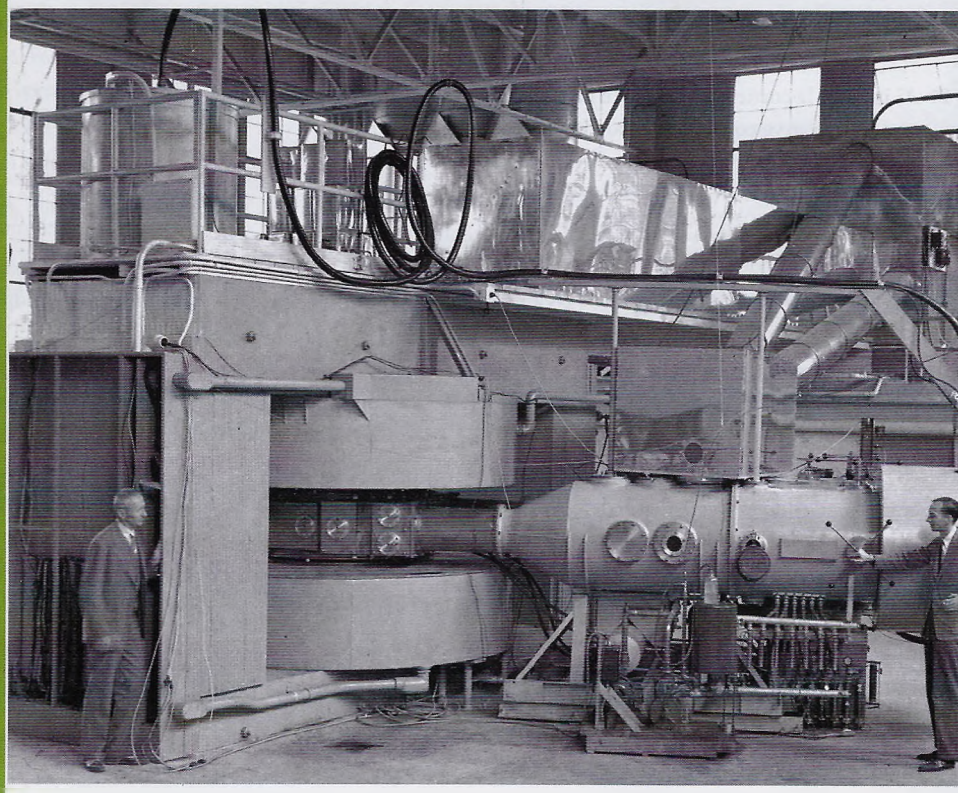
CAPÍTULO

30

Cargas y corrientes e campos magnéticos



CONCEPTOS EN CONTEXTO

Conce — e conte

El "ciclotrón" fue uno de los primeros aparatos que se usaron para acelerar protones a una energía cinética muy alta. Los protones se aceleran dentro del recipiente circular al vacío, colocado entre los polos del gran electroimán.

En este capítulo se explicará que en un campo magnético uniforme, como el que hay entre las caras polares del electroimán que aquí se ve, una partícula cargada describe una órbita circular. Surgirán preguntas como las siguientes:

? ¿Cómo acelera protones el ciclotrón? (Sección 30.1, página 967)

? ¿Qué energía cinética se podía alcanzar en el primer ciclotrón, que usaba un campo magnético de 1.4 T? ¿Cuál era la frecuencia del movimiento circular? (Ejemplo 1, página 968)

? Se usó un electroimán para proveer el gran campo magnético. ¿Cuál es el campo magnético producido sólo por la bobina de alambre en torno al núcleo de hierro del electroimán? (Ejemplo 6, página 979)

30.1 Movimiento circular en un campo magnético uniforme

30.2 Fuerza sobre un alambre

30.3 Torca sobre una espira

30.4 Magnetismo en materiales

30.5 El efecto Hall

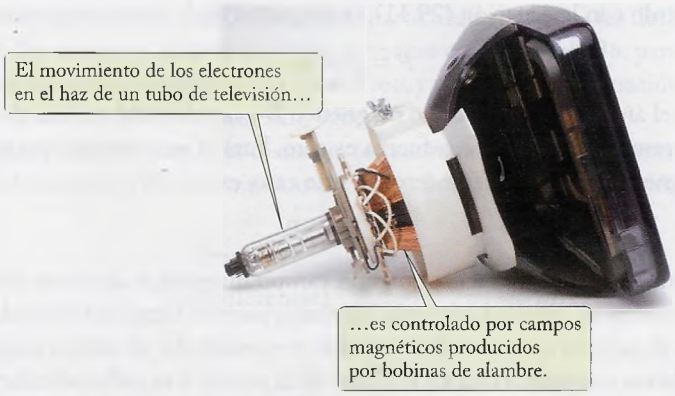


FIGURA 30.1 Un cinescopio de televisión. El haz de electrones del cátodo, en el extremo trasero del tubo, choca con la cara posterior de la pantalla.

En un cinescopio de televisión, o *tubo de rayos catódicos* (CRT, de *cathode-ray tube*), los electrones forman un haz en la parte trasera del tubo, que va hasta la pantalla, donde su impacto produce brillo, y se forma una imagen visible (véase la figura 30.1). El movimiento de los electrones es controlado por campos magnéticos. Esos campos magnéticos, producidos por bobinas de alambre en el interior del tubo, desvían los electrones hacia arriba o hacia abajo, y hacia la izquierda o derecha, con lo que se determina dónde chocan con la pantalla y qué imagen se ve en ella.

Los campos magnéticos en el tubo de televisión no son uniformes, y es muy difícil calcular el movimiento de los electrones. Sin embargo, es bastante fácil calcular el movimiento de los electrones o de cualquier partícula cargada en campos magnéticos uniformes, y en este capítulo se examinará con detalle este movimiento. Esos campos uniformes no se encuentran en los cinescopios, pero sí en los imanes que se usan en experimentos y aplicaciones en ciencias e ingeniería, como los electroimanes en ciclotrones y otros aceleradores, que producen partículas de alta energía para investigación en física, o los imanes para experimentos de ciencia de materiales con que se determinan las propiedades eléctricas y magnéticas de la materia, y también en los electroimanes para radioterapia de distintas clases en medicina.

En este capítulo examinaremos también las fuerzas magnéticas que actúan sobre conductores y sobre espiras de corriente; además, la intensificación de los campos magnéticos por la presencia de hierro u otros materiales magnéticos. Por último, estudiaremos la diferencia de potencial que se produce entre los lados de un alambre que conduce una corriente eléctrica, estando colocado dentro de un campo magnético (el efecto Hall).

30.1 MOVIMIENTO CIRCULAR EN UN CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

La dirección de la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento siempre es perpendicular al campo magnético y también a la velocidad, como indica la regla de la mano derecha. Como la fuerza magnética siempre es perpendicular a la velocidad, la aceleración, y el cambio pequeño de velocidad en un intervalo de tiempo pequeño, es perpendicular a la velocidad. Si el cambio de velocidad es siempre perpendicular a la velocidad, la velocidad nunca puede cambiar de magnitud, sino sólo de dirección (véase la figura 30.2). Por tanto, se reconoce que *la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en movimiento, desvía esa partícula manteniendo la rapidez constante.* También se puede indicar lo anterior de otra manera: la fuerza siempre es perpendicular al desplazamiento, por lo que no efectúa trabajo y en consecuencia la energía cinética y la rapidez permanecen constantes.

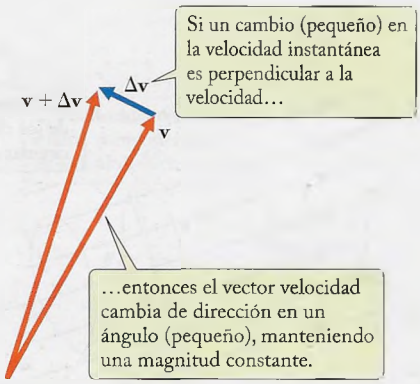


FIGURA 30.2 Velocidad instantánea $\mathbf{v}$, cambio pequeño en la velocidad, $\Delta\mathbf{v}$ perpendicular a $\mathbf{v}$, y velocidad instantánea $\mathbf{v} + \Delta\mathbf{v}$. La rapidez es constante.

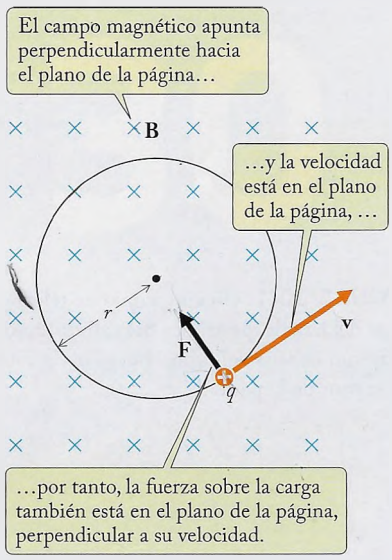


FIGURA 30.3 Partícula cargada positiva que se mueve en un campo magnético uniforme. Las cruces representan las colas de los vectores campo magnético.

De acuerdo con la ecuación (29.11), la magnitud de la fuerza magnética es

$$F = qvB \text{ sen } \alpha \tag{30.1}$$

donde α es el ángulo entre el campo magnético **B** y la velocidad **v**. Para el movimiento paralelo al campo magnético, esa fuerza es cero. Para el movimiento perpendicular al campo magnético la fuerza no es cero; en este caso, es

$$F = qvB \tag{30.2}$$

La figura 30.3 muestra una región con campo magnético uniforme dirigido hacia la página. Supóngase que una partícula con carga positiva tiene una velocidad inicial en el plano de la página; esa velocidad inicial es perpendicular al campo magnético. Entonces, la fuerza magnética está en el plano de la página y es perpendicular a la velocidad y al campo magnético; su dirección se muestra en la figura 30.3. De acuerdo con la ecuación (30.2), la aceleración que causa esta fuerza tiene una magnitud constante

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m} \tag{30.3}$$

y su dirección también es perpendicular a la velocidad. Esa aceleración constante perpendicular a la velocidad es característica del movimiento circular uniforme. Entonces la partícula describirá un círculo de cierto radio r, y la aceleración que indica la ecuación (30.3) tiene el papel de la aceleración centrípeta; es decir, $a = v^2/r$ [véase la ecuación (4.49)] y

$$\frac{qvB}{m} = \frac{v^2}{r} \tag{30.4}$$

Esto conduce a la siguiente fórmula para el radio de la órbita circular:

radio de una órbita circular

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{30.5}$$

La figura 30.4 es una fotografía de un haz de electrones que ejecuta ese movimiento circular uniforme dentro de un tubo de rayos catódicos colocado en un campo magnético.

En función de la cantidad de movimiento $p = mv$, la ecuación del radio de la órbita circular viene a ser

$$r = \frac{p}{qB} \tag{30.6}$$

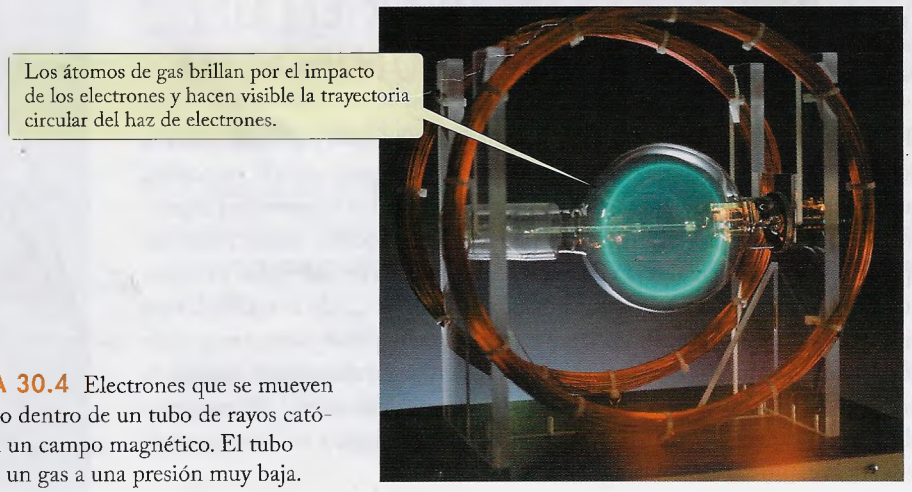


FIGURA 30.4 Electrones que se mueven en círculo dentro de un tubo de rayos catódicos, en un campo magnético. El tubo contiene un gas a una presión muy baja.

En esta forma, la ecuación es válida hasta para partículas relativistas (es decir, partículas con una rapidez cercana a la de la luz). Como se verá en el capítulo 36, para esas partículas, la cantidad de movimiento no es igual a mv, y no es válida la ecuación (30.5); sin embargo, la ecuación (30.6) sigue siendo válida.

El tiempo por revolución es la distancia (circunferencia) dividida entre la rapidez. Entonces, la frecuencia f del movimiento circular, o número de revoluciones por segundo es

$$f = \frac{[\text{rapidez}]}{[\text{circunferencia}]} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{v}{2\pi(mv/qB)}$$

o bien

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \tag{30.7}$$

frecuencia del ciclotrón

Ésta es la llamada **frecuencia del ciclotrón**, porque el funcionamiento de los ciclotrones, que se describe más adelante, implica partículas que se mueven con esta frecuencia en un campo magnético. La frecuencia del ciclotrón es independiente de la rapidez del movimiento circular; en un campo magnético uniforme las partículas lentas y las rápidas (pero no las relativistas) de determinada carga y masa describen círculos con la misma frecuencia, pero las partículas lentas describen círculos más pequeños que las rápidas.

Se observa que este movimiento puramente circular se produce cuando la velocidad de una partícula cargada es perpendicular a un campo magnético uniforme. Si la velocidad es paralela al campo, la fuerza magnética es cero y la partícula se mueve en línea recta a rapidez constante. Si la velocidad de la partícula tiene componentes paralelo y también perpendicular al campo magnético uniforme, se producen los dos movimientos: movimiento circular perpendicular al campo y movimiento lineal paralelo al campo. La trayectoria de una partícula que ejecute ese movimiento describe una hélice. En la figura 30.5 se ven estos tres movimientos posibles de una partícula cargada en un campo magnético uniforme.

ciclotrón

El **ciclotrón** es un aparato para acelerar protones u otros iones. Está formado por un recipiente al vacío colocado entre los polos de un gran electroimán; dentro del recipiente hay otro recipiente plano, metálico, dividido en dos piezas en forma de D, o *des* (véase la figura 30.6). A las des se conecta un generador oscilante de alto voltaje, que crea un campo eléctrico oscilante en el espacio entre las des. La frecuencia del generador de voltaje se ajusta de tal modo que coincide con la frecuencia del ciclotrón de la ecuación (30.7). Una fuente de iones en el centro del ciclotrón libera protones u otros

Conceptos en contexto

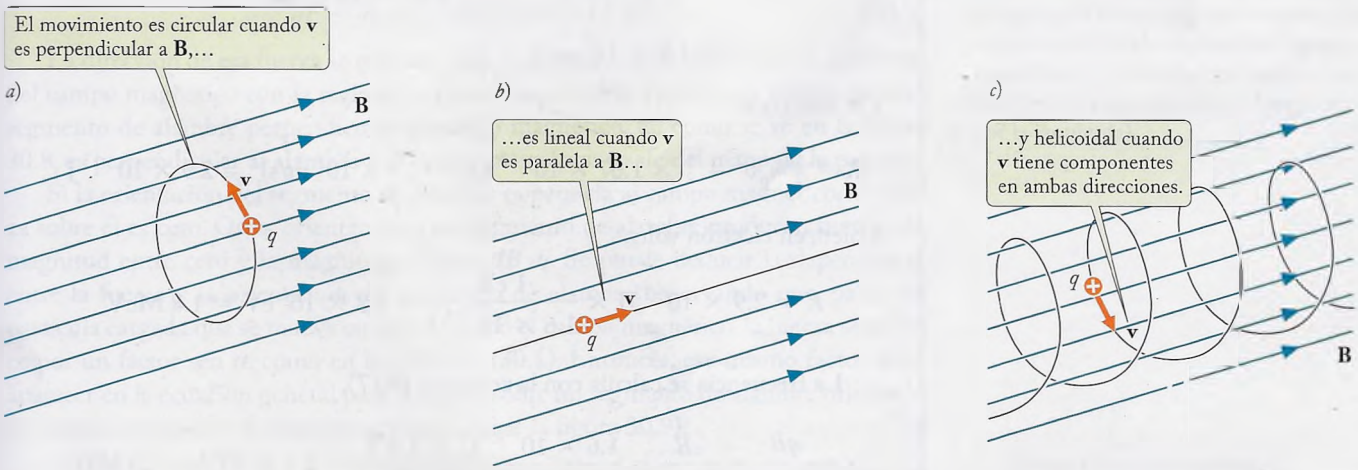


FIGURA 30.5 Tres movimientos posibles de una carga en un campo magnético uniforme: *a)* circular, con **v** perpendicular a **B**; *b)* lineal, con **v** paralela a **B**, y *c)* helicoidal, con componentes de **v** en ambas direcciones.

