo (hacia abajo). Cuando los dedos se flexionan desde el este hacia abajo, el pulgar señala al norte. Como el protón es una carga positiva, la fuerza magnética también es hacia el norte.

Revisión 29.3

1. El campo magnético debido a un alambre individual forma anillos en torno a cada alambre. Como las corrientes tienen la misma dirección, los círculos tienen el mismo sentido (a diferencia de la situación en la figura 29.19), y entonces se oponen exactamente en el punto a la mitad entre los dos alambres. Entonces, allí el campo neto es cero.
2. Por la regla de la mano derecha para una espira de corriente, se flexionan los dedos de la mano derecha rodeando en dirección a la corriente, y el pulgar indica la dirección del campo en el centro de la espira; entonces, la dirección del campo en el centro del anillo será hacia abajo.
3. Como el campo también tiene la dirección del eje, la carga se moverá paralela al campo magnético. Cuando **v** es paralela a **B**, la fuerza magnética es cero.
4. Como no hay corriente que corte el área delimitada por la trayectoria ($I = 0$), el lado derecho de la ecuación de la ley de Ampère es cero, y entonces el lado izquierdo, que es la integral del campo magnético tangencial, es cero.
5. (A) $\mu_0 I/(2\pi R)$. Como toda la corriente está en el interior de la superficie, el campo en la superficie será igual que el de un alambre delgado, $B = \mu_0 I/(2\pi R)$. También, se puede aplicar cualquier resultado del ejemplo 5, porque en la superficie, $r = R$, y el campo interior, y el campo exterior son iguales, $B = \mu_0 I/(2\pi R)$.

Revisión 29.4

1. De acuerdo con la regla de la mano derecha presentada después de la ecuación (29.21), al envolver la bobina con los dedos de la mano derecha en dirección de la corriente, el pulgar indica la dirección del campo, que es hacia arriba.
2. Una segunda capa, también con 180 vueltas, aumentaría n, la cantidad de vueltas por metro de solenoide, al doble, porque $B = \mu_0 n I_0$; eso aumentaría al doble el campo magnético.
3. Si se estira la bobina del solenoide al doble de su longitud, disminuye la cantidad de vueltas por metro n en un factor de 2; como $B = \mu_0 n I_0$, el campo también bajará a la mitad.
4. Como en un solenoide el campo magnético es $B = \mu_0 n I_0$, al cambiar el área transversal no se afecta el campo dentro del solenoide. Ya que el flujo magnético es el producto de [campo] × [área], si se reduce el área transversal en un factor de 2, el flujo magnético será la mitad del anterior.
5. (B) Atracción, repulsión. En la figura 29.36*a*, la bobina produce un campo magnético que apunta a la derecha (de acuerdo con la regla de la mano derecha; véase la pregunta 1); entonces, el extremo derecho de la bobina es polo norte magnético, que atrae al polo sur del imán permanente adyacente. De igual modo, en la figura 29.36*b*, cada bobina produce un campo que se aleja de la otra bobina; entonces, dos polos sur magnéticos están adyacentes, y esos polos iguales se repelen.

Revisión 29.5

1. El campo en el centro de una malla de corriente es $B = \mu_0 I/2R$, y varía en función inversa al radio de la espira; entonces, el campo nuevo es $B_0/2$.
2. Por la regla de la mano derecha, la corriente en el sentido de las manecillas del reloj contribuye con un campo hacia la página, en el centro de la espira; la corriente en contra de las manecillas del reloj produce un campo que sale de la página. Como el campo debido a una espira es $\mu_0 I/2R$, la espira más pequeña produce un campo más grande, y entonces el campo neto sale de la página.
3. (D) $4B_1$. De acuerdo con la regla de la mano derecha, las aportaciones de los cuatro lados tienen la misma dirección, perpendicular a la espira. Entonces, las contribuciones al campo sólo se suman y el campo neto es 4 veces el campo debido a un lado.