FIGURA 30.6 Trayectoria de una partícula en las des de un ciclotrón. En este diagrama, se omitió el polo superior del electroimán para tener mayor claridad.

iones. El campo eléctrico en el espacio entre las des comunica un impulso a cada protón, y el campo magnético uniforme en el ciclotrón hace entonces que el protón describa un semicírculo en la primera de. Cuando el protón regresa al espacio después de medio periodo, el generador de alto voltaje habrá invertido el campo eléctrico en el hueco; entonces, el protón recibe un impulso adicional, que lo manda a la segunda de. Allí, describe un semicírculo de radio un poco mayor, que corresponde a su energía un poco mayor, y así sucesivamente. Cada vez que el protón cruza el espacio entre las des, recibe un empujón adicional y más energía. Así, los protones describen semicírculos de radio cada vez mayor. Cuando los protones llegan a la orilla externa de las des salen del ciclotrón como haz de alta energía.

Conceptos en contexto

EJEMPLO 1 Uno de los primeros ciclotrones que construyó E. O. Lawrence en Berkeley, en 1932, tenía des con 28 cm de diámetro, y su imán era capaz de producir campos magnéticos de 1.4 T. ¿Cuál era la energía máxima de los protones acelerados por ese ciclotrón? ¿Cuál era la frecuencia del movimiento circular?

SOLUCIÓN: La energía del protón es su energía cinética, $K = \frac{1}{2}m_p v^2$. Cuando el protón alcanza su energía máxima, su órbita tiene 14 cm de radio. Como el campo magnético es 1.4 T, la rapidez de ese protón es, de acuerdo con la ecuación (30.5),

$$v = \frac{qBr}{m} = \frac{eBr}{m_p} = \frac{1.6 \times 10^{-19}\,\text{C} \times 1.4\,\text{T} \times 0.14\,\text{m}}{1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg}}$$

$$= 1.9 \times 10^7\,\text{m/s}$$

y la energía es

$$K = \tfrac{1}{2}m_p v^2 = \tfrac{1}{2} \times 1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg} \times (1.9 \times 10^7\,\text{m/s})^2 = 2.9 \times 10^{-13}\,\text{J}$$

o bien, en electrón volts,

$$K = 2.9 \times 10^{-13}\,\text{J} \times \frac{1\,\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19}\,\text{J}} = 1.8 \times 10^6\,\text{eV} = 1.8\,\text{MeV}$$

La frecuencia se calcula con la ecuación (30.7),

$$f = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{eB}{2\pi m_p} = \frac{1.6 \times 10^{-19}\,\text{C} \times 1.4\,\text{T}}{2\pi \times 1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg}} = 2.1 \times 10^7/\text{s} = 21\,\text{MHz}$$

Revisión 30.1

PREGUNTA 1: Dos electrones se mueven en un campo magnético uniforme. Uno tiene radio orbital de 15 cm, y el otro tiene el doble de velocidad que el primero. ¿Cuál es su radio orbital?

PREGUNTA 2: El campo magnético ejerce fuerzas sobre partículas cargadas, pero es incapaz de efectuar trabajo sobre ellas. ¿Por qué?

PREGUNTA 3: Un protón y un electrón se mueven en un campo magnético uniforme. ¿Cuál tiene la mayor frecuencia ciclotrónica?

PREGUNTA 4: ¿Pueden ser acelerados electrones en un ciclotrón? ¿En qué aspecto difiere un ciclotrón para electrones de uno para protones, si el campo magnético es el mismo?

PREGUNTA 5: Dos protones se mueven en el mismo campo magnético uniforme. El radio orbital del primero es 10 cm, y el radio orbital del segundo es 20 cm. ¿Cuál protón tiene la mayor rapidez? ¿Cuál tiene la mayor frecuencia?

(A) El primero, el primero (B) El primero, el segundo (C) El segundo, el primero (D) El segundo, el segundo (E) El segundo; los dos igual

30.2 FUERZA SOBRE UN ALAMBRE

Si un alambre que conduce corriente se coloca en un campo magnético, las cargas en movimiento dentro del alambre estarán sometidas a una fuerza. Como el movimiento de las cargas en el alambre está restringido por el alambre (las cargas deben moverse a lo largo del alambre, pese a la fuerza magnética a la que estén sometidas), toda fuerza que actúe sobre esas cargas sólo se transfiere al alambre y, en consecuencia, el alambre en su conjunto tendrá una fuerza igual a la fuerza total que actúa sobre las cargas.

Para determinar la cantidad de carga en movimiento de un segmento de alambre de longitud dl, se supone que la rapidez de las cargas en movimiento es v; entonces, tardan el tiempo $dt = dl/v$ para salir del segmento (véase la figura 30.7). Como la cantidad de carga es igual al producto del tiempo por la corriente, se ve que

$$dq = I\,dt = I\,dl/v$$

donde, como siempre, se supone que la carga en movimiento es positiva. Si el segmento de alambre está orientado en ángulo recto con el campo magnético, la fuerza magnética es

$$dF = dq\,vB = I(dl/v)vB = IB\,dl \tag{30.8}$$

La dirección de esa fuerza se relaciona con la dirección de la corriente y la dirección del campo magnético con la regla de la mano derecha. Por ejemplo, la fuerza sobre el segmento de alambre perpendicular al campo magnético, tal como se ve en la figura 30.8, es perpendicular al alambre y al campo magnético y sale del plano de la página.

Si la orientación del segmento de alambre es paralela al campo magnético, la fuerza sobre él es cero. Otras orientaciones del segmento de alambre producen fuerzas de magnitud entre cero y la magnitud máxima $IB\,dl$. Se puede deducir la dependencia entre la fuerza y la orientación del segmento de alambre observando que, para una partícula cargada que se mueva en ángulo α con el campo magnético, la fuerza se reduce por un factor sen α, como en la ecuación (30.1). Entonces, ese mismo factor debe aparecer en la ecuación general para la fuerza sobre un segmento de alambre orientado en ángulo α respecto al campo magnético (véase la figura 30.9):

$$dF = IB\,dl \operatorname{sen} \alpha \tag{30.9}$$

fuerza sobre un segmento de alambre

Esta ecuación produce la ecuación (30.8) como un caso especial (con $\alpha = 90°$).

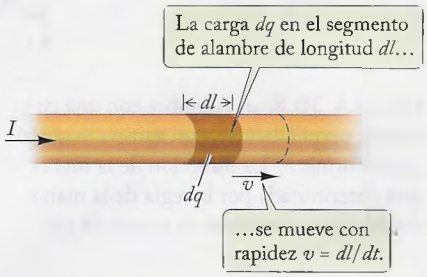


FIGURA 30.7 En un tiempo $dt = dl/v$, la carga en movimiento recorre una distancia dl hacia la derecha. Por tanto, en ese tiempo toda la carga en movimiento en el segmento dl del alambre sale de ese segmento hacia la derecha (esa carga es sustituida por la carga que entra al segmento por la izquierda).

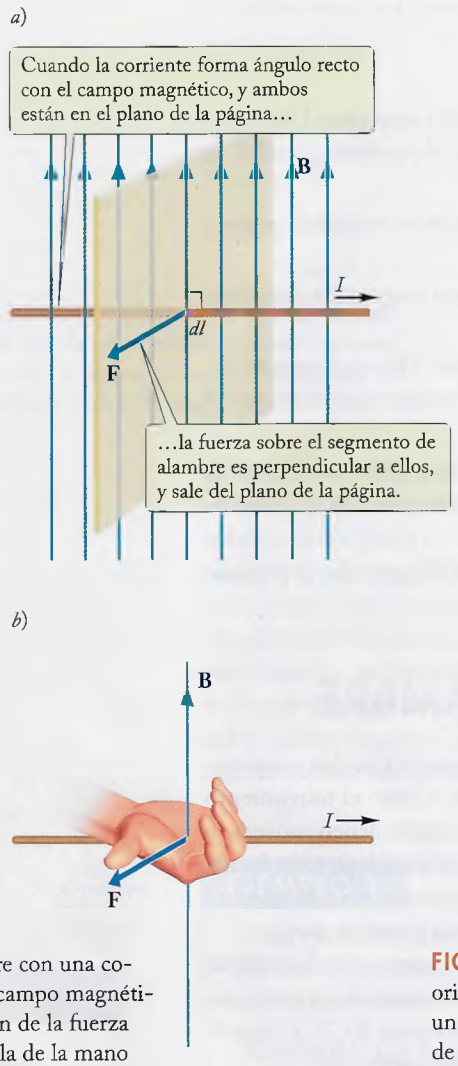


FIGURA 30.8 *a)* Alambre con una corriente perpendicular a un campo magnético uniforme. *b)* La dirección de la fuerza está determinada por la regla de la mano derecha (véase también la figura 29.12).

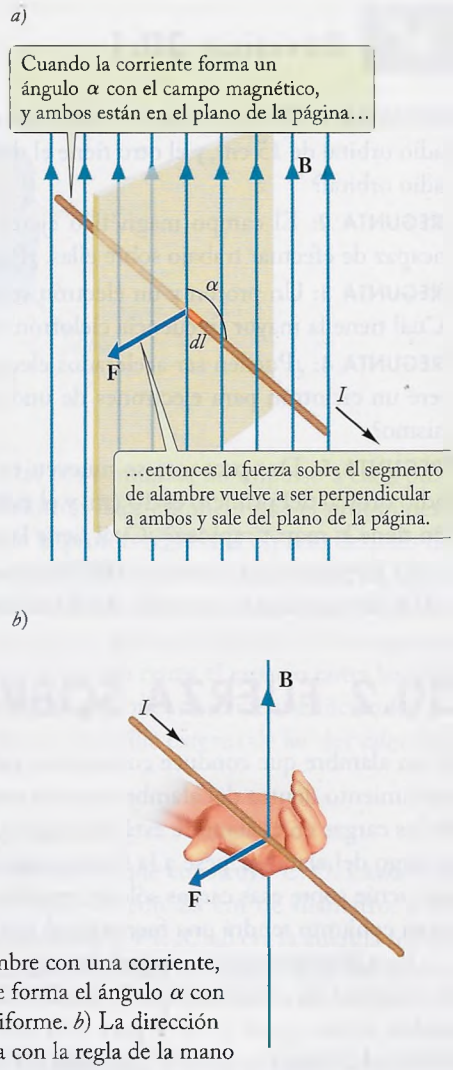


FIGURA 30.9 *a)* Alambre con una corriente, orientado de manera que forma el ángulo α con un campo magnético uniforme. *b)* La dirección de la fuerza se determina con la regla de la mano derecha (véase también la figura 29.12).

Para calcular la fuerza sobre todo el alambre se deben sumar vectorialmente la contribuciones (30.9) de todos los pequeños segmentos. Para un alambre recto de lon gitud L en un campo magnético uniforme, las contribuciones simplemente se suman y dan una fuerza de la misma forma que (30.9),

fuerza sobre un alambre recto en un campo uniforme

$$F = ILB \operatorname{sen} \alpha \tag{30.10}$$

Si se define un vector $d\mathbf{l}$ de longitud dl (o $\mathbf{L}$ de longitud L) en dirección de la corrien te I, entonces la fuerza magnética sobre un segmento de alambre, o sobre un alambr recto, se puede expresar, respectivamente, como el producto cruz

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad \text{o} \quad \mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B} \tag{30.11}$$

EJEMPLO 2 La figura 30.10 muestra una balanza para medir campos mag néticos. Una espira de alambre conduce una corriente precis conocida, y se introduce parcialmente en el campo magnético. La fuerza que ejerc el campo sobre la espira se puede medir con la balanza, lo que permite calcular l

intensidad del campo magnético. Suponiendo que el lado corto de la espira mide 10.0 cm, que la corriente en el alambre es 0.225 A y que la fuerza magnética es 5.35×10^{-2} N, ¿cuál es la intensidad del campo magnético?

SOLUCIÓN: La parte superior de la espira no está en el campo magnético, por lo que no está sometida a fuerzas magnéticas. Los segmentos verticales de la espira conducen la misma corriente en direcciones opuestas, por lo que las contribuciones de esas fuerzas se anulan. Así, la fuerza magnética neta es la que experimenta el lado inferior de la espira, el lado corto. Ese segmento y el campo magnético son perpendiculares, y entonces la ecuación (30.10), con $\alpha = 90°$ da como resultado

$$F = ILB$$

Entonces, la intensidad del campo magnético es

$$B = \frac{F}{IL} = \frac{5.35 \times 10^{-2}\ \text{N}}{0.225\ \text{A} \times 0.100\ \text{m}} = 2.38\ \text{T}$$

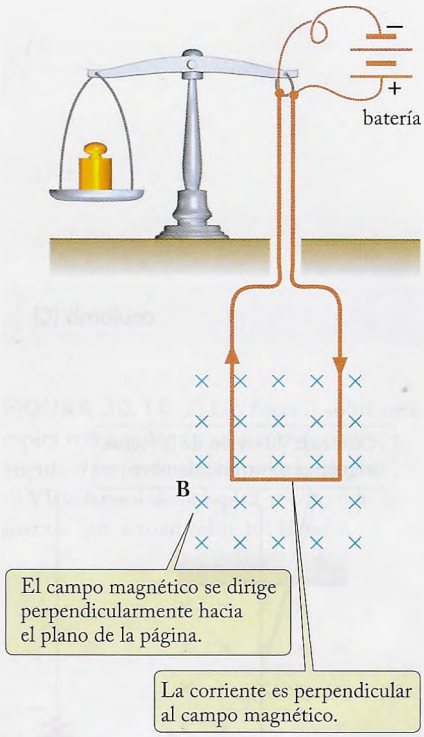


FIGURA 30.10 Una balanza de corriente.

EJEMPLO 3 Dos alambres muy largos y paralelos, separados por una distancia r, conducen las corrientes I_1 e I_2, respectivamente. Calcular la fuerza magnética ejercida por cada alambre sobre un segmento dl del otro alambre.

SOLUCIÓN: Cada alambre genera un campo magnético, el cual a su vez ejerce una fuerza sobre el otro alambre. La figura 30.11 muestra el campo magnético $\mathbf{B}_1$ que produce la corriente I_1 en la proximidad de la corriente I_2. De acuerdo con la ecuación (29.9), el campo magnético tiene la magnitud

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r}$$

y es perpendicular al alambre 2. De acuerdo con la ecuación (30.9), la magnitud de la fuerza sobre un segmento dl del alambre 2 es

$$dF = I_2 B_1\, dl = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r}\, dl \qquad (30.12)$$

La fuerza sobre un segmento del conductor 1 tiene la misma magnitud, pero su dirección es opuesta. La fuerza entre los alambres es de atracción si las corrientes en ellos son paralelas, y de repulsión si son antiparalelas. Se observa que, para alambres paralelos, la fuerza dF es constante e independiente de la posición de dl. Entonces, la fuerza total F sobre un segmento mayor L se obtiene sustituyendo dl por L en la ecuación (30.12), como se indica en la figura (30.11).

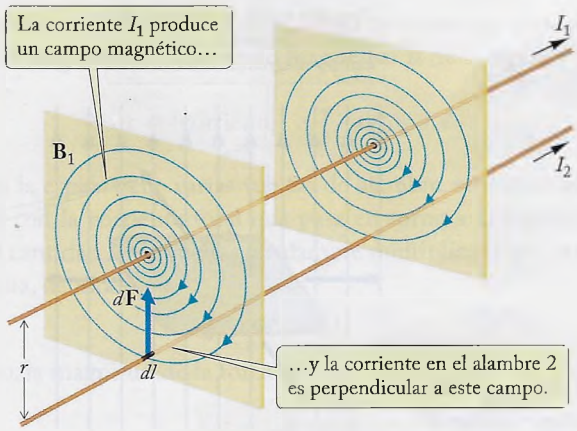


FIGURA 30.11 Un alambre largo y recto que conduce una corriente I_2 en el campo magnético de otro alambre largo y recto que conduce una corriente I_1.

La definición oficial de la **unidad SI de corriente** eléctrica se basa en la fuerza por metro de longitud entre dos alambres largos y paralelos. Esa fuerza se puede medir con mucha precisión sujetando un alambre en su lugar, y colgando el otro de una balanza; los alambres se conectan en serie para que las corrientes sean exactamente iguales ($I_1 = I_2$). La fuerza por unidad de longitud, y la distancia r, se pueden medir experimentalmente, y el valor de I_1 (o I_2) calculado con la ecuación (30.12) es entonces la corriente, en amperes. A la constante μ_0 que aparece en la ecuación (30.12) se le asigna, *por definición*, el valor $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N \cdot s^2/C^2}$.

coulomb (C)

La definición oficial de la unidad SI de carga se basa en la unidad de corriente. *Se define al* **coulomb** *como la cantidad de carga que suministra una corriente de un ampere en un segundo*, 1 coulomb = (1 ampere × 1 segundo).

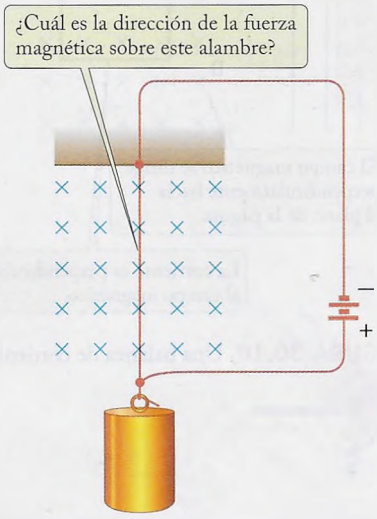


FIGURA 30.12 Un alambre colgando en un campo magnético uniforme.

Revisión 30.2

PREGUNTA 1: Un cable de corriente para un electrodoméstico se compone de dos alambres rectos y paralelos que conducen corrientes en direcciones opuestas. ¿Es de atracción o de repulsión la fuerza magnética en ellos?

PREGUNTA 2: Un alambre recto conduce una corriente eléctrica, y se coloca en un campo magnético uniforme horizontal. ¿Para qué orientación del alambre la fuerza magnética sobre él es cero?

PREGUNTA 3: Un alambre cuelga dentro de un campo magnético horizontal y se mantiene tenso con una pesa (véase la figura 30.12). Ese alambre se conecta a una batería, para que la corriente pase verticalmente hacia arriba. La deflexión del alambre colgante será

(A) A la derecha (B) A la izquierda (C) Hacia la página
(D) Saliendo de la página (E) Cero

30.3 TORCA SOBRE UNA ESPIRA

Si una espira de alambre que conduce corriente se coloca en un campo magnético, la acción de ese campo, en general, da como resultado no sólo una fuerza neta sobre la espira, sino también una torca. La fuerza y la torca dependen de la forma y orientación de la espira, y pueden ser cero para ciertas orientaciones de la espira. Por ejemplo, la fuerza neta sobre una espira de corriente en un campo magnético *uniforme* siempre es cero. Para visualizarlo, se examinará el caso sencillo de una espira rectangular orientada perpendicularmente al campo magnético, como muestra la figura 30.13. Las fuerzas

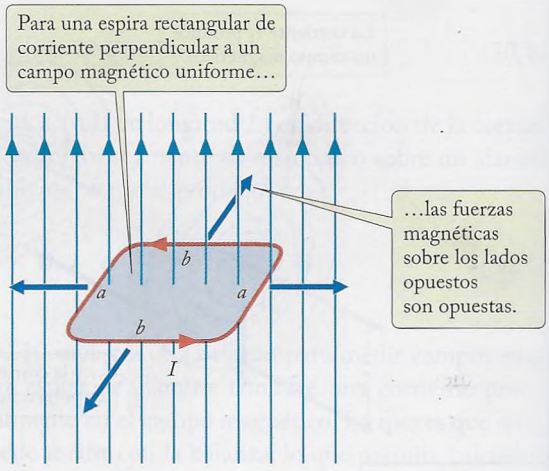


FIGURA 30.13 Fuerzas sobre una espira de corriente en ángulo recto con un campo magnético.

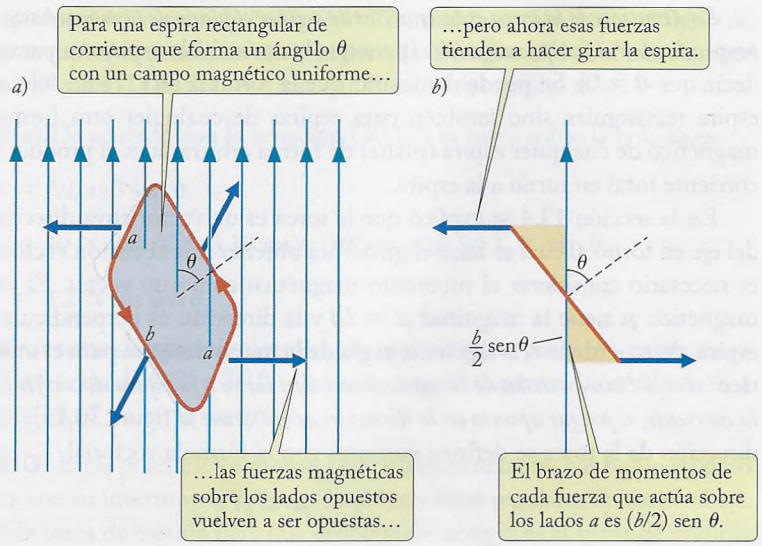


FIGURA 30.14 *a)* Las fuerzas sobre una espira rectangular de corriente forman un ángulo θ respecto al campo magnético. *b)* Vista lateral de la espira, mostrando las fuerzas que actúan sobre los lados a.

sobre los cuatro lados de la espira se calculan con la ecuación (30.10). Las fuerzas sobre los lados opuestos son opuestas (porque las corrientes son opuestas); entonces, las fuerzas se anulan por pares y la espira estará en equilibrio. Lo mismo sucede con una espira de forma arbitraria si se tienen en cuenta todas las pequeñas contribuciones a la fuerza: la fuerza neta es cero.

La figura 30.14 muestra una espira orientada en ángulo θ a un campo magnético uniforme. En esa figura, el ángulo θ se mide entre el campo magnético y la normal a la espira ($\theta = 0$ quiere decir que la espira es perpendicular al campo magnético; $\theta = 90°$ quiere decir que la espira es paralela). También aquí, las fuerzas sobre los lados opuestos son opuestas, pero ahora las líneas de acción de las fuerzas que tiran de los lados izquierdo y derecho no coinciden: esas fuerzas ejercen una torca, que tiende a hacer girar la espira. Como el campo magnético es constante, de acuerdo con la ecuación (30.10), la magnitud de las fuerzas en los lados superior e inferior es

$$F = IaB \tag{30.13}$$

donde a es la longitud de cada uno de esos lados. Se recordará, de acuerdo con la ecuación (13.14), que la torca es el producto de la fuerza por el brazo de momento. Si, como se ve en la figura 30.14*b*, la longitud de cada uno de los otros dos lados es b, el brazo de momento respecto al centro de la espira es $(b/2)$ sen θ, y la torca debida al par de fuerzas IaB es, por consiguiente,

$$\begin{aligned} \tau &= F(b/2)\,\text{sen}\,\theta + F(b/2)\,\text{sen}\,\theta \\ &= IabB\,\text{sen}\,\theta \end{aligned} \tag{30.14}$$

El producto del área $A = ab$ de la espira, por la corriente que pasa por ella, se llama **momento dipolar magnético**, o momento magnético μ de la espira:

$$\mu = [\text{corriente}] \times [\text{área}] = IA \tag{30.15}$$

momento dipolar magnético

Se observa que si la espira tiene varias vueltas de alambre, se debe evaluar entonces la ecuación (30.15) con la corriente total que pasa en torno a la bobina. Esta corriente total es igual a la cantidad N de vueltas de alambre multiplicada por la corriente I_0 que pasa por una vuelta, de modo que

$$\mu = NI_0A \tag{30.16}$$

En cualquier caso, la magnitud de la torca es

$$\tau = \mu B\,\text{sen}\,\theta \tag{30.17}$$

torca sobre una espira de corriente

La dirección de la torca es tal que tiende a girar el plano de la espira hacia una orientación perpendicular al campo magnético (para que la normal a la espira sea paralela al campo, es decir, que $\theta = 0$). Se puede demostrar que la fórmula (30.17) no sólo es válida para la espira rectangular, sino también para espiras de cualquier otra forma. El momento magnético de cualquier espira (plana) de forma arbitraria es el producto del área por la corriente total en torno a la espira.

En la sección 13.4 se explicó que la torca es un vector cuya dirección es a lo largo del eje en torno al cual se hace el giro. Para obtener una ecuación vectorial para la torca es necesario considerar el momento magnético como un vector. El vector momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ tiene la magnitud $\mu = IA$ y la dirección es perpendicular al plano de la espira, de acuerdo con la siguiente **regla de la mano derecha para el momento magnético**: *si se doblan los dedos de la mano derecha en torno a la espira de corriente, en dirección de la corriente, el pulgar apunta en la dirección de* $\boldsymbol{\mu}$ (véase la figura 30.15). La magnitud y la dirección de la torca se definen entonces con la fórmula vectorial

regla de la mano derecha para el momento magnético

vector torca magnético

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \tag{30.18}$$

Una espira de corriente, pivoteada en forma adecuada en un eje, funciona como una brújula; la normal a la espira trata de alinearse con el campo magnético. Esta semejanza no es por accidente. Una brújula es un imán permanente pequeño, y como se verá en la sección 30.4, un imán permanente contiene una gran cantidad de electrones que funcionan como pequeñas espiras de corriente. El mecanismo básico del alineamiento de una brújula con un campo magnético es, por tanto, igual que para una espira de corriente.

La torca sobre una espira de corriente pivoteada en un eje y colocada en un campo magnético fuerte se aprovecha en los motores eléctricos. Esa torca produce el movimiento de rotación de la espira de corriente y proporciona el medio para convertir la energía eléctrica en energía mecánica de movimiento rotacional. En los motores eléctricos pequeños, el campo magnético es producido por imanes permanentes, pero en los motores grandes es producido por electroimanes. El ejemplo que sigue ilustra el funcionamiento de un motor eléctrico simple.

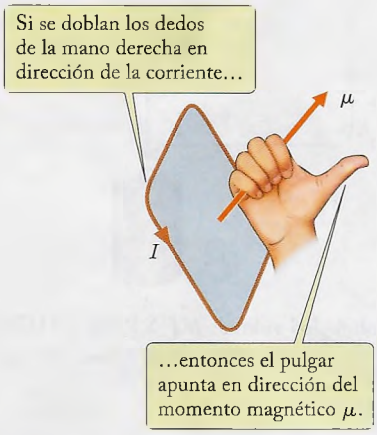


FIGURA 30.15 Regla de la mano derecha para el momento magnético de una espira de corriente.

EJEMPLO 4 Un motor eléctrico sencillo está formado por una bobina rectangular de alambre que gira sobre un eje longitudinal, dentro de un campo magnético de 0.50 T (véase la figura 30.16). La bobina mide 10 cm × 20 cm, tiene 40 vueltas de alambre, y la corriente en el alambre es 8.0 A. *a*) En función del ángulo θ entre el campo magnético y la normal a la bobina, ¿cuál es la torca que

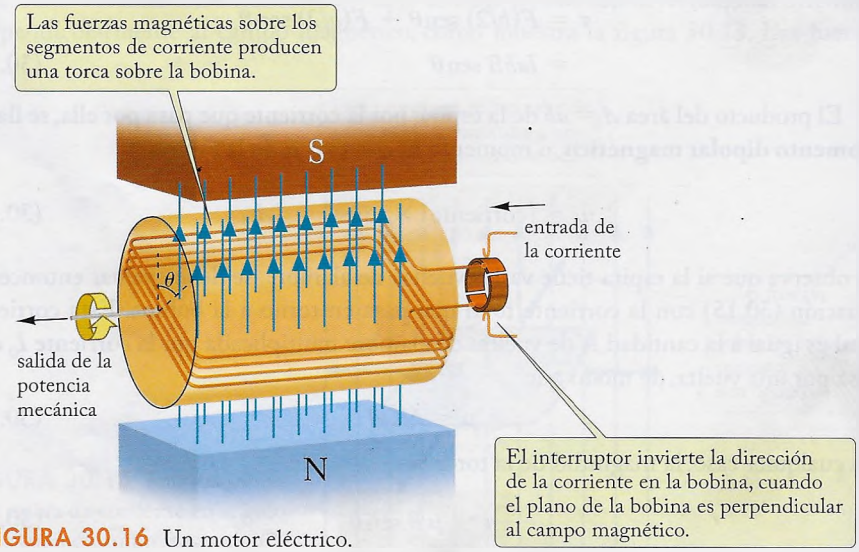


FIGURA 30.16 Un motor eléctrico.

ejerce el campo magnético sobre la bobina? *b*) Para mantener constante el signo de la torca, un interruptor montado en el eje invierte la corriente en la bobina, siempre que θ pasa por 0° y 180°. Graficar esa torca en función del ángulo θ.

SOLUCIÓN: *a*) De acuerdo con la ecuación (30.17), la torca sobre la bobina es

$$\tau = NI_0abB \operatorname{sen}\theta$$
$$= 40 \times 8.0\ \text{A} \times 0.10\ \text{m} \times 0.20\ \text{m} \times 0.50\ \text{T} \times \operatorname{sen}\theta$$
$$= 3.2\ \text{N}\cdot\text{m} \operatorname{sen}\theta$$

b) Si la torca tiene siempre el mismo signo (por ejemplo, positivo), entonces su gráfica, en el intervalo de 180° a 360° sólo repite la gráfica para el intervalo de 0° a 180°. La figura 30.17 muestra esa gráfica.

COMENTARIO: En la práctica, los motores eléctricos tienen muchas bobinas como ésta, cada una con su interruptor, y repartidas a intervalos regulares en torno al eje. La gráfica de la torca de torsión neta que produce ese arreglo es la suma de gráficas como la de la figura 30.17, pero con diferentes ángulos iniciales. Eso promedia las alzas y bajas de la figura 30.17, y la torca resultante es casi constante en todos los ángulos.

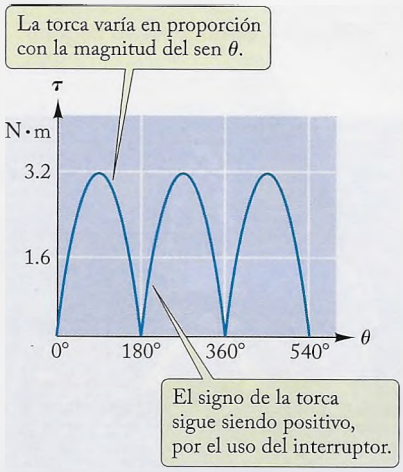


FIGURA 30.17 La torca como función del ángulo, de acuerdo con el ejemplo 4.

La torca sobre una corriente también se aprovecha en instrumentos para medir corrientes, que en general se llaman **galvanómetros**. En esos instrumentos, la corriente a medir se manda por una bobina de varias vueltas, pivoteada en un eje y colocada en el campo magnético de un imán permanente (véase la figura 30.18). Un resorte espiral fino, fijo a la bobina móvil, suministra la fuerza de restitución que se opone a la torca magnética de giro. Bajo la influencia de esos dos pares opuestos, la bobina móvil adquiere una desviación angular que aumenta con la magnitud de la corriente. Una aguja se fija a la bobina móvil, e indica la magnitud de la corriente, en una escala calibrada. Muchos medidores funcionan con este principio.

galvanómetro

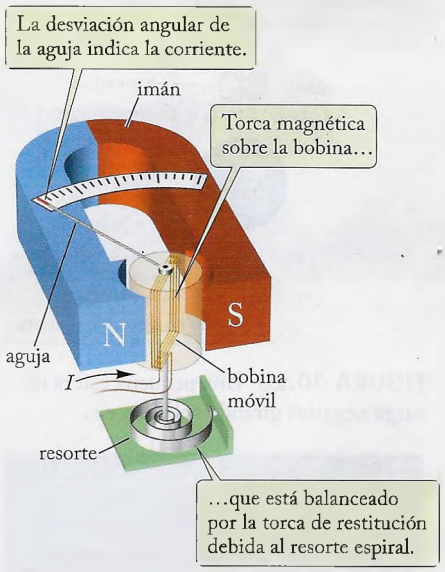


FIGURA 30.18 Mecanismo de un galvanómetro.

Se puede calcular la energía potencial de una espira de corriente en un campo magnético a partir de la torca, como sigue. Si un agente externo actúa contra la torca magnética, al girar una espira un ángulo $d\theta$, efectúa trabajo sobre la espira [véase la ecuación (13.3)]. La energía potencial de la espira aumenta:

$$dU = \tau\, d\theta = \mu B \operatorname{sen}\theta\, d\theta \tag{30.19}$$

Si sólo cambia el ángulo θ entre $\boldsymbol{\mu}$ y $\mathbf{B}$, la energía potencial almacenada cuando la espira gira desde cierto ángulo de referencia θ_0 hasta un ángulo final θ es

$$U = \int dU = \int \mu B \operatorname{sen}\theta\, d\theta = \mu B \int_{\theta_0}^{\theta} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = -\mu B(\cos\theta - \cos\theta_0) \tag{30.20}$$

Si se selecciona $\theta_0 = 90°$, cuando $\boldsymbol{\mu}$ es perpendicular a $\mathbf{B}$, como ángulo de referencia, se obtiene una fórmula sencilla para la energía potencial:

$$U = -\mu B \cos\theta \tag{30.21}$$

energía potencial de una espira de corriente

Esto se puede escribir en términos del producto escalar, o producto punto, como

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \tag{30.22}$$

Esta energía potencial de un momento magnético en un campo magnético es mínima (negativa) cuando $\boldsymbol{\mu}$ es paralelo a $\mathbf{B}$. La diferencia de energías entre alineaciones para-

lela y antiparalela de $\boldsymbol{\mu}$ respecto a $\mathbf{B}$ es $\Delta U = 2\mu B$. La energía magnética (30.21) es una cantidad importante en el estudio de física atómica, resonancia magnética y alineamiento magnético; por ejemplo, en los materiales magnéticos para grabación.

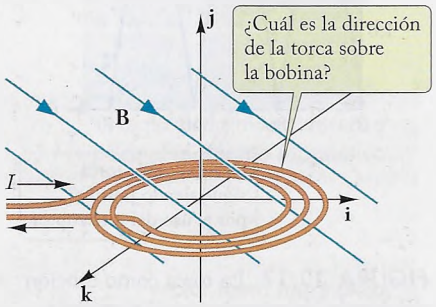


FIGURA 30.19 Una bobina en un campo magnético uniforme.

Revisión 30.3

PREGUNTA 1: La torca determinada con la ecuación (30.17) tiene una magnitud máxima cuando $\theta = 90°$ y $\theta = -90°$. ¿Cuál es la dirección de la torca sobre la espira de la figura 30.14 para $\theta = 90°$? ¿Y para $\theta = -90°$?

PREGUNTA 2: La torca definida por la ecuación (30.17) es cero en $\theta = 0°$ y en $\theta = 180°$, cuando la espira está en equilibrio. ¿Es estable el equilibrio en 0°? ¿Y en 180°?

PREGUNTA 3: ¿Qué sucedería si el motor de la figura 30.16 no tuviera interruptor?

PREGUNTA 4: Para las dos espiras de las figuras 30.13 y 30.14, ¿cuál es la dirección del vector momento magnético?

PREGUNTA 5: ¿Cuál es la torca máxima que entrega el motor descrito en el ejemplo 4? ¿En qué orientación es máximo? Si el motor tuviera 120 vueltas de alambre, en lugar de 40, ¿cuál sería la torca máxima?

PREGUNTA 6: Una bobina en el plano x-z conduce una corriente en la dirección indicada en la figura 30.19, y está en una región de campo magnético uniforme con dirección en el plano x-y, como la indicada. La dirección de la torca es

(A) $-\mathbf{i}$ (B) $\mathbf{j}$ (C) $-\mathbf{j}$
(D) $\mathbf{k}$ (E) $-\mathbf{k}$

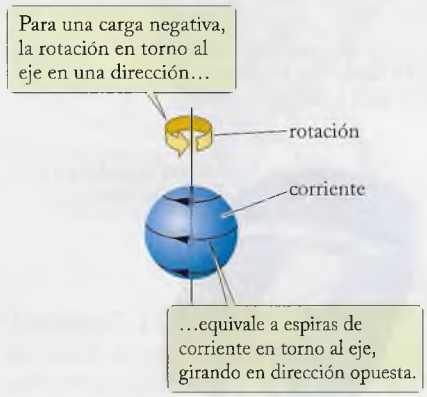


FIGURA 30.20 Una pequeña esfera de carga negativa girando sobre su eje.

30.4 MAGNETISMO EN MATERIALES

En todos los cálculos de campos magnéticos en el capítulo 29 supusimos que los alambres que conducen las corrientes estaban en el aire o en el vacío. Sin embargo, en las aplicaciones prácticas del magnetismo, los alambres conductores de corriente suelen estar devanados en torno a núcleos de hierro sólidos. La presencia de hierro u otros materiales ferromagnéticos intensifica el campo magnético, y con frecuencia lo hace varios miles de veces más intenso de lo que sería sin el hierro. Esta intensificación se debe a un alineamiento de los ejes de giro de los electrones.

En forma burda, uno puede imaginar que el electrón es una pequeña esfera de carga eléctrica negativa, girando en torno a un eje (véase la figura 30.20). El movimiento de giro de la carga del electrón equivale a corrientes que pasen por espiras en torno al eje de giro, y el campo magnético producido por el electrón equivale entonces a una pequeña espira de corriente. El momento magnético de esa espira de corriente tiene un valor fijo, llamado **magnetón de Bohr**

magnetón de Bohr

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_e} = 9.27 \times 10^{-24}\,\text{J/T} \tag{30.23}$$

constante de Planck

donde $h = 6.63 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$ es una constante fundamental de la naturaleza, llamada **constante de Planck**, que se describirá con detalle en el capítulo 37. En ciertos materiales también hay anillos de corriente debidos a los movimientos orbitales de los electrones en torno a los núcleos de los átomos, así que además de los momentos magnéticos de giro, también están los momentos magnéticos orbitales.

El núcleo de un átomo también puede tener un momento magnético, siempre mucho menor que el del electrón. El protón, que es el núcleo del átomo de hidrógeno, tiene el máximo momento magnético entre todos los núcleos, pero aun ese momento es unas 650 veces menor que el magnetón de Bohr. Sin embargo, el pequeño momento magnético nuclear se puede detectar por separado mediante técnicas de resonancia, que producen vívidas imágenes de las estructuras internas de materiales como los teji-

dos corporales; esas **imágenes de resonancia magnética (MRI**, de *magnetic resonance imaging*) tienen uso común en hospitales y en investigación (véase la figura 30.21).

imagen de resonancia magnética (MRI)

El momento magnético neto de un átomo se obtiene con la suma de los diversos momentos magnéticos de spin y orbitales, teniendo en cuenta las direcciones de ellos. En los materiales ferromagnéticos, el momento magnético está totalmente dominado por las contribuciones de los spines de los electrones.

Cuando un trozo de hierro está inalterado, las espiras de corriente de los electrones están orientadas al azar, y el promedio de los campos magnéticos de ellos es cero. Pero cuando se coloca el hierro en un campo magnético externo, como el campo de un solenoide, los ejes de los spines electrónicos se alinean con el campo magnético. Aunque ese alineamiento es provocado por el campo magnético externo, que ejerce una torca sobre las pequeñas espiras de corriente electrónica (véase la sección 30.3), la cantidad de alineamiento aumenta mucho por una tendencia natural al alineamiento de los spines en el hierro y en otros materiales ferromagnéticos. Ese alineamiento hace que todas las espiras de corriente electrónicas sean paralelas, y *los campos magnéticos combinados de todas esas espiras de corriente paralelas se suman al campo magnético original y lo intensifican en forma asombrosa.*

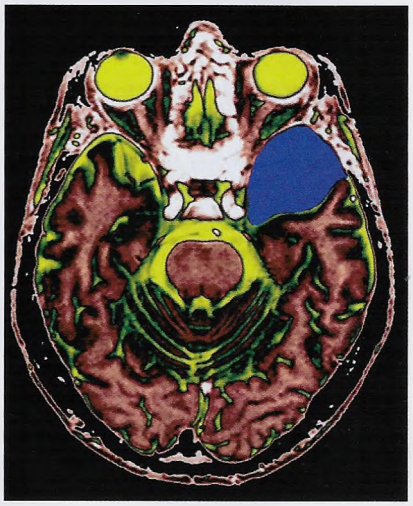


FIGURA 30.21 Imagen de resonancia magnética nuclear (MRI) de una cabeza humana.

La intensificación del campo magnético debido a este efecto se mide con la **susceptibilidad magnética** χ (la letra griega ji). Si B_{externo} representa el campo magnético de las corrientes externas y con B_{material} al campo debido a los electrones en el material, entonces la susceptibilidad magnética se define como la relación

susceptibilidad magnética

$$\chi = \frac{B_{\text{material}}}{B_{\text{externo}}} \tag{30.24}$$

Los **ferromagnetos** tienen valores muy grandes de susceptibilidad, con frecuencia del orden de 1 000 o más, debido al alineamiento cooperativo de muchos spines de electrones.

ferromagneto

Para la mayor parte de los materiales "no magnéticos" ordinarios, χ es muy pequeña, y su magnitud es alrededor de 10^{-5} a 10^{-4}. Esos materiales con pequeñas susceptibilidades positivas se llaman **paramagnetos**. El campo externo no tiene mucho efecto en la superación de la orientación aleatoria de las espiras electrónicas de corriente en un paramagneto, excepto a temperaturas muy bajas. Algunos materiales tienen pequeñas susceptibilidades negativas, y se llaman **diamagnetos**.

paramagneto y diamagneto

Otra forma de medir el magnetismo en un material es la **permeabilidad magnética** μ:*

permeabilidad magnética μ

$$\mu = \mu_0(1 + \chi) \tag{30.25}$$

Así, las permeabilidades magnéticas de la mayor parte de los materiales paramagnéticos y diamagnéticos no difieren en forma apreciable de μ_0 (la constante de permeabilidad), porque para la mayor parte de los materiales $|\chi| \ll 1$. Pero la permeabilidad magnética de los ferromagnetos es mucho mayor que μ_0.

Se dice que una pieza de hierro, con spines electrónicos alineados, está magnetizada. Si se saca el hierro del solenoide, conservará algo de su magnetización y funcionará como un **imán permanente**. Algunos materiales ferromagnéticos, como el alnico (una aleación formada principalmente por hierro, níquel y cobalto, con algo de aluminio y cobre) retienen más magnetización que el hierro puro, y forman mejores imanes permanentes. La figura 30.22 muestra varias clases de imanes permanentes, que incluyen imanes rectos e imanes de herradura.

FIGURA 30.22 Diferentes clases de imanes permanentes.

Los electroimanes y los imanes permanentes se usan en muchas clases de maquinaria eléctrica, como motores eléctricos (véase el ejemplo 4 anterior), generadores eléctricos, grabadoras de cinta, reproductores de videocasetes, unidades de disco para computadora, etcétera.

* No se debe confundir la permeabilidad magnética con el momento dipolar magnético. Ambos se representan por la misma letra μ. Pero son cantidades diferentes.

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA — MEDIOS MAGNÉTICOS DE GRABACIÓN

En la cabeza reproductora de una grabadora de cinta magnética, un pequeño electroimán produce un campo magnético cuya intensidad varía de acuerdo con la amplitud de la señal sonora que llega al micrófono (véase la figura 1). La cinta que pasa por la cabeza de grabación contiene un material magnetizable. Al principio, la cinta está en blanco, y no está magnetizada. Cuando la cinta se somete al campo magnético de la cabeza de grabación, se magnetiza. La intensidad de la magnetización inducida en ella es proporcional a la intensidad del campo magnético de la cabeza reproductora, que a su vez es proporcional a la intensidad de la señal sonora. Así, al pasar la cinta sobre la cabeza de reproducción almacena información acerca de la señal sonora variable, en forma de zonas variables de magnetización alta y baja. La separación entre los polos del electroimán de la cabeza reproductora debe ser extremadamente angosta, en el caso más común, de no más de 10^{-5} m, para que un instante de la señal sonora quede grabado en un lugar muy angosto, casi un punto o una raya, en la cinta. La calidad de la grabación mejora si es alta la velocidad de la cinta sobre la cabeza de grabación, porque causa mayor separación entre las magnetizaciones grabadas en instantes sucesivos. Las grabadoras de cinta en los estudios de radiodifusión suelen trabajar a una velocidad de cinta de 15 pulg/s.

La información digital se guarda en medios magnéticos al orientar la magnetización de cada bit, o unidad de información, en una de dos direcciones; como la magnitud exacta de la magnetización de cada bit no importa, los medios digitales magnéticos están relativamente sin errores aleatorios o "ruido". Los llamados discos flexibles almacenan más de 10

FIGURA 1 Cabeza reproductora de una grabadora de cinta magnética. *a)* Acercamiento al transporte de rollo a rollo, mostrando el bloque de la cabeza. *b)* Diagrama del punto de contacto entre la cabeza de reproducción y la cinta.

EJEMPLO 5 El perminvar es una aleación de hierro, níquel y cobalto, con una permeabilidad relativa de $\mu/\mu_0 = 2\ 200$. Suponiendo que un solenoide largo, de 450 vueltas por metro, y que conduce una corriente de 1.5 A, se rellenara con perminvar, ¿cuál es el campo magnético en el solenoide?

SOLUCIÓN: El solenoide proporciona el campo externo para el material, de acuerdo con la ecuación (29.21):

$$B_{\text{externo}} = \mu_0 nI = 1.26 \times 10^{-6}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 \times 450/\text{m} \times 1.5\ \text{A} = 8.5 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

Este campo externo induce la magnetización en el ferromagneto, y, según la ecuación (30.24), produce el campo

$$B_{\text{material}} = \chi B_{\text{externo}}$$

El campo total dentro del solenoide es, entonces,

$$B = B_{\text{externo}} + B_{\text{material}} = (1 + \chi)B_{\text{externo}}$$

millones de bits de información, cada uno en una región rectangular de magnetización. Los bits magnéticos en los discos duros de computadora (véase la figura 2) pueden ser 100 a 1 000 veces más densos, y los bits individuales llegan a medir hasta 10^{-6} m (véase la figura 3). Esos discos con frecuencia usan una aleación de cobalto-níquel como material magnetizable. Una de las ventajas (¡y desventajas!) de las cintas y discos magnéticos respecto a los medios ópticos (como los CD), es que los medios magnéticos pueden borrarse y volver a grabarse con facilidad, una cantidad casi ilimitada de veces, mientras que en los CD es más difícil sobrescribir, y sólo pueden tolerar una cantidad limitada de ciclos de escritura. Como los datos guardados en cintas y discos magnéticos se pueden borrar con facilidad, es importante mantener esos medios (incluyendo la banda magnética de tarjetas de crédito y de débito) alejados de imanes permanentes poderosos, que podrían destruir la información grabada.

FIGURA 2 Disco duro de computadora.

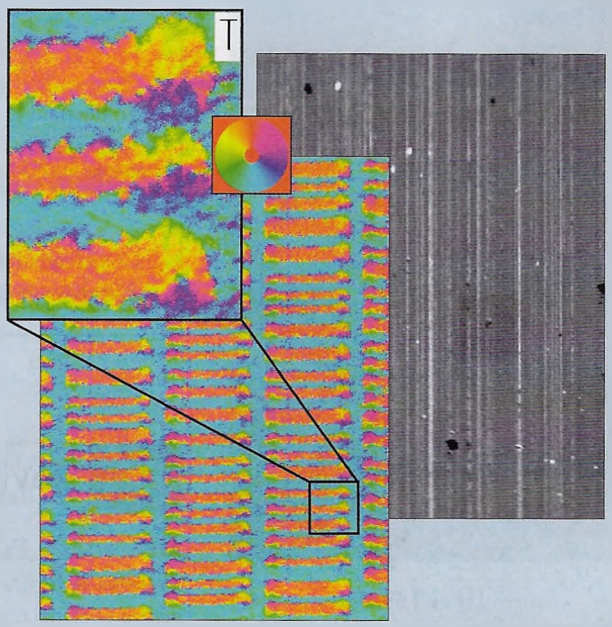


FIGURA 3 Bits individuales de un disco duro digital. La imagen magnética (en colores) muestra los bits, que no son visibles en la imagen topográfica correspondiente (gris). La barra de escala (arriba) es 1 μm.

Pero de acuerdo con la ecuación (30.25), $(1 + \chi)$ es justo la permeabilidad magnética μ/μ_0, así que

$$B = \frac{\mu}{\mu_0} B_{\text{externo}} = 2\,200 \times 8.5 \times 10^{-4}\ \text{T}$$

$$= 1.9\ \text{T}$$

EJEMPLO 6 El electroimán de un ciclotrón se compone de dos piezas polares de hierro, cada una rodeada por una bobina grande de alambre. Suponiendo que esa bobina tiene 200 vueltas, y que cada vuelta es una espira circular de radio $R = 30$ cm, para producir un campo total de $B = 1.4$ T en el hierro que está en el centro de las espiras de corriente, ¿qué campo debe producir sólo la bobina? ¿Cuál debe ser la corriente en el conductor? La permeabilidad relativa del hierro es 35 cuando $B = 1.4$ T.

Conceptos en contexto

SOLUCIÓN: Como en el ejemplo 5, el campo total B en el hierro se relaciona con el campo externo B_{externo} suministrado por las espiras de corriente, por

$$B = \frac{\mu}{\mu_0} B_{\text{externo}} \tag{30.26}$$

Se despeja B_{externo} y se usa el dato de permeabilidad; entonces queda

$$B_{\text{externo}} = \frac{\mu_0}{\mu} B = \frac{1}{35} \times 1.4\,\text{T} = 4.0 \times 10^{-2}\,\text{T}$$

Éste es el campo que deben producir las espiras de alambre.

Para un número N de espiras de alambre de radio R, el campo producido es N por el campo de una espira individual, definido por la ecuación (29.19):

$$B_{\text{externo}} = N \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Se despeja la corriente I, y al sustituir el valor requerido de B_{externo} se obtiene

$$I = \frac{2RB_{\text{externo}}}{N\mu_0} = \frac{2 \times 0.30\,\text{m} \times 4.0 \times 10^{-2}\,\text{T}}{200 \times 4\pi \times 10^{-7}\,\text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2} = 95\,\text{A}$$

Los electroimanes que funcionan con estas corrientes tan grandes requieren enfriamiento con agua para evitar sobrecalentamientos.

Revisión 30.4

PREGUNTA 1: Para el campo magnético de la esfera giratoria de carga negativa que muestra la figura 30.20, ¿cuál es la dirección del campo magnético producido por esta esfera rotatoria, a lo largo de su eje?

PREGUNTA 2: A valores altos del campo aplicado externamente, un ferromagneto se *satura*, es decir, todos los momentos magnéticos se alinean con el campo, y ya no hay más alineamiento posible. En este régimen, ¿cómo varía la permeabilidad al aumentar el campo externo?

(A) Aumenta (B) Disminuye (C) Se mantiene constante

30.5 EL EFECTO HALL

Cuando pasan cargas por un alambre o una varilla conductora colocada en un campo magnético uniforme, se produce una diferencia de potencial en los lados opuestos del alambre. A este fenómeno se le llama **efecto Hall**; es importante en el estudio de materiales y en diversas aplicaciones prácticas.

Sea una varilla rectangular que conduce una corriente eléctrica I. La varilla está inmersa en un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$, perpendicular a la corriente (véase la figura 30.23). La fuerza magnética qvB desvía las cargas en movimiento que hay dentro de la varilla, hacia un lado. Como la corriente está confinada en la varilla, se acumularán las cargas desviadas en uno de los lados y se reducirán en el otro lado, hasta que esas cargas produzcan una fuerza eléctrica transversal que compense exactamente las fuerzas magnéticas. Si $E_\perp$ representa el campo eléctrico correspondiente, en la dirección perpendicular a la corriente, el equilibrio implica que

$$qE_\perp = qvB \tag{30.27}$$

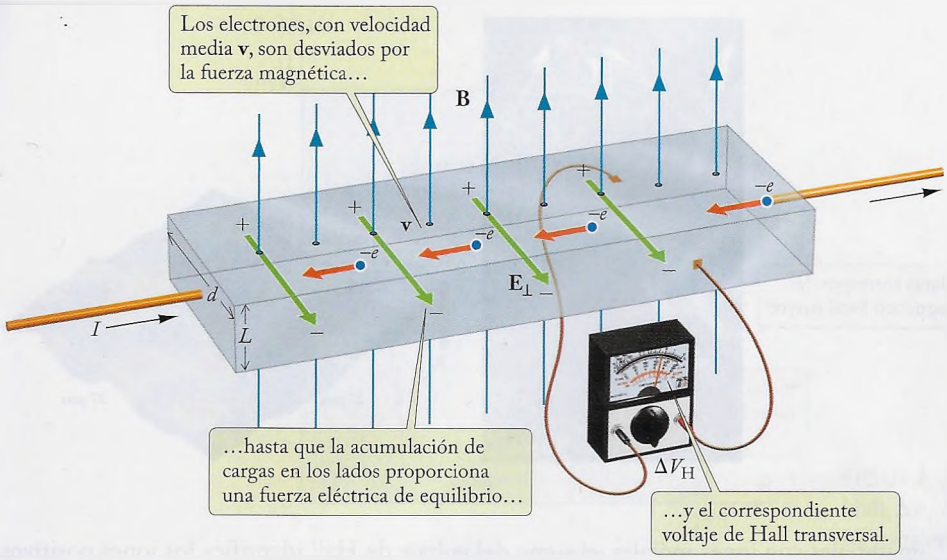
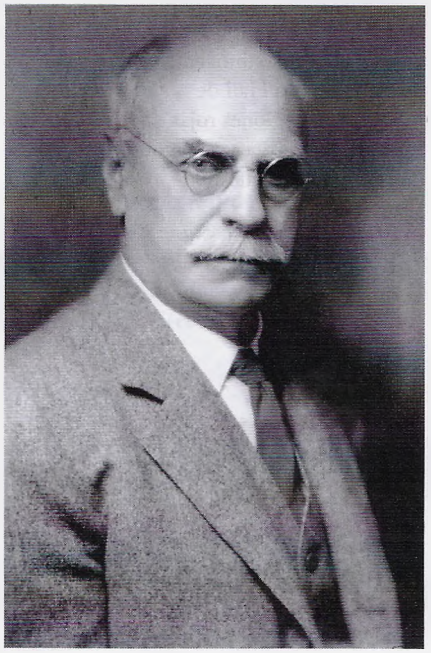


FIGURA 30.23 Geometría para explicar el efecto Hall. Una corriente longitudinal I recorre la longitud de un conductor, en un campo magnético perpendicular **B**; se genera entonces un voltaje de Hall transversal, ΔV_H.



EDWIN HERBERT HALL (1855-1938) *Físico estadounidense. Al trabajar en su tesis de doctorado, Hall investigó una pregunta que había hecho Maxwell: ¿la fuerza magnética actúa sobre el conductor o sobre la corriente? Demostró que en realidad la fuerza actúa sobre la corriente, y se dio cuenta de que la carga eléctrica es empujada hacia un lado del conductor. Su observación de la generación de un campo eléctrico transversal en materiales que conducen corriente que están dentro de un campo magnético, o efecto Hall, es la base de muchos instrumentos modernos, y de nuestra comprensión de la conducción en los sólidos.*

Si el ancho de la varilla es d, el campo eléctrico transversal produce una diferencia de potencial entre los lados de la varilla; ese voltaje se llama **voltaje de Hall**, ΔV_H, que es

$$\Delta V_H = E_\perp d$$

o bien, con la ecuación (30.27),

$$\Delta V_H = vBd \tag{30.28}$$

La velocidad media v de las cargas se relaciona con la corriente I; para los electrones, su magnitud está definida por la ecuación (27.10):

$$v = \frac{I}{neA} \tag{30.29}$$

donde n es la densidad de electrones y A es el área transversal de la varilla. Así, el voltaje de Hall es

$$\Delta V_H = \frac{IBd}{neA}$$

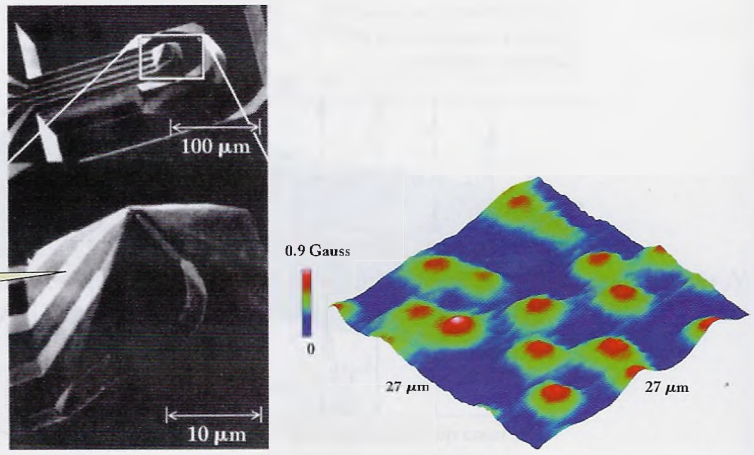
Si el espesor de la varilla es L, entonces el área es $A = Ld$, con lo cual

$$\Delta V_H = \frac{IB}{neL} \tag{30.30}$$

voltaje de Hall

Así, el voltaje de Hall es proporcional a la corriente aplicada y al campo magnético, y es inversamente proporcional a la densidad de los portadores de carga y al espesor del conductor.

El efecto de Hall se usa para determinar la densidad n de portadores de carga en un material, y su signo. Suministra una prueba empírica de que en la mayor parte de los metales los portadores de carga son cargas negativas, esto es, electrones. En algunos



Las regiones claras corresponden a un campo magnético local mayor.

FIGURA 30.24 *a*) Un sensor de Hall microfabricado. *b*) Una imagen del campo magnético en función de la posición lateral, exactamente arriba de un superconductor a alta temperatura, tomada con un microscopio Hall de barrido. Las regiones rojas representan vórtices superconductores individuales.

materiales con iones móviles, el signo del voltaje de Hall identifica los iones positivos como portadores de carga. En algunos metales, como el aluminio en grandes campos magnéticos, el efecto Hall puede revelar que los portadores de carga efectivamente son positivos. Ese comportamiento "anómalo" se puede comprender en términos del comportamiento colectivo de los electrones que se mueven en el potencial electrostático de la red cristalina de iones (véase la sección 39.4); las cargas positivas efectivas se conocen como **agujeros**.

agujero

Para los metales con grandes valores de n, la ecuación (30.30) indica que el voltaje de Hall será pequeño, a menos que se usen alambres delgados. Pero para semiconductores con pequeños valores de n, el voltaje de Hall es grande, por lo que son muy sensibles a los cambios de B. Los semiconductores se usan como **sensores Hall**, tanto en instrumentos sencillos para medir B, como en aparatos como el microscopio Hall de barrido, donde un sensor de Hall microfabricado (véase la figura 30.24*a*) detecta pequeños cambios locales de B. En la figura 30.24*b* se ve una cartografía de un campo local de este tipo, que representa el campo magnético en función de la posición sobre la superficie de un superconductor a alta temperatura.

sensores Hall

Se observa un fenómeno relacionado en muestras delgadas, casi bidimensionales, a temperaturas muy bajas. La física cuántica moderna indica que las órbitas ciclotrónicas descritas en la sección 30.1, así como muchas otras cantidades, en realidad sólo pueden asumir tamaños discretos. Los cálculos cuánticos demuestran que la cantidad de órbitas permitidas por donde pueden moverse los iones, y por consiguiente los valores permitidos del campo eléctrico transversal en el material, dependen del campo magnético B. Surge entonces el **efecto Hall cuántico**, en el que se observan escalones a distancias precisas en la resistencia de Hall, $\Delta V_H/I$, en función del campo B, en lugar de la relación lineal sencilla que indica la ecuación (30.30); ambos comportamientos se muestran en la figura 30.25. Estos escalones se presentan exactamente en los múltiplos de enteros recíprocos de una resistencia fundamental de Hall definida por $h/e^2 = 25\,816.802\ \Omega$, donde h es la constante de Planck (véase la sección 30.4 y el capítulo 37). El efecto Hall cuántico permite la determinación precisa de constantes fundamentales, y también proporciona un patrón fundamental de la resistencia, fácilmente reproducible.

efecto Hall cuántico

EJEMPLO 7 Una cinta plana de metal, de 2.0 mm de ancho y 150 μm de espesor se sumerge en un campo magnético uniforme y perpendicular, de 8.2 T de intensidad. Por la banda pasa una corriente de 1.5 A, y se mide en el espesor un voltaje transversal igual a 375 μV. ¿Cuál es la velocidad promedio de los electrones en el metal? ¿Cuántos electrones de conducción por unidad de volumen hay en este metal?

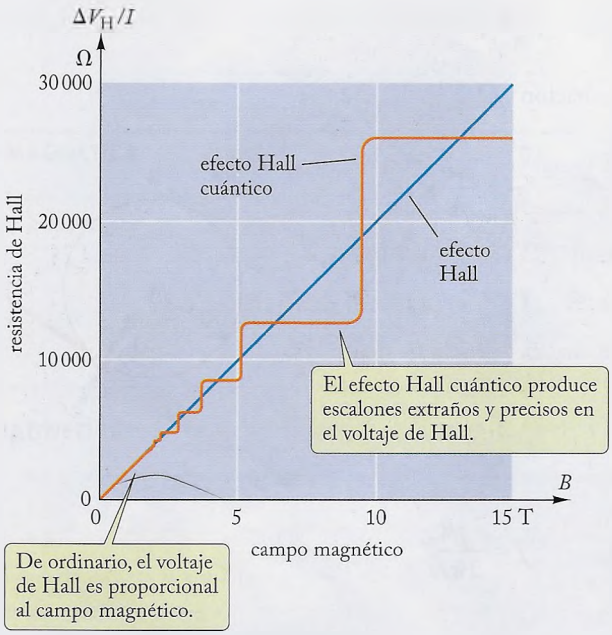


FIGURA 30.25 Gráfica de la resistencia de Hall, $\Delta V_H/I$, en función del campo magnético. La recta es para un conductor ordinario; la curva escalonada es para un conductor bidimensional a baja temperatura (el efecto Hall cuántico).

SOLUCIÓN: El dato del voltaje transversal en un campo magnético uniforme es justamente el voltaje de Hall, $\Delta V_H = 375\ \mu V$. La velocidad de arrastre se puede calcular de inmediato con la ecuación (30.28):

$$v = \frac{\Delta V_H}{Bd} = \frac{375 \times 10^{-6}\ \text{V}}{8.2\ \text{T} \times 2.0 \times 10^{-3}\ \text{m}}$$

$$= 0.023\ \text{m/s}$$

La cantidad de electrones por unidad de volumen, o densidad de portadores de carga, se calcula con la ecuación (30.30):

$$n = \frac{IB}{\Delta V_{He} L} = \frac{1.5\text{A} \times 8.2\ \text{T}}{375 \times 10^{-6}\ \text{V} \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 150 \times 10^{-6}\ \text{m}}$$

$$= 1.4 \times 10^{27}\ \text{m}^{-3}$$

Revisión 30.5

PREGUNTA 1: Dos alambres del mismo material están en el mismo campo magnético uniforme, y cada uno conduce la misma corriente. Si el primer alambre es 10 veces más grueso (en dirección del campo magnético) que el segundo, ¿en qué difieren sus voltajes de Hall?

PREGUNTA 2: La geometría del efecto Hall en la figura 30.23 indica el caso de portadores de carga negativa. Para las direcciones de corriente y campo magnético que se indican, imagine que los portadores son de carga positiva. ¿Qué vectores invertirían su dirección?

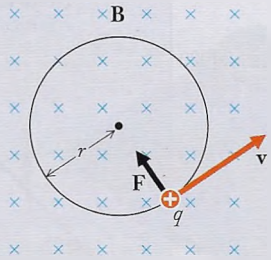
(A) Sólo **v** (B) Sólo $\mathbf{E}_\perp$ (C) Tanto **v** como $\mathbf{E}_\perp$ (D) Ni **v** ni $\mathbf{E}_\perp$

RESUMEN

LA FÍSICA EN LA PRÁCTICA Medios magnéticos de grabación **(página 978)**

ÓRBITA CIRCULAR EN UN CAMPO MAGNÉTICO

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad (30.5)$$



FRECUENCIA DEL CICLOTRÓN

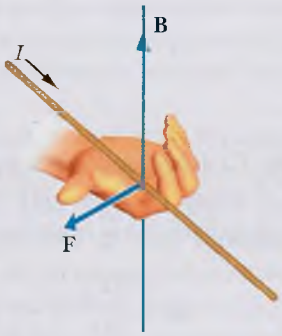
$$f = \frac{qB}{2\pi m} \qquad (30.7)$$

FUERZA SOBRE UN SEGMENTO DE ALAMBRE

$$dF = I\,dl\,B \operatorname{sen}\alpha$$

o

$$d\mathbf{F} = I\,d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \qquad (30.9, 30.11)$$



FUERZA SOBRE UN ALAMBRE RECTO

$$F = ILB \operatorname{sen}\alpha \quad \text{o} \quad \mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B} \qquad (30.10, 30.11)$$

FUERZA POR UNIDAD DE LONGITUD ENTRE ALAMBRES PARALELOS

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} \qquad (30.12)$$

MOMENTO MAGNÉTICO DIPOLAR DE UNA ESPIRA CON CORRIENTE

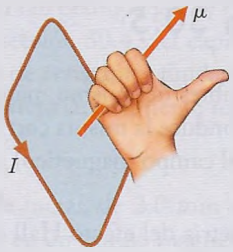
$$\mu = [\text{corriente}] \times [\text{área}] = IA \qquad (30.15)$$

TORCA SOBRE UNA ESPIRA CON CORRIENTE

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \qquad (30.18)$$

magnitud de la torca

$$\tau = \mu B \operatorname{sen}\theta \qquad (30.17)$$



ENERGÍA POTENCIAL DE UNA ESPIRA CON CORRIENTE

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu B \cos\theta \qquad (30.21, 30.22)$$

MAGNETÓN DE BOHR

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_e} = 9.27 \times 10^{-24}\,\text{J/T} \tag{30.23}$$

SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA

$$\chi = \frac{B_{\text{material}}}{B_{\text{externo}}} \tag{30.24}$$

χ positiva y $\chi \ll 1$: paramagnético

χ positiva y $\chi \gg 1$: ferromagnético

χ negativa: diamagnético

PERMEABILIDAD MAGNÉTICA

$$\mu = \mu_0(1 + \chi) \tag{30.25}$$

VOLTAJE DE HALL

$$\Delta V_H = vBd = \frac{IB}{neL} \tag{30.28, 30.30}$$

donde n es la densidad de cargas y d y L son el ancho y el espesor del conductor.

PREGUNTAS PARA DISCUSIÓN

1. Los rayos cósmicos son partículas cargadas con energía elevada, que se mueven a gran velocidad, casi siempre protones, que cruzan en todos sentidos el espacio interestelar y llegan a la Tierra desde todas las direcciones. ¿Por qué es más fácil que los rayos cósmicos penetren en el campo magnético terrestre cerca de los polos que en cualquier otro lugar?
2. ¿Es posible definir una energía potencial magnética para una partícula con carga que se mueva en un campo magnético?
3. Si se desea que un protón gire en órbita en torno al ecuador, en el campo magnético terrestre ¿habrá que dispararlo hacia el este o hacia el oeste?
4. Véase la banda de metal colocada en un campo magnético (véase la figura 30.23). ¿Cómo cambia la diferencia de potencial de Hall entre los lados de la banda si se invierte la corriente? ¿Y si se invierte el campo magnético? ¿Y si se invierten ambos?
5. Si se sustituye la banda metálica de la figura 30.23 por una banda de semiconductor tipo p, esto es, un material con portadores de carga positiva, ¿quedará el lado trasero en un potencial mayor?
6. El campo magnético terrestre en el ecuador es horizontal, y tiene la dirección hacia el norte. Supóngase que el campo eléctrico atmosférico es hacia abajo. Entonces, los campos eléctrico y magnético están "cruzados". ¿En qué dirección hay que lanzar un electrón para que se igualen las fuerzas magnética y eléctrica?
7. Si una corriente grande pasa por un alambre grueso, tiende a causar la compresión del alambre. ¿Por qué?
8. Si un alambre que conduce una corriente se coloca en un campo magnético, el campo ejerce fuerza sobre los electrones en movimiento dentro del alambre. ¿Cómo produce eso un empuje sobre el alambre?
9. Un alambre horizontal conduce una corriente hacia el este. El alambre está en un imán que produce un campo magnético uniforme. ¿Cuál debe ser la dirección del campo, para compensar el peso del alambre?
10. En el sistema SI primero se define la unidad de corriente (mediante la fuerza magnética entre alambres) y después se define la unidad de carga en función de la corriente. ¿Se puede proceder a la inversa, definiendo primero la unidad de carga eléctrica (mediante la fuerza eléctrica entre cargas) para después definir la unidad de corriente, como un flujo de cargas? ¿Cuáles serían las ventajas y las desventajas?
11. Un alambre recto e infinitamente largo está en el eje de una espira circular. Tanto el alambre como la espira conducen corrientes. ¿Por qué la fuerza causada por el alambre sobre la espira es cero, y por qué la fuerza de la espira sobre el alambre también es cero?
12. Sobre una esfera hay carga positiva uniformemente distribuida. Si esa esfera gira en torno a un eje vertical, en dirección contraria a la de las manecillas del reloj vista desde arriba, ¿cuál es la dirección del vector momento magnético?
13. De acuerdo con la ecuación (30.15), el momento magnético de una espira cuadrada es igual al momento magnético de una espira circular con la misma área. ¿Por qué no importa la forma? [Sugerencia: se puede imaginar la espira circular como formada por muchas espiras cuadradas pequeñas (infinitesimales).]

PROBLEMAS

30.1 Movimiento circular en un campo magnético uniforme

1. Una cámara de burbujas, que se usa para visualizar las huellas de protones y otras partículas cargadas, se coloca entre los polos de un gran electroimán que produce un campo magnético uniforme de 2.0 T. Un electrón de alta energía que pasa por esa cámara deja una huella que es un arco de círculo de 3.5 m de radio. De acuerdo con la ecuación (30.6), ¿cuánto vale la cantidad de movimiento del protón?

2. Un protón con energía cinética de 1.0×10^7 eV describe una órbita circular en el campo magnético cerca de la Tierra. La intensidad del campo es 5.0×10^{-5} T. ¿Cuál es el radio de la órbita?

3. En principio, un protón que tenga la energía correcta puede describir órbitas ecuatoriales alrededor de la Tierra, bajo la influencia del campo magnético terrestre. Si el radio de la órbita debe ser 6.5×10^3 km, y el campo magnético es en ese radio 3.3×10^{-5} T, ¿cuál debe ser la cantidad de movimiento del protón? En este problema no tenga en cuenta la gravedad.

4. En la Nebulosa del Cangrejo (remanente de una explosión de supernova), unos electrones con cantidad de movimiento hasta de 10^{-16} kg · m/s describen órbitas en un campo magnético de aproximadamente 10^{-8} T. ¿Cuál es el radio de la órbita de esos electrones? Debe tenerse en cuenta que para calcular el radio de la órbita se debe usar la ecuación (30.6).

5. En el acelerador Fermilab, unos protones con cantidad de movimiento de 5.3×10^{-16} kg · m/s se mantienen en órbita circular mediante un campo magnético vertical. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético necesario para ello?

6. ¿Cuál es la relación de carga a masa de una partícula que gira en órbita en un campo magnético de 0.200 T con frecuencia angular de 3.51×10^{10} rad/s?

7. En una cámara de burbujas se observa que una partícula describe una órbita circular de 1.2 m de radio. El campo magnético en esa cámara tiene 2.0 T de magnitud. Suponiendo que la carga de la partícula sea e, ¿cuál es la magnitud de su cantidad de movimiento?

8. En un **espectrómetro de masas**, se mandan iones con una velocidad seleccionada con precisión a un campo magnético uniforme, donde se mueven en semicírculo para después chocar con una placa fotográfica y dejar su huella (véase la figura 30.26). Con una medición cuidadosa de la distancia de la marca a la rendija de entrada se obtiene el diámetro (y el radio) del movimiento circular del ion en el campo magnético, y de ese radio se puede calcular la masa mediante la ecuación (30.5). Supóngase que el campo magnético en el espectrómetro de masas es 0.050 T. También supóngase que se encuentra que un ion con carga e y rapidez 4.0×10^4 m/s llega a la placa fotográfica a una distancia de 0.332 m de la rendija de entrada. ¿Cuál es la masa de ese ion?

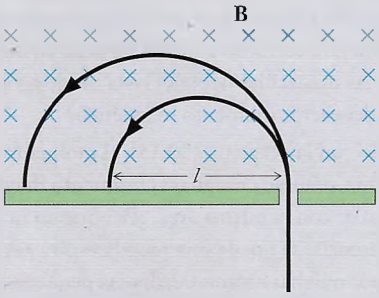


FIGURA 30.26 Trayectorias de iones de distintas masas en un espectrómetro de masas. Las cruces indican las colas de los vectores campo magnético.

9. Los astrofísicos creen que las ondas de radio de 10^9 Hz que nos llegan de Júpiter son emitidas por electrones con energías bastante bajas (no relativistas) que describen órbitas en el campo magnético de ese planeta. ¿Cuál debe ser la intensidad de ese campo para que la frecuencia ciclotrónica sea 1.0×10^9 Hz?

10. La figura 30.27 muestra las huellas de un electrón (carga $-e$) y un antielectrón (carga $+e$) formados en una cámara de burbujas. Cuando las partículas dejaron esas marcas, estaban bajo la influencia de un campo magnético de magnitud 1.0 T y con dirección perpendicular hacia el plano de la figura. ¿Cuál es la cantidad de movimiento de cada partícula? Si se mueven en el plano de la figura, y esa figura tiene $\frac{1}{10}$ del tamaño natural, ¿cuál es la huella del electrón y cuál es la del antielectrón?

FIGURA 30.27 Huellas de un electrón y un antielectrón en una cámara de burbujas. Las huellas son espirales, porque las partículas sufren una pérdida de energía al pasar por el líquido. Para las finalidades del problema 10, se recomienda prestar especial atención a las partes iniciales de las huellas.

11. Un haz que contiene núcleos de dos isótopos de carbono, ^{12}C (6 protones y 6 neutrones) y ^{14}C (6 protones y 8 neutrones) con la misma cantidad de movimiento, entra a un campo magnético, que desvía las trayectorias de esas dos clases de partículas formando círculos de radios r_{12} y r_{14}, respectivamente. ¿Cuál es la relación de los dos radios?

12. En el acelerador AGS de Brookhaven se hace que unos protones describan un círculo de 128 m de radio mediante la fuerza magnética ejercida por un campo magnético vertical. El campo máximo que pueden generar los electroimanes de ese acelerador es 1.3 T.

a) ¿Cuál es la cantidad de movimiento máxima permisible de los protones?

b) ¿Cuál es la frecuencia orbital de esos protones?

*13. Se desea confinar un electrón, con 3.0×10^4 eV de energía, haciéndolo describir círculos dentro de un solenoide de 10 cm de radio, bajo la influencia de la fuerza ejercida por el campo magnético. El solenoide tiene 120 vueltas de alambre por centímetro. ¿Qué corriente mínima debe pasar por el alambre para que los electrones no choquen con la pared del solenoide?

*14. El campo magnético terrestre en el ecuador tiene una magnitud de 5.0×10^{-5} T, y su dirección es hacia el norte. Si el campo eléctrico atmosférico terrestre es de 100 V/m y su dirección es vertical hacia abajo, ¿con qué velocidad (magnitud y dirección) debe dispararse el electrón para que la fuerza eléctrica anule a la fuerza magnética?

*15. Un electrón con alta velocidad se mueve en un campo magnético uniforme de 5.0×10^{-4} T. El electrón tiene un componente de velocidad de 6.0×10^8 m/s perpendicular al campo magnético, y otro componente de 4.0×10^6 m/s paralelo al campo magnético.

a) Descríbase el movimiento del electrón, cualitativamente.

b) ¿Cuáles son la frecuencia ciclotrónica y el periodo correspondiente del movimiento transversal?

c) ¿Hasta dónde llega el electrón en dirección paralela al campo magnético en uno de esos periodos?

*16. Una región de campo magnético uniforme **B** también tiene campo magnético uniforme **E**, perpendicular al campo magnético (este arreglo se llama **campos cruzados**). Demuéstrese que para una partícula cargada que se mueva en uno de esos campos cruzados, en dirección perpendicular tanto a **E** como a **B**, la fuerza eléctrica anula la fuerza magnética, siempre que la partícula tenga la velocidad

$$v = \frac{E}{B}$$

Si el campo magnético tiene dirección vertical hacia arriba, y el campo eléctrico es hacia el norte, ¿cuál debe ser la dirección del movimiento de la partícula cargada para producir esa anulación? Los campos cruzados se usan en **selectores de velocidad**, o filtros de velocidad. En ellos, se apunta un haz de partículas cargadas hacia una región de campos cruzados, que desvía las partículas hacia fuera del haz, excepto las que tienen la velocidad crítica $v = E/B$.

*17. Un selector de velocidad, con campos **E** y **B** cruzados (véase el problema 16) se va a usar para seleccionar partículas alfa de 2.0×10^3 eV de energía, en un haz que contiene partículas alfa de varias energías. La intensidad del campo eléctrico es 1.0×10^6 V/m. ¿Cuál debe ser la intensidad del campo magnético? Las partículas alfa tienen carga $+2e$ y masa 4.0 u.

*18. En un espectrómetro de masas, se hace pasar un haz de iones primero por un selector de velocidad con campos cruzados **E** y **B** (véase el problema 16). Después, los iones seleccionados se hacen entrar en una región de campo magnético uniforme **B**′, donde describen arcos de círculos (véase la figura 30.28). Los radios de esos círculos dependen de las masas de los iones. Supóngase que un ion tiene una carga sencilla e.

a) Demuéstrese que, en función de E, B, B' y la distancia de impacto l indicada en la figura 30.28, la masa del ion es

$$m = \frac{eBB'l}{2E}$$

b) Supóngase que en ese espectrómetro, los iones del isótopo ^{16}O chocan a una distancia de 29.20 cm, y los de un isótopo diferente del oxígeno chocan a la distancia de 32.86 cm. La masa de los iones de ^{16}O es 16.00 u. ¿Cuál es la masa del otro isótopo?

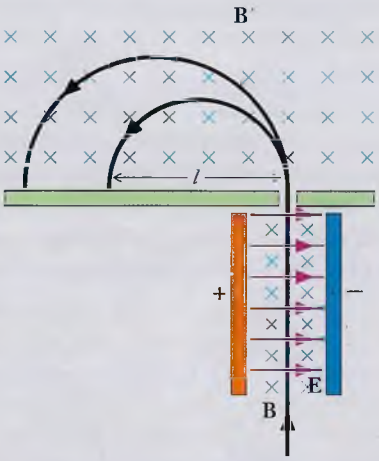


FIGURA 30.28 Espectrómetro de masas con selector de velocidad.

*19. En un campo magnético uniforme, un electrón y un protón describen órbitas en direcciones contrarias, por el mismo círculo perpendicular al campo magnético.

a) Si la rapidez del electrón es 3.0×10^6 m/s, ¿cuál debe ser la rapidez del protón? Si la única fuerza que actúa sobre esas partículas es la fuerza magnética.

b) Si las partículas están al principio en el mismo punto del círculo (moviéndose en direcciones contrarias), ¿dónde, en el círculo, se volverán a encontrar? Exprésese la respuesta como un ángulo en radianes, medido a lo largo del círculo.

30.2 Fuerza sobre un alambre

20. Un alambre recto se coloca en un campo magnético uniforme; el alambre forma un ángulo de 30° con ese campo. El alambre conduce 6.0 A de corriente y la intensidad del campo magnético es 0.40 T. ¿Cuál es la fuerza en un segmento de 10 cm de este alambre? Indíquese la dirección de la fuerza, en un diagrama.

21. El cable de corriente que abastece una secadora eléctrica de ropa está formado por dos conductores largos y rectos separados por una distancia de 1.2 cm. Por esos conductores pasan corrientes opuestas de 20 A. ¿Cuál es la fuerza magnética que obra sobre un segmento del alambre de 1.0 cm, debido a toda la longitud del otro alambre?

22. Dos cables paralelos de una línea de transmisión de alto voltaje conducen corrientes opuestas de 1.8×10^5 A. La distancia entre los cables es de 4.0 m. ¿Cuál es la fuerza magnética que obra sobre un segmento de 50 cm de uno de esos cables? Considérese que ambos cables son alambres rectos y muy largos.

*23. Una espira cerrada de forma arbitraria (posiblemente tridimensional) se coloca cerca de un alambre recto y muy largo. Por la espira y por el alambre recto pasan corrientes I e I', respectivamente. Demuéstrese que la fuerza ejercida por el alambre recto sobre la espira debe ser perpendicular al alambre. (Sugerencia: Aplíquese la tercera ley de Newton.)

*24. Un segmento recto de alambre conduce 15 A de corriente desde el punto $\mathbf{r}_1 = 0.35\mathbf{i} + 0.50\mathbf{j}$ hasta el punto $\mathbf{r}_2 = 0.50\mathbf{i} - 0.25\mathbf{j} + 0.40\mathbf{k}$, y las distancias están medidas en metros. El segmento de alambre está en un campo magnético uniforme de 2.0 T paralelo al eje positivo z. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre el alambre?

*25. Un alambre largo conduce 25 A de corriente, paralela al eje x positivo, excepto por tres de los cuatro segmentos que siguen las aristas de un cubo de 0.25 m de lado, como muestra la figura 30.29. El alambre se encuentra en un campo magnético uniforme de 2.0 T dirigido en forma paralela al eje x positivo. ¿Cuál es la fuerza magnética neta sobre el alambre?

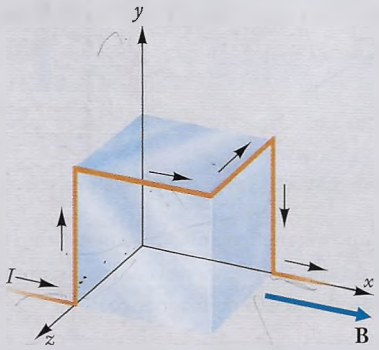


FIGURA 30.29 Un alambre largo doblado a lo largo de cuatro lados de un cubo.

*26. Para el alambre largo y recto, y el alambre en forma de U que muestra la figura 30.30, esos alambres están en el mismo plano. El fondo de la U tiene longitud l y los lados de la U son muy largos. Los alambres están separados por una distancia d y conducen las corrientes I e I', respectivamente. ¿Cuál es la fuerza que ejerce el alambre recto sobre el alambre en forma de U?

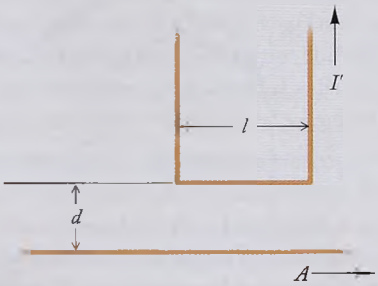


FIGURA 30.30 Alambre recto y alambre en forma de U.

*27. Un lanzador electromagnético, o cañón de riel, se compone de dos rieles paralelos conductores, entre los cuales está una barra conductora que sirve como proyectil. Para disparar este proyectil, los rieles están inmersos en un campo magnético y por ellos y por la barra se manda una corriente eléctrica (véase la figura 30.31). La fuerza magnética sobre la corriente en la barra acelera a ésta (en los cañones de riel reales de esta clase, el campo magnético mismo se produce por la corriente en los rieles; pero se pasará por alto esta complicación). Si el campo magnético tiene 0.20 T de magnitud, y la barra tiene 0.10 m de longitud y 0.20 kg de masa. No tenga en cuenta la fricción. ¿Cuánta corriente se debe mandar por la barra para comunicarle una aceleración de 1.0×10^5 m/s^2?

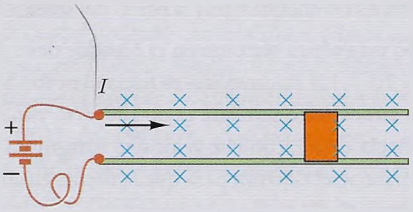


FIGURA 30.31 Lanzador electromagnético.

**28. Un alambre delgado y flexible que conduce una corriente I cuelga dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$ (véase la figura 30.32). Una pesa fija en un extremo del alambre produce una tensión T. Dentro del campo magnético, el alambre adoptará la forma de un arco de círculo.

a) Demuéstrese que el radio de este arco de círculo es $r = T/(BI)$.

b) Demuéstrese que si se quita el alambre y se dispara una partícula con carga $-q$ desde el punto P, con una cantidad de movimiento $p = qT/I$ en la misma dirección del alambre, recorrerá el mismo arco de círculo (eso quiere decir que el alambre se puede usar para simular la órbita de la partícula. A veces, en física experimental se usan esos alambres para comprobar las órbitas de partículas a través de sistemas de electroimanes).

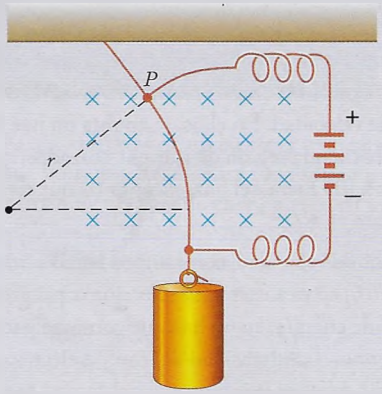


FIGURA 30.32 Un alambre con un peso colgante en un campo magnético.

30.3 Torca sobre una espira

29. La bobina del mecanismo de un amperímetro es rectangular y mide 1.0 cm × 2.0 cm, con 120 vueltas de alambre. Está inmersa en un campo magnético de 0.010 T. ¿Cuál es la torca sobre esa bobina cuando su plano es paralelo al campo magnético y conduce una corriente de 1.0×10^{-3} A?

30. Una espira circular horizontal de alambre, de 20 cm de radio, conduce 25 A de corriente. En el lugar de la espira, el campo magnético terrestre tiene la magnitud de 3.9×10^{-5} T, y apunta hacia abajo, a 16° de la vertical. ¿Cuál es la magnitud de la torca que ejerce ese campo magnético sobre la espira?

31. El momento magnético del protón es 1.41×10^{-26} A·m^2.
    a) Si el protón se coloca en un campo magnético uniforme de 0.80 T, trazar una gráfica de la torca en función del ángulo θ.
    b) Si el momento magnético tiene orientación inicial antiparalela al campo, ¿cuánta energía se libera cuando el protón se voltea a la orientación paralela?

32. Acerca del motor eléctrico del ejemplo 4, ¿cuál es el valor promedio de la torca en una rotación completa? Si ese motor gira a 50 rev/s, ¿cuál es la potencia promedio que entrega en su eje, en caballos?

33. Una bobina circular se compone de 60 vueltas de alambre, devanadas en torno a la orilla de un disco de plástico de 2.0 cm de radio. ¿Cuál es el momento magnético de esta bobina, si la corriente en el alambre es 0.30 A?

*34. Un tubo es de material superconductor, tiene 0.30 m de longitud y 4.0 cm de radio. Alrededor de su superficie pasa una corriente de 4.0×10^3 A y está uniformemente distribuida en la superficie. ¿Cuál es el momento magnético de esa distribución de corriente? (Sugerencia: Considérese que la distribución de corriente es una gran cantidad de anillos apilados uno sobre otro.)

*35. Una carga Q está uniformemente distribuida sobre un disco de papel de radio R. El disco gira en torno a su eje, con velocidad angular ω. Calcúlese el momento dipolar magnético del disco. Trácense las líneas de campo magnético y de campo eléctrico en la proximidad del disco.

**36. Una espira rectangular de alambre con dimensiones 12 cm × 25 cm da la cara a un alambre largo y recto. Los dos lados largos de la espira son paralelos al alambre, y los dos lados cortos son perpendiculares; el punto medio de la espira está a 8.0 cm del alambre (véase la figura 30.33). Por el alambre recto y por la espira pasan corrientes de 95 A y 70 A, respectivamente.
    a) ¿Qué fuerza de traslación ejerce el alambre recto sobre la bobina?

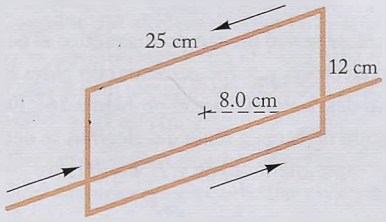


FIGURA 30.33 Alambre largo y recto, y espira rectangular.

    b) ¿Cuál es la torca, respecto a un eje paralelo al alambre recto que pasa por el centro de la espira, que ejerce el alambre recto sobre la espira?

**37. Una brújula está fija a un eje que le permite girar libremente en un plano horizontal, de modo que sólo el componente horizontal del campo magnético afecte su movimiento. El momento magnético de la aguja es 9.0×10^{-3} A·m^2, su momento de inercia es 2.0×10^{-8} kg·m^2 y el componente horizontal del campo magnético terrestre es 1.9×10^{-5} T.
    a) ¿Cuál es la torca sobre la aguja, en función del ángulo θ entre ella y la dirección norte?
    b) ¿Cuál es la frecuencia de oscilaciones pequeñas de la aguja respecto a la dirección norte? [Sugerencia: Compárese la ecuación del movimiento rotacional de la aguja con la ecuación (15.39) para el movimiento de un péndulo.]

30.4 Magnetismo en materiales

38. Por su susceptibilidad magnética relativamente grande, el metal paramagnético paladio se usa como patrón de calibración para mediciones magnéticas. A temperatura ambiente, el paladio tiene una susceptibilidad de 7.9×10^{-4}. ¿Cuál es la permeabilidad relativa del paladio (su permeabilidad en función de μ_0)?

39. La **magnetización** M de un material es el campo magnético debido al material dividido entre μ_0; esto es, $M = B_{\text{material}}/\mu_0$. También, la magnetización se define como el momento magnético por unidad de volumen, o M = [momento magnético]/[volumen]. Si el hierro tiene un campo interno máximo de $B_{\text{material}} = 2.19$ T, calcúlense *a)* la magnetización del hierro y *b)* el momento magnético por átomo de hierro (la densidad numérica de átomos de hierro es $8.50 \times 10^{28}/\text{m}^3$).

40. Cierto solenoide largo tiene 320 vueltas por metro y conduce 5.00 A de corriente. Determínese el campo total dentro del solenoide cuando está lleno de *a)* hierro, que bajo esas condiciones tiene permeabilidad relativa de 200, y *b)* permalloy, cuya permeabilidad relativa bajo esas condiciones es de 1 500.

41. Algunos superconductores elementales simples (llamados de tipo I) son diamagnetos perfectos, y eso quiere decir que su campo magnético interno anula exactamente el campo aplicado, es decir, $B_{\text{material}} = -B_{\text{externo}}$. ¿Cuáles son *a)* la susceptibilidad, y *b)* la permeabilidad de esos superconductores?

*42. En los llamados superconductores tipo I, las corrientes superficiales blindan totalmente al campo magnético externo y aseguran que el campo neto sea cero en el interior del superconductor. A ese diamagnetismo perfecto se le llama **efecto Meissner**. Una varilla cilíndrica superconductora de 10 cm de longitud, de indio metálico, tiene su eje paralelo a un campo externo de 2.7×10^{-2} T; el material es diamagnético perfecto. ¿Cuál es la corriente total que pasa en torno a la varilla? Esa corriente está confinada a una delgada capa superficial, con espesor llamado **profundidad de penetración**. Para simplificar, supóngase que la corriente superficial que pasa en torno a la varilla se distribuye uniformemente en una profundidad de penetración de 5.0×10^{-8} m. ¿Cuál es la densidad de corriente en esa capa?

30.5 El efecto Hall

43. Un alambre de cobre de 3.0 mm de diámetro se coloca en ángulo recto a un campo magnético de 2.0 T. El alambre conduce 50 A de corriente. ¿Cuál es la diferencia de potencial de Hall entre los lados opuestos del alambre?

44. Repítase el problema anterior suponiendo que el alambre se pone en un ángulo de 60° con respecto al campo magnético.

45. Un sensor Hall hecho de silicio tiene 0.30 mm de espesor, y la densidad de sus portadores de carga es $2.0 \times 10^{19}/\text{m}^3$. Cuando se coloca en un campo magnético perpendicular desconocido, y conduce 5.0 mA de corriente, a lo largo de su longitud se mide un voltaje de Hall de 130 mV a través de su ancho. ¿Cuál es el valor del campo magnético?

46. Una banda de calcio metálico de 0.10 mm de espesor se coloca en un campo magnético perpendicular de 8.0 T. Cuando se pasa una corriente de 100 mA a lo largo, se mide un voltaje de Hall de 5.4 μV a través de su ancho. Si los portadores de carga en el calcio son electrones, ¿cuántos electrones libres hay por átomo de calcio? (El calcio metálico tiene 2.3×10^{28} átomos/m^3.)

47. Una cinta delgada de rubidio metálico, de 65 μm de espesor y 1.0 mm de ancho, se coloca en un campo de 6.0 T. Por su longitud pasa una corriente de 0.30 A. El rubidio tiene 1.53 g/cm^3 de densidad, peso molar de 85.5 g/mol y un electrón de conducción por átomo.
    a) ¿Cuál es la velocidad de arrastre de esos electrones de conducción?
    b) ¿Qué voltaje de Hall se mide transversalmente a esa cinta?

48. Una cinta metálica tiene 2.0 mm de ancho y 0.15 mm de espesor, y conduce 1.5 A de corriente a través de toda su longitud. En un campo magnético perpendicular de 2.0 T, se mide un voltaje de Hall de 150 μV a través de su ancho.
    a) ¿Cuál es la densidad numérica de portadores de carga en este metal?
    b) ¿Cuál es la velocidad de arrastre de esos electrones?

49. En relación con el voltaje de Hall hay una cantidad llamada **coeficiente de Hall**, R_H, cuyo valor es $R_H = -1/ne$ cuando los portadores de carga son electrones libres. ¿Cuál es el valor de R_H para el potasio? El potasio tiene un electrón de conducción por átomo, su densidad es 0.86 g/cm^3 y su peso molar es 39.1 g/mol.

PROBLEMAS DE REPASO

50. Un electroimán produce un campo magnético de 0.60 T en dirección vertical hacia abajo. Por ese campo magnético se mueve un electrón con una rapidez de 6.0×10^6 m/s. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética sobre el electrón? si se mueve
    a) Verticalmente hacia abajo.
    b) Horizontalmente hacia el este.
    c) Horizontalmente hacia el sur.
    d) Hacia el sur, y hacia abajo a 30° de la horizontal.

51. Un electroimán produce un campo magnético de 0.60 T en dirección vertical hacia abajo. En ese campo magnético se coloca un alambre recto que conduce 3.0 A de corriente. Calcúlese la magnitud y la dirección de la fuerza magnética sobre un segmento de 0.10 m de ese alambre, cuya orientación es:
    a) Vertical, corriente hacia abajo.
    b) Horizontal, corriente hacia el este.
    c) Horizontal, corriente hacia el sur.
    d) Hacia el sur y hacia abajo, a 30° de la horizontal.

52. Un tramo de alambre se dobla para formar dos segmentos rectos perpendiculares; conduce 5.0 A, primero a lo largo del eje x desde $x = 0.50$ m hasta el origen, y después a lo largo del eje y desde el origen hasta $y = -0.25$ m. El segmento de alambre está en un campo magnético uniforme de 1.5 T paralelo al eje positivo de z. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética sobre el alambre?

53. Un protón con rapidez de 4.0×10^5 m/s parece moverse en una órbita circular de 0.40 m en un campo magnético. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético que produce ese movimiento circular? ¿Cuál es la frecuencia del movimiento del protón?

54. Un anillo circular de radio $r = 3.0$ cm tiene una carga total de $Q = 5.0$ μC distribuida uniformemente en su circunferencia. El anillo gira respecto a su eje, con velocidad angular $\omega = 6.3 \times 10^4$ rad/s. ¿Cuál es el momento magnético del anillo?

*55. En 1897, el **experimento** *e/m* **de J. J. Thomson** determinó la relación de carga a masa del electrón. Primero, se desvió un haz de electrones de velocidad desconocida v una distancia y, al pasarlo por una región de longitud L con un campo eléctrico E.
    a) Demuéstrese que esa distancia de desviación es (véase la sección 23.4)
    $$y = \frac{eEL^2}{2m_e v^2}$$
    b) Después, se activó un campo magnético B perpendicular al campo eléctrico, y se fue aumentando hasta que no se observó desviación (véase el problema 16). Demuéstrese que la relación de carga a masa del electrón se determina con los valores experimentales de y, E, L y B con:
    $$\frac{e}{m_e} = \frac{2yE}{B^2L^2}$$

*56. Un electrón rápido se mueve en un campo magnético uniforme de 5.0×10^{-4} T, y un campo eléctrico uniforme de 2.0×10^{3} V/m. Al principio, el electrón tiene un componente de velocidad de 6.0×10^{6} m/s perpendicular a los campos magnético y eléctrico, y un componente de velocidad de 4.0×10^{6} m/s paralelo a esos campos.

a) Descríbase cualitativamente el movimiento del electrón.

b) ¿Cuál es la frecuencia ciclotrónica y el periodo correspondiente del movimiento transversal?

c) ¿Qué distancia avanza el electrón en dirección paralela a los campos eléctrico y magnético en el primer periodo? ¿Cuánto aumenta su velocidad paralela en uno de esos periodos?

*57. Dos partículas con cargas positivas separadas por una distancia d, cada una con carga q y masa m, se mueven al principio con la misma velocidad v en direcciones opuestas perpendiculares a la línea que los une (véase la figura 30.34). Un campo magnético aplicado perpendicularmente al plano de la página desvía las trayectorias de las partículas, que toman la forma circular. ¿Qué intensidad de campo magnético es necesaria para que choquen de frente, a la mitad del camino entre los dos puntos iniciales? No es necesario tomar en cuenta las fuerzas eléctricas entre las cargas.

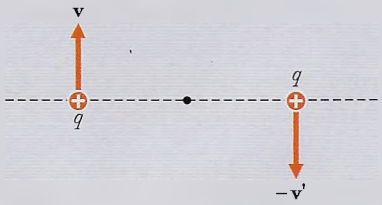


FIGURA 30.34 Dos partículas con carga positiva en un campo magnético.

*58. Una espira rectangular de alambre mide 12 cm × 18 cm, y está cerca de un alambre recto y largo. El alambre y la espira rectangular están en el mismo plano. Uno de los lados cortos del rectángulo es paralelo al alambre recto, y está a 6.0 cm de él; los lados largos son perpendiculares al alambre recto (véase la figura 30.35). Por el alambre recto pasa una corriente de 40 A, y en torno a la espira pasan 60 A. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza magnética neta que ejerce el alambre recto sobre la espira?

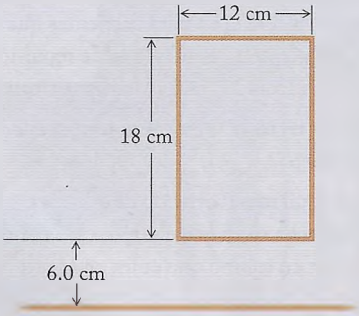


FIGURA 30.35 Alambre recto y largo, y espira rectangular.

*59. Una bobina circular con 25 vueltas tiene 0.050 kg de masa, y está inmersa en un campo magnético uniforme de 0.20 T; inicialmente se sujeta para que el plano transversal de la bobina sea paralelo al campo magnético (véase la figura 30.36). La bobina conduce 5.0 A de corriente. Cuando se suelta, ¿cuál será la aceleración angular instantánea de la bobina respecto al eje horizontal?

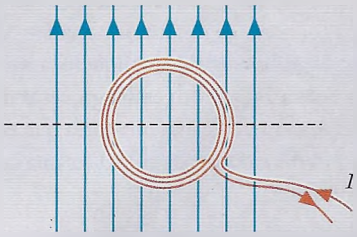


FIGURA 30.36 Bobina circular en un campo magnético.

Respuestas a las revisiones

Revisión 30.1

1. El radio del movimiento circular de una partícula cargada en un campo magnético se calcula con la ecuación (30.5): $r = mv/qB$. Como los dos electrones están en el mismo campo magnético, m, q y B son iguales, y el radio varía en proporción con la rapidez. Así, el segundo electrón tiene doble radio orbital que el primero, o sea 30 cm.
2. Como la fuerza magnética siempre es perpendicular a la velocidad $\mathbf{v} = d\mathbf{s}/dt$, siempre es perpendicular al desplazamiento $d\mathbf{s}$. Así, el incremento de trabajo, $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = Fds \times \cos\theta$ siempre es cero, y el campo magnético no puede efectuar trabajo.
3. Como la frecuencia del ciclotrón es $f = qB/2\pi m$ [ecuación (30.7)], una masa menor da como resultado mayor frecuencia ciclotrónica para el electrón.
4. Sí; cualquier partícula cargada podría ser acelerada en un ciclotrón. En determinado campo magnético, un ciclotrón para electrones funcionaría a mayor frecuencia (mayor en la relación de masas de protón a electrón). También, los electrones circulan en dirección opuesta a los protones, porque la fuerza magnética tiene dirección opuesta para cargas negativas.
5. (E) El segundo; los dos igual. Como en la pregunta 1, la velocidad mayor corresponde al radio mayor, porque $r = mv/qB$. Los

dos tienen la misma frecuencia orbital, porque la frecuencia del ciclotrón $f = qB/2\pi m$ no depende del radio ni de la rapidez.

Revisión 30.2

1. La fuerza sobre ellos es de repulsión. Recuerde, de la ecuación (29.5), que la fuerza magnética sobre una carga positiva que se mueve paralela a una corriente, en un alambre largo, es negativa o radialmente hacia dentro. Para corrientes que se mueven en direcciones antiparalelas, la fuerza es de repulsión. Esto se verifica también con facilidad con la forma vectorial $\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$.
2. Si el alambre es recto, la fuerza será cero cuando sea paralelo al campo magnético.
3. (B) Hacia la izquierda. Partiendo de $\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, con la regla de la mano derecha se ve que el producto cruz de una corriente hacia arriba por un campo que entra en la página, en la figura 30.12, produce una fuerza que es hacia la izquierda.

Revisión 30.3

1. Para $\theta = 90°$, la dirección del producto cruz de $\boldsymbol{\mu}$ por $\mathbf{B}$ es hacia fuera de la página; una torca que sale de la página implica que la espira girará en contra de las manecillas del reloj (regla de la mano derecha). También, para $\theta = -90°$, $\boldsymbol{\tau}$ entra a la página; esa torca implica que la espira gira en sentido de las manecillas del reloj.
2. Para $\theta = 0°$, un pequeño desplazamiento causa una configuración con una torca que regresaría $\boldsymbol{\mu}$ hacia $\theta = 0°$, por lo que $\theta = 0°$ es un equilibrio estable (aplíquese la regla de la mano derecha a la figura 30.14). Sin embargo, cerca de $\theta = 180°$, un pequeño desplazamiento causa una torca que también impulsaría $\boldsymbol{\mu}$ hacia $\theta = 0°$; entonces $\theta = 180°$ es una condición de equilibrio inestable.
3. Sin un interruptor, la espira oscilaría respecto a su orientación de equilibrio (cuando la espira forma ángulo recto con el campo, o el momento magnético es paralelo al campo); con la fricción, esas oscilaciones disminuirían y el momento magnético terminaría por quedar paralelo al campo.
4. El vector momento magnético siempre es perpendicular al plano de la espira, en dirección determinada por la regla de la mano derecha: estando doblados los dedos en torno a la dirección de la corriente, el pulgar apunta hacia arriba en la figura 30.13, y en ángulo θ hacia la derecha de la dirección hacia arriba en la figura 30.14.
5. Se ve, en la gráfica de la figura 30.17, o al igualar sen $\theta = 1$ en el resultado de la parte *a*) del ejemplo 4, que la torca máxima es 3.2 N · m. La torca tiene esa magnitud cuando el ángulo $\theta = \pm 90°$, es decir, cuando el plano de la bobina es paralelo al campo magnético (momento magnético perpendicular al campo magnético). La torca es proporcional al campo magnético, que a su vez es proporcional al número de vueltas de la bobina; entonces, al triplicar la cantidad de vueltas a 120, aumentaría la torca al triple, a 9.6 N · m.
6. (D) **k**. De acuerdo con la regla de la mano derecha anterior a la ecuación (30.18), el momento magnético se dirige hacia abajo en la dirección $-\mathbf{j}$. Por la regla de la mano derecha para productos cruz, la torca $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$ tiene entonces la dirección $+\mathbf{k}$.

Revisión 30.4

1. Viendo desde arriba de la esfera, la carga gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Como es carga negativa, la corriente gira en espiras en el sentido de las manecillas del reloj. De acuerdo con la regla de la mano derecha, el campo a lo largo del eje apunta entonces hacia abajo.
2. (B) Decrece. Si el alineamiento de los espines no puede aumentar, B_{material} permanece constante. Si el campo externo aumenta, debe decrecer la susceptibilidad $\chi = B_{\text{material}}/B_{\text{externo}}$, y también debe decrecer la permeabilidad $\mu = \mu_0(1 + \chi)$.

Revisión 30.5

1. De acuerdo con la ecuación (30.30), el voltaje de Hall varía en proporción inversa al espesor; entonces, el segundo alambre tendrá 10 veces el voltaje de Hall que el primero.
2. (C) Tanto **v** como $\mathbf{E}_{\perp}$. Para portadores de carga positiva, la velocidad tiene la misma dirección que la corriente, por lo que se invierte respecto al caso que se muestra. La fuerza magnética sobre las cargas positivas en movimiento tiene entonces la misma dirección que antes (tanto q como **v** cambian de signo); en consecuencia, la acumulación de carga en los lados del conductor, y el campo eléctrico transversal que resulta, se invierten